

## 基于辅助数据的 SC-FDE 系统频域 LS 信道估计

杜岩<sup>①</sup> 张永生<sup>②</sup> 王新征<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(山东大学信息科学与工程学院 济南 250100)

<sup>②</sup>(上海交通大学图像通信与信息处理研究所 上海 200240)

<sup>③</sup>(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:**通过对单载波频域均衡(SC-FDE)系统的分析得出了对最小二乘(LS)信道估计中采用的训练帧的要求,从理论上推导了不计循环前缀(CP)能量损失的条件下,SC-FDE系统采用LS方法估计信道的性能界。文中指出,Newmann序列适合作为SC-FDE系统频域LS信道估计的训练帧。理论分析和仿真结果都表明,采用Newmann序列可以达到LS信道估计的性能界。

**关键词:**单载波频域均衡;辅助数据;最小二乘算法;信道估计;训练帧

中图分类号:TN92

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2007)04-0954-05

## On the LS Channel Estimation of SC-FDE Systems Based on Data Aided Method

Du Yan<sup>①</sup> Zhang Yong-sheng<sup>②</sup> Wang Xin-zheng<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(School of Information Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

<sup>②</sup>(Institute of Image Communication and Information Processing, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

<sup>③</sup>(National Communication Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In this paper, the requirements of training sequence for channel estimation in SC-FDE systems are discussed, and the customarily used training sequence for channel estimation in OFDM systems can not be used in SC-FDE systems directly is pointed out. By analyzing, it is concluded that Newmann sequence is very suitable for SC-FDE systems. Without considering the energy lost of CP, the LS estimation performance bound is given. Theoretical analysis and simulation results show that this bound can be achieved by using Newmann sequence.

**Key words:** Single Carrier-Frequency Domain Equalizer (SC-FDE); Data-aided; Least Square (LS); Channel estimation; Training sequence

### 1 引言

随着宽带无线应用的增长,近年来宽带无线通信技术得到了迅速发展。正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术以其频谱效率高,抗多径衰落能力强,均衡简单等显著优点,引起了人们的极大重视,被认为是未来宽带无线通信的主要支撑技术之一。但是由于OFDM技术本身也存在一些问题,特别是OFDM信号一般具有很大的峰值平均功率比(Peak to Average Power Ratio, PAPR),使得对OFDM信号放大时,容易产生非线性失真。即使采用昂贵的线性动态范围很大的放大器,也会因放大器的功率效率太低而不适用于移动设备。对OFDM的PAPR问题的研究虽然取得了一些进展<sup>[1]</sup>,但一般要以牺牲系统的频谱效率或系统的性能为代价。在这种背景下,近几年结合OFDM系统优点和传统单载波系统优点的单载波频域均衡(Single Carrier Frequency Domain Equalization,

SC-FDE)技术受到了人们极大的重视<sup>[2-5]</sup>。

SC-FDE系统与OFDM类似,也是一种分块传输技术,通过引入循环前缀(Cyclic Prefix, CP)消除了帧内符号间干扰,并将离散时域上的多径信道对信号的线性卷积作用转化为循环卷积,根据傅里叶变换的特点采用频域均衡技术来消除多径传播引起的帧内符号间干扰,因此具有与OFDM相似的抗多径干扰能力,与传统的单载波时域均衡系统相比,其均衡复杂度大大降低。同时,由于SC-FDE是一种单载波传输系统,因此不存在多载波传输系统的PAPR问题。与时域均衡技术不同,OFDM和SC-FDE系统的频域均衡必须作显式的信道估计,即均衡时必须知道各子信道衰减因子的幅度和相位信息,因此信道估计一直是这两种技术的研究重点之一。人们已提出了多种信道估计方案,其中基于辅助数据的信道估计技术以其实现复杂度低,估计精度高而得到广泛应用。

针对SC-FDE系统的特点,人们提出了一些适合于SC-FDE系统的信道估计算法<sup>[2, 6]</sup>,其中基于UW(Unique

Word)的方法<sup>[6]</sup>比较常用,并且被采纳到IEEE 802.16 的建议草案中,但是基于UW的方法估计精度相对较低,因而在通信的建立阶段,采用基于训练帧的信道估计方法是必要的。

