

基于多相扩频码的 MC-CDMA 信号峰平比抑制方法研究

张琛 付耀文 张尔扬

(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘要: 降低信号峰平比(PAPR)是多载波码分多址(MC-CDMA)系统的关键技术之一。该文推导了基于正交互补扩频码的 MC-CDMA 信号 PAPR 关系式;基于多相脉压码构造了可用于 MC-CDMA 系统的多相脉压扩频码集合;证明了多相脉压扩频码即为正交互补扩频码。仿真结果表明,各种输入信息调制方式下,大部分多相脉压扩频码比常用扩频码能进一步降低信号的 PAPR,其中多电平调制方式下多相脉压扩频码的 PAPR 性能更优;在不同用户数情况下,多相脉压扩频码都是 MC-CDMA 系统扩频码的一个很好选择。

关键词: 多载波码分多址;峰平比;多相扩频码

中图分类号: TN914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)10-2431-05

Reducing the Peak-to-Average Power Ratio of MC-CDMA Signal Using Polyphase Spreading Codes

Zhang Chen Fu Yao-wen Zhang Er-yang

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Reducing the Peak-to-Average Power Ratio(PAPR) is one of the key technologies in MC-CDMA system. This paper derived the PAPR properties of MC-CDMA signal using orthogonal complementary spreading codes, constructed the polyphase spreading codes for MC-CDMA system using the polyphase pulse compression codes, and proved that they belonged to orthogonal complementary codes. The simulation results showed that under various modulation schemes, most polyphase pulse compression spreading codes could reduce PAPR when compared to traditional codes, especially under the multiple level modulation schemes and in different user number cases, polyphase spreading codes are good choices for MC-CDMA system.

Key words: MC-CDMA; Peak-to-Average Power Ratio(PAPR); Polyphase spreading codes

1 引言

多载波码分多址(MC-CDMA)技术由于结合了正交频分复用(OFDM)技术并行传输的优点,克服了码分多址(CDMA)技术在传输高速宽带信号时所面临的严重码间干扰和频率选择性衰落等问题,从而提高了无线通信系统的数据传输速率和抗多径衰落能力^[1]。MC-CDMA是第四代移动通信系统备受关注的技术之一。但MC-CDMA信号包络在符号周期内起伏较大,呈现出较高的峰平比(PAPR)。高PAPR的信号通过前端功放时,为了避免信号的非线性失真与带外频谱再生,需要功放具有大的线性范围从而导致功放效率降低。这个问题已经成为影响MC-CDMA技术实用化的一大障碍。

目前降低MC-CDMA信号PAPR的方法有选择性映射(SLM)^[2]、部分传输序列(PTS)^[3]、子载波加扰^[4]、优选扩频码^[5-10]等。其中优选扩频码充分利用了MC-CDMA信号的本身特点,与其它方法相比,在不增加系统复杂度的基础上能有效解决PAPR问题。一般地,优选扩频码降低PAPR可通过两个途径实现:一是在MC-CDMA系统中常用Walsh码、

正交Golay码等的基础上,研究扩频码的选择、分配、组合等优化机制^[5-7]使PAPR得到抑制,这些方法的计算量通常很大;二是直接采用具有优良特性的扩频码使信号PAPR较低,这方面近几年的研究成果如文献[8]提出的2或4用户互补码,文献[9]提出的VC正交码,文献[10]提出的可变码等,这些方法简单直接。本文就着眼于优选扩频码的第二类方法,从Choi B-J在文献[11]中证明的MC-CDMA信号PAPR与输入信息和扩频码相关函数间关系式出发,推导了基于正交互补扩频码的MC-CDMA信号PAPR上界,鉴于多相脉压压缩码良好的相关特性,设计了可用于MC-CDMA系统的正交互补多相扩频码以改善信号的PAPR。最后通过Monte-Carlo仿真实验进行了性能分析和比较。