本文在讨论 SC-FDE 和 OFDM 信号特点的基础上,分析了普通 SC-FDE 和 OFDM 的随机数据帧不适合用作 SC-FDE 系统的频域 LS 信道估计训练帧的原因,并推导了 LS 信道估计算法的性能界。通过分析指出 Newmann 序列适合作为 SC-FDE 系统信道估计的训练帧,并且通过仿真验证了其性能。结果表明 Newmann 序列的估计精度可以达到 LS 信道估计算法的性能界。

## 2 系统模型

OFDM 和 SC-FDE 的系统框图如图 1 所示。OFDM 系统在发送端对映射以后的信息做 IFFT 变换到时域,然后加上 CP 送入信道。在接收端,去掉 CP 后进行 FFT 运算把信号变换回频域,经频域均衡去除信道影响以后进行判决。SC-FDE 系统与 OFDM 类似,也是在频域进行均衡消除信道影响,所不同的是 SC-FDE 做完信号映射之后加入 CP 直接送入信道。在接收端,去掉 CP 之后进行 FFT 运算将信号变换到频域,在频域消除信道影响之后进行 IFFT 运算变换回时域进行判决。

从图 1 中可以看到,OFDM 和 SC-FDE 所做的运算是完全相同的,只是顺序不同,所以它们有相同的系统运算复杂度,由于都是在频域均衡,所以具有相同的抗多径能力。区别在于 OFDM 在频域判决,是一个多载波系统;而 SC-FDE 在时域判决,是一个单载波系统。多载波系统有一个固有的问题,那就是 PAPR 比较大,要求发射端功率放大器的线性范围比较大,增加了系统成本。SC-FDE 是一个单载波系统,PAPR 很小,因而对发射功率放大器的线性范围要求比较低,降低了成本。

OFDM 系统和 SC-FDE 系统均采用 CP 作为保护间隔,可以将信号与信道的线性卷积转化为循环卷积。由傅里叶变换的性质可知,信号在时域的循环卷积在频域就变为直接相乘,所以 OFDM 和 SC-FDE 的宽带信道可以等效为若干并行的窄带子信道,如图 2 所示。

我们看到,发射信号与接收信号在频域的关系为

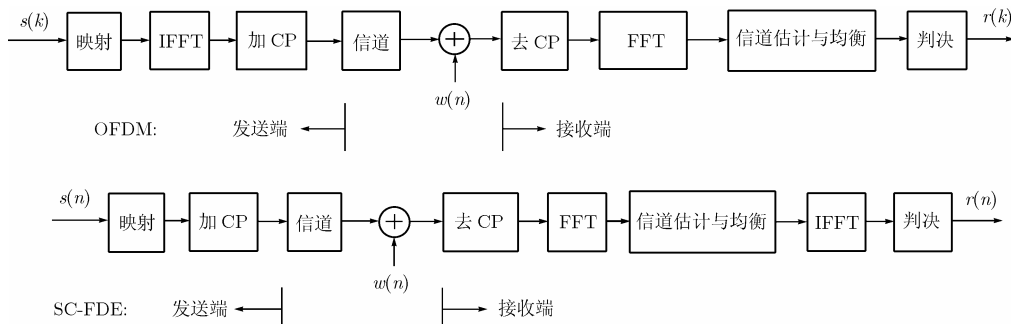


图 1 OFDM 和 SC-FDE 的基带系统框图

$Y(k) = H(k)X(k) + N(k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。其中  $Y(k)$  为第  $k$  个等效子信道上的接收信号;  $X(k)$  为第  $k$  个等效子信道上的发送信号;  $H(k)$  为第  $k$  个等效子信道的衰减因子;  $N(k)$  为第  $k$  个等效子信道的噪声,一般假设其为 0 均值的加性高斯白噪声。

## 3 SC-FDE 信号的特点

SC-FDE 是一种单载波技术,映射在时域进行,所以它在时域的包络起伏很小,但它的频域信号存在 PAPR 问题,不能采用普通的数据帧作为频域信道估计的训练帧。下面我们分析 SC-FDE 的频域信号幅度分布。

SC-FDE 的频域信号  $X(k)$  由式(1)得到:

$$\begin{aligned}
 X(k) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi/N)kn} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \{ \text{Re}[x(n)] \cos[(2\pi/N)kn] + \text{Im}[x(n)] \cdot \sin[(2\pi/N)kn] \} \\
 &\quad + \frac{i}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \{ -\text{Re}[x(n)] \cdot \sin[(2\pi/N)kn] + \text{Im}[x(n)] \cos[(2\pi/N)kn] \} \quad (1)
 \end{aligned}$$

从式(1)看到,  $X(k)$  的实部和虚部分别由一系列随机相位的正弦波叠加而成。根据中心极限定理可知,  $X(k)$  的实部和虚部的幅度均服从高斯分布,所以  $X(k)$  的复包络服从瑞利分布。因此,在某些频域抽样点上  $X(k)$  的幅度会比较小,从而造成估计精度的严重恶化。图 3 是本文仿真的 SC-FDE 频域信号的幅度分布以及一帧典型的 SC-FDE 频域信号的复包络,仿真结果与本文关于  $X(k)$  的幅度服从瑞利分布的推论是一致的。

仿真中采用的调制方式为 16QAM, FFT 长度为 256 点, FFT 运算由下式完成:

$$X(k) = \text{FFT}(x(n)) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi kn/N)}$$

图 3(a)的结果是我们进行了 1000 帧仿真得出的不同频域幅度对应出现的概率。从图中看到,幅度小于 1 的概率还是比较大的,并且从图 3(a)中也可以看到,SC-FDE 的频域信号还可能出现真零点。

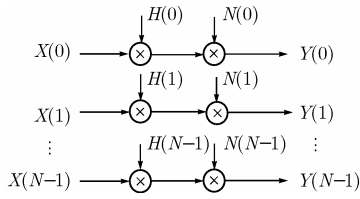


图2 宽带信道的频域等效模型

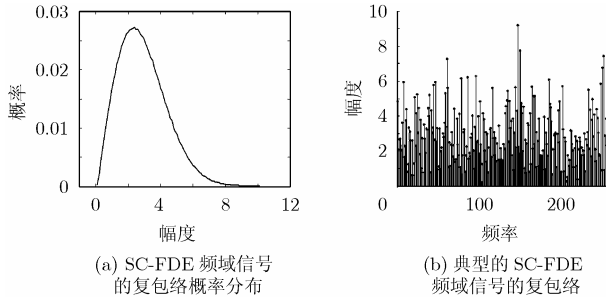


图3 SC-FDE 频域信号的幅度分布

值得说明的一点是: 无论 SC-FDE 采用何种调制方式, 其频域信号分布是相同的, 只要信号功率相同, 任何调制方式下都可以得到图3的结果。

#### 4 采用训练帧进行 LS 信道估计的性能分析

通过第2节的分析, 如果已知  $X(k)$  的值, 就可以用式(2)进行频域信道估计:

$$\hat{H}(k) = \frac{Y(k)}{X(k)} = \frac{H(k)X(k) + N(k)}{X(k)} = H(k) + \frac{N(k)}{X(k)} \quad (2)$$

这种方法被称为 LS 信道估计方法, 以其计算简单, 运算量小, 估计精度较高而在实际系统中得到广泛的应用。从式(2)可知, 信道估计值与实际值之间的差别为  $N(k)/X(k)$ , 所以信道估计精度由  $|X(k)|$  的大小决定。如果在某些子信道上  $|X(k)|$  很小, 就会放大噪声, 造成信道估计精度变差。

下面我们推导采用 LS 算法进行信道估计的 MSE。

设信道特性的实际值为  $H(k), k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , 采用训练帧估计的信道特性为  $\hat{H}(k), k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , 则估计结果的 MSE 为