2 系统模型

MC-CDMA系统有多种形式,在此采用文献[11]中的同步传输模型,发射端原理图如图1所示。系统将频带分割成 N 个彼此正交的并行子载波信道, $1/T_s$ 是各个子载波的频率间隔(其中 T_s 是用户信息的符号间隔)。系统为每个用户分配一个长度为 N 的扩频码 $\mathbf{c}_l = \{c_{l,n}\} (l = 1, 2, \dots, L, n = 0, 1, \dots, N-1)$,扩频码采用恒幅序列,即 $|c_{l,n}| = 1$ 。若当前第 l

位用户发送的数据是 b_l ，该数据首先被复制成 N 份，分别乘以该用户扩频码 c_l 的各码片，得到 N 个乘积 $b_l c_{l,n} (n = 0, 1, \dots, N-1)$ ，再将各用户的 $b_l c_{l,n} (l = 1, 2, \dots, L)$ 相加后经过 IFFT 调制到 N 个子载波上，最后通过 D/A 生成 MC-CDMA 信号的同相和正交分量发送。在 MC-CDMA 系统中，不同用户的扩频码彼此保持正交，满足 $\sum_{n=0}^{N-1} c_{l,n} c_{j,n}^* = N \delta_{l,j}$ (“*”代表复共轭， $\delta_{l,j}$ 为 Dirac 函数)，扩频码的每个码片都对应于正交子载波集合中的一个相应子载波频率，扩频码片间隔与数据符号周期 T_s 相等，任何一个数据都通过所有的子载波发送。

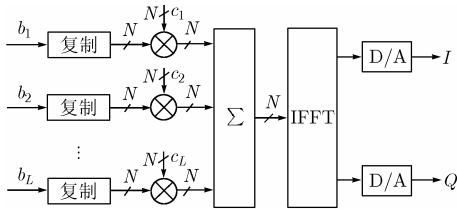


图 1 MC-CDMA 系统发射端原理图

3 信号 PAPR 和扩频码的关系

L 用户 MC-CDMA 等效基带信号表示如下：

$$s(t) = \sum_{l=1}^L s_l(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^L \sum_{n=0}^{N-1} b_l c_{l,n} e^{j2\pi n t / T_s}, \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1)$$

其中 $s_l(t)$ 代表第 l 用户的等效基带信号：

$$s_l(t) = \frac{b_l}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} c_{l,n} e^{j2\pi n t / T_s}, \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (2)$$

令 $d_n = \sum_{l=1}^L b_l c_{l,n}$ ， $s(t)$ 的包络平方可以表示为

$$|s(t)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |d_n|^2 + \frac{2}{N} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-n-1} d_i d_{i+n}^* e^{j2\pi n t / T_s} \right\} \quad (3)$$

式(3)中等号右边第一项等于 $s(t)$ 的平均功率 $E_{0 \leq t \leq T_s} [|s(t)|^2]$ 。

式(3)可进一步写为

$$|s(t)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |d_n|^2 + \frac{2}{N} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{N-1} [A(n) + X(n)] e^{j2\pi n t / T_s} \right\} \quad (4)$$

其中 $A(n)$ 和 $X(n)$ 分别为扩频码组合自相关函数，输入信息与扩频码组合互相关函数：

$$A(n) = \sum_{l=1}^L A_n^l \quad (5)$$

$$X(n) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1, k \neq l}^L b_l b_k^* X_n^{l,k} \quad (6)$$

其中 A_n^l 为第 l 扩频码的非周期自相关函数、 $X_n^{l,k}$ 为第 l 和第 k 扩频码的非周期互相关函数：

$$A_n^l = \sum_{i=0}^{N-n-1} c_{l,i} c_{l,i+n}^* \quad (7)$$

$$X_n^{l,k} = \sum_{i=0}^{N-n-1} c_{l,i} c_{k,i+n}^* \quad (8)$$

信号 $s(t)$ 的 PAPR 定义如下：

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |s(t)|^2}{E_{0 \leq t \leq T_s} [|s(t)|^2]} \quad (9)$$

由于对于任意的复数 z ，有 $\operatorname{Re}(z) \leq |z|$ ， $|\sum z| \leq \sum |z|$ ，把式(4)代入式(9)，PAPR 满足下式：

$$\begin{aligned} \text{PAPR} &\leq 1 + \frac{2}{N \cdot E [|s(t)|^2]} \left| \sum_{n=1}^{N-1} [A(n) + X(n)] e^{j2\pi n t / T_s} \right| \\ &\leq 1 + \frac{2}{N \cdot E [|s(t)|^2]} \sum_{n=1}^{N-1} |A(n) + X(n)| \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)表明在调制方式一定情况下，MC-CDMA 信号的 PAPR 最大值既取决于扩频码组合自相关函数，又取决于扩频码与输入信息组合互相关函数。