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{1}{N} E \sum_{k=0}^{N-1} |H(k) - \hat{H}(k)|^2 = \frac{1}{N} E \sum_{k=0}^{N-1} \left| \frac{N(k)}{X(k)} \right|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E \frac{|N(k)|^2}{|X(k)|^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\sigma_n^2}{|X(k)|^2} \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\sigma_n^2$  是频域噪声的方差。因为训练帧上的 SNR 为

$$\text{SNR} = \left[ \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \right] / (N\sigma_n^2) \quad (4)$$

则 MSE 可以表示为

$$\text{MSE} = \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{|X(k)|^2} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \right] / (N^2 \text{SNR}) \quad (5)$$

因为对于  $N$  个正数  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , 有

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{a_n} \sum_{m=1}^N a_m \geq N^2 \quad (6)$$

当且仅当  $a_1 = a_2 = \dots = a_N$  时等号成立。所以

$$\text{MSE} \geq 1/\text{SNR} \quad (7)$$

当且仅当  $|X(0)| = |X(1)| = \dots = |X(N-1)|$ , 即训练帧在频域抽样点上有相同的复包络时, MSE 取得最小值。并且  $|X(k)|$ ,  $(0 \leq k \leq N-1)$  的方差越大, MSE 就越远离它的最小值。

#### 5 SC-FDE 系统对训练帧的要求

通过上面的分析我们得出, SC-FDE 系统的信道估计对训练帧的要求如下:

(1) 训练帧的时域 PAPR 不能太大。因为 SC-FDE 信号的优点之一就是 PAPR 小, 所以一般的 SC-FDE 系统均采用线性范围较小的功率放大器。从而 SC-FDE 系统的训练帧要求不能有太大的 PAPR。

(2) 采用 LS 算法进行信道估计时, 训练帧的频域 PAPR 不能太大。根据第4节的分析, 频域的 PAPR 会使估计精度恶化。因为 SC-FDE 的普通数据帧在频域存在较大的 PAPR, 不能作为 SC-FDE 的训练帧。

事实上, 存在时域和频域 PAPR 都较小的序列, Newmann 在 1965 年提出的一种序列<sup>[7]</sup>就满足该条件。该序列在时域和频域均具有较小的 PAPR, 并且在频域抽样点上可以取得恒定的复包络。如果用 Newmann 序列作为 LS 信道估计算法的训练帧, 则根据式(7)等号成立的条件, 此时估计结果的 MSE 可达到第4节中给出的性能界, 后面的仿真结果也验证了这一点。

Newmann 序列的产生方法如下:

频域抽样点的幅度可以设为某一个固定值, 相位由下式确定:

$$\theta = \pi k^2 / N \quad (8)$$

其中  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$  为子载波序号,  $N$  为 FFT/IFFT 长度。

图4给出了 Newmann 序列实部和虚部的时域信号波形, 该序列通过直接对 Newmann 序列的时域信号做滚降系数为 0 的波形形成得到。从图中看到, Newmann 序列时域波形的实部和虚部均具有较小的 PAPR。通过仿真可以得到, Newmann 序列时域波形实部的 PAPR 为 6.3746dB, 虚部为 6.9409dB。而 16QAM 信号在经过滚降系数为 0 的波形形成之后, 时域波形实部的 PAPR 为 6.4865dB, 虚部为 6.5050dB。由此可见, Newmann 序列与普通数据帧的 PAPR 相近, 所以对功率放大器的线性范围没有额外的要求。

由于采用 CP 作为保护间隔, 会有一部分信号被复制到训练帧的前面作为保护间隔, 从而造成一定的能量损失, 所以从这种意义上来说 Newmann 不是最优的训练帧。但是我们知道, 一般功率放大器是受信号时域幅度限制的, 同时训练帧信号的发射功率还受到一些标准规定的辐射限度制约,