若 L 用户 MC-CDMA 系统采用互补扩频码，由于 $A(n) = 0 (n \neq 0)$ ，式(10)写为

$$\begin{aligned} \text{PAPR} &\leq 1 + \frac{2}{N \cdot E [|s(t)|^2]} \left| \sum_{n=1}^{N-1} X(n) e^{j2\pi n t / T_s} \right| \\ &\leq 1 + \frac{2}{N \cdot E [|s(t)|^2]} \sum_{n=1}^{N-1} |X(n)| \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)说明采用互补扩频码的 MC-CDMA 信号的 PAPR 仅取决于扩频码与输入信息组合互相关函数。

特别地，对于 MPSK 输入信息， $s(t)$ 的平均功率等于：

$$E [|s(t)|^2] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |d_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{l=1}^L b_l c_{l,n} \right) \left(\sum_{l=1}^L b_l^* c_{l,n}^* \right) = L \quad (12)$$

式(10)可化简为

$$\text{PAPR} \leq 1 + \frac{2}{NL} \sum_{n=1}^{N-1} |A(n) + X(n)| \quad (13)$$

式(11)可化简为

$$\text{PAPR} \leq 1 + \frac{2}{NL} \sum_{n=1}^{N-1} |X(n)| \quad (14)$$

4 正交多相脉压扩频码

现代雷达普遍采用脉冲压缩技术解决作用距离与距离分辨率之间的矛盾。使用较多的脉压信号有线性调频(LFM)信号、非线性调频(NLFM)信号、相位编码信号^[12]。其中相位编码分为二相编码和多相编码，后者采用的多相脉压码通常有 Frank 码、P 码等，它们具有良好的伪随机性、非周期自相关特性，且数目多，易用数字方式产生和实现，一直受到人们的重视。

4.1 扩展的 Frank(EF)扩频码

Frank 码是最经典的一类多相脉压码，它是阶梯线性调频波的零中频按 Nyquist 频率采样相位得到的复相位码^[13]。这里引入扩展的 Frank(EF)码。设 M 为正整数，取单位圆的

M 次本原根 $\xi = \exp(j2\pi p/M)$, 其中 $(p, M) = 1$, 作下列阵列:

$$\mathbf{EF} = \begin{bmatrix} \xi^0 & \xi^0 & \xi^0 & \dots & \xi^0 \\ \xi^0 & \xi^1 & \xi^2 & \dots & \xi^{(N-1)} \\ \xi^0 & \xi^2 & \xi^4 & \dots & \xi^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi^0 & \xi^{(M-1)} & \xi^{2(M-1)} & \dots & \xi^{(N-1)(M-1)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中 $\xi^M = \xi^0 = 1$ 。 \mathbf{EF} 称为扩展的Frank矩阵, 当 $M = N$ 时, \mathbf{EF} 即为Frank矩阵。 \mathbf{EF} 按行依次串行级联就得到长为 MN 的EF码。

取 $p = 1$, 基于 \mathbf{EF} 矩阵的 M 个 N 位多相EF扩频码定义如下:

$$c_{m,n} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{M}(m-1)(n-1)\right\}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N \quad (16)$$

值得注意的是, 式(16)定义的是扩频码集合, 每个扩频码不同于一般的多相脉压码, 它们级联起来才是EF码。

4.2 P扩频码

P码四种形式, 分别定义为P1, P2, P3, P4码^[14,15]。

P1码是将本振频率取为阶梯线性调频波中间的一个频率解调后按Nyquist采样率采样相位而得到的, 其相位相对中心对称。P2码的相位不但相对中心对称, 而且每组相位相对于零相位也对称。P3码和P4码则由对线性调频波形以Nyquist频率采样后导出, 二者不同的是P3码本振频率是线性调频波的最低频率, 而P4码则取线性调频波的中心频率。