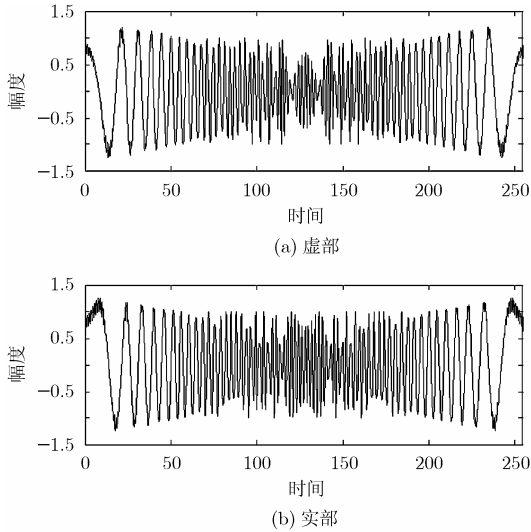


图 4 Newmann 序列的时域信号波形

所以采用 Newmann 序列作为训练帧仅仅造成一定的能量损失,并不影响估计精度,并且由于 Newmann 序列易于实现,所以我们认为,它是一种适合于工程应用的训练帧。

### 6 仿真结果

在本节中,我们对 SC-FDE 系统不同的训练帧进行了仿真,最后给出了估计精度的 MSE 和误码率性能。仿真中采用了 SUI-5 信道模型<sup>[8]</sup>的两个样本,分别为有深衰点和无深衰点的样本,它们的单位冲击响应分别为

$$\text{无深衰点样本: } h = (-0.1990 + 0.9038i)\delta(n) + (0.0893 - 0.3266i)\delta(n - 10) + (0.0986 - 0.1384i)\delta(n - 20)$$

$$\text{有深衰点样本: } h = (0.7375 + 0.2973i)\delta(n) + (0.3252 - 0.3440i)\delta(n - 10) + (0.3765 - 0.0429i)\delta(n - 20)$$

SC-FDE 系统采用 256 点的 FFT/IFFT 运算,CP 占数据信号长度的 1/8,发射机的发送速率为 10M symbol/s,噪声为加性高斯白噪声,估计方法为 LS 算法,均衡采用 MMSE 均衡算法。

我们知道,信道的冲击响应的能量集中在前面若干径,并且一般能保证 CP 的长度大于信道冲击响应的长度,所以可以将频域的估计结果变换到时域,取出前面长度为  $G$  数据(假设 CP 长度为  $G$ ),而将其余部分置零,然后变换回频域。通过这些处理可以有效地抑制噪声能量,这种操作称为降噪处理。由式(2),式(3)可知,经降噪处理后,信道特性估计值中加性噪声的能量变为原来的  $G/N$ ,从而可获得  $10\log_2(N/G)$  dB 的处理增益。

在图 5 的仿真中没有采用降噪处理,若采用降噪处理可获得 9dB 的处理增益。从图 5 中可以看到,采用 Newmann 序列可以达到理论 MSE 界;而采用 QPSK, 16QAM, 64QAM 具有相同的性能,这也与第 3 节中关于 SC-FDE 信号频域复包络分布的分析相一致。

在图 5 的仿真中,由于随机生成的数据帧有时频域幅度

会接近于真零造成估计结果很差,因此在仿真中如果遇到数据帧的频域幅度小于 0.1,我们就把幅度设为 0.1,这样得到的效果要远好于实际估计的结果。但我们看到,即使这样修正以后,采用随机数据帧作为训练帧的估计精度还是不高。

图 6 和图 7 给出了在有深衰点的情况下,采用 Newmann 序列作为训练帧估计出频域信道特性后采用 MMSE 均衡算法得到的误码率曲线,调制方式为 16QAM,并与采用实际信道特性做均衡(假设信道的传输函数已知)的结果进行了比较。结果表明,采用 Newmann 序列估计出的信道特性经过降噪处理后的精度已经完全可以满足系统对信道估计精度的要求,其误码性能非常接近采用实际信道传输特性进行均衡的结果。因此,单纯采用提高信道估计精度的办法很难进一步改善系统的误码性能。所以,我们说 Newmann 序列是一种非常合适的训练帧。

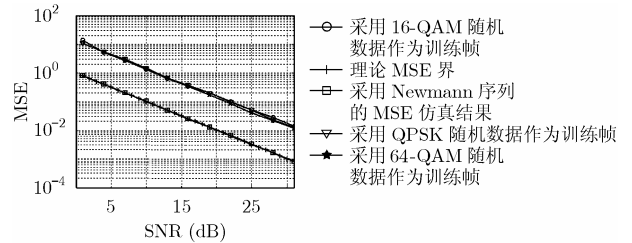


图 5 SC-FDE 系统不同训练帧 LS 信道估计的 MSE 比较

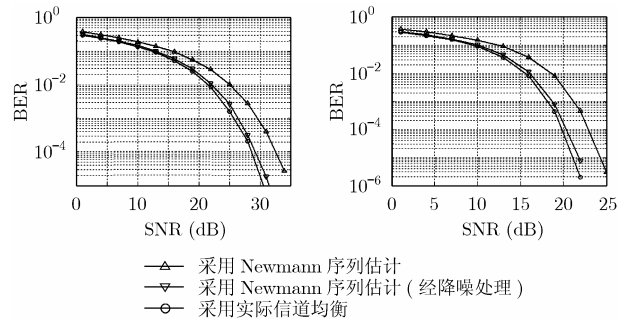


图 6 有深衰点信道模型中的误码性能比较

图 7 无深衰点信道模型中的误码性能比较

### 7 结束语

本文分析了 SC-FDE 信号的特点,并指出了不能用普通的 SC-FDE 数据帧做为训练帧进行 LS 信道估计的原因。文中指出 SC-FDE 系统的 LS 信道估计的训练帧要求时域和频域都比较平坦,从理论上得出了基于训练帧的 LS 信道估计的 MSE 性能界,并指出采用 Newmann 序列作为训练帧进行 LS 信道估计可以达到这个性能界。因此,在不考虑 CP 能量损失的情况下,Newmann 序列是进行 LS 信道估计的一种最优训练帧。通过分析和仿真我们发现,采用该训练帧的估计结果并经降噪处理后再进行 MMSE 均衡得到的误码率与采用实际信道特性进行 MMSE 均衡的结果相差不到 1dB,因此我们说 Newmann 序列是一种适合于 SC-FDE 系统的 LS 信道估计训练帧。

## 参 考 文 献

- [1] Kou Y, Lu Wu-Sheng, and Antoniou. A new peak-to-average power-ratio reduction algorithms for multicarrier communications. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 2004, 51(9): 1790–1800.
- [2] Zhou Shi-dong and Shi Ting-ting. A novel pilot assisted channel estimation method for single-carrier systems. *IEEE PIMRC'03*, 2003, Beijing. vol. 2: 1924–1928.
- [3] Sari H, Karam G, and Jeanclaud I. Frequency-domain equalization of mobile radio and terrestrial broadcast channels. *GLOBECOM '94*, 1994, San Francisco, vol.1: 1–5.
- [4] D Falconer. White Paper: Frequency Domain Equalization for Single-Carrier Broadband Wireless Systems. <http://www.sce.carleton.ca/bbw/papers/whitepaper2.pdf>
- [5] D Falconer. Frequency domain equalization for singer-carrier broadband wireless systems. *IEEE Communication Magazines*, 2002, 40(4): 58–661.
- [6] Zeng Yong-hong and Tung Sang Ng. Pilot cyclic prefixed single carrier communication: channel estimation and equalization. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(1): 56–59.
- [7] D J Newmann. An L1 extremal problem for polynomials. *Proc. Amer. Math. Soc.*, Dec.1965, vol.16: 1287–1290.
- [8] IEEE 802.16.3c-01/79: Channel models for 30km and 50km range. <http://grouper.ieee.org/groups/802/16/meetings/mtg15/docs.html>
- 杜 岩: 男, 1966 年生, 副教授, 目前感兴趣的研究方向为宽带无线通信、特别是物理层信号处理的理论和技术。
- 张永生: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为图像通信。
- 王新征: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为宽带无线通信。