EF码和P码都是对线性调频信号采样相位得到的, EF码可通过 \mathbf{EF} 矩阵定义, P码同样也可用 \mathbf{P} 矩阵定义。基于 \mathbf{P} 矩阵的 N 个 N 位多相P扩频码定义如下:

(1) P1:

$$c_{m,n} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{N}(m-1)(n-1) - j\frac{\pi}{N}(N-1)(n-1) + j\frac{\pi}{2}[1+(-1)^m]\right\}, 1 \leq m, n \leq N \quad (17)$$

其中 N 为偶数。当 N 为奇数时, 可将 Frank 矩阵各行重新排列得到。

(2) P2:

$$c_{m,n} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{N}(m-1)(n-1) - j\frac{\pi}{N}(N-1)(n-1) + j\frac{\pi}{N}(N-1)(m-1) + j\frac{\pi}{2N}(N-1)^2\right\}, 1 \leq m, n \leq N \quad (18)$$

其中 N 为偶数。

(3) P3:

$$c_{m,n} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{N}(m-1)(n-1) + j\frac{\pi}{N^2}(N-1)(n-1)^2 + j\frac{\pi}{2}[1+(-1)^m]\right\}, 1 \leq m, n \leq N \quad (19)$$

(4) P4: $\mathbf{P3}$ 矩阵各行的重新排列。

同样地, 上面各式定义的是扩频码集合, 不同于P码。

4.3 性质

从多相脉压扩频码的构造方式出发, 得到扩频码集合的以下性质:

(1)均为恒幅扩频码, 即 $|c_{m,n}| = 1$ 。

(2)均为互补码集合。

证明 以P2扩频码为例, $\mathbf{P2}$ 矩阵第 k 列和第 l 列的内积为

$$\begin{aligned} R_{k,l} &= \sum_{m=1}^N c_{m,k} c_{m,l}^* = \sum_{m=1}^N \exp\left\{j\frac{2\pi}{N}(m-1)(k-1) - j\frac{\pi}{N}(N-1) \cdot (k-1) + j\frac{\pi}{N}(N-1)(m-1) + j\frac{\pi}{2N}(N-1)^2\right\} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-j\frac{2\pi}{N}(m-1)(l-1) + j\frac{\pi}{N}(N-1)(l-1) - j\frac{\pi}{N}(N-1)(m-1) - j\frac{\pi}{2N}(N-1)^2\right\} \\ &= \sum_{m=1}^N \exp\left\{j\frac{2\pi}{N}(m-1) - j\frac{\pi}{N}(N-1)\right\}(k-l) \\ &= \exp\left[-j\frac{\pi}{N}(N-1)(k-l)\right] \cdot \frac{1 - \exp[j2\pi(k-l)]}{1 - \exp\left[j\frac{2\pi}{N}(k-l)\right]} \end{aligned} \quad (20)$$

由于 $k \neq l, 1 \leq k, l \leq N$, 所以上式等于 0。式(20)表明 $\mathbf{P2}$ 矩阵是列正交的。互补码集合的充分条件之一是码矩阵列正交^[16], 因此得证。

(3)除了 $M > N$ 时的EF扩频码, 其它均为正交码集合。证明方法与(2)类似。

(4)同集合不同扩频码信号是整数倍采样间隔的时延信号。

第 l 个扩频码信号为

$$c_l(t) = \sum_{n=0}^{N-1} c_{l,n} e^{j2\pi n t / T_s}, 0 \leq t \leq T_s \quad (21)$$

图2所示为3个EF扩频码信号的实部, 其中 $M = N = 16$ 。它们之间的间隔为整数倍采样时间。

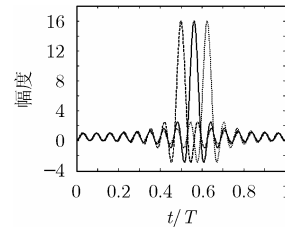


图2 MC-CDMA系统多相扩频码信号

(5)当 $M > N$ 时, \mathbf{EF} 矩阵不满足各行正交的条件, 因此不采用; 当 $M = N$ 时, MC-CDMA 系统可支持的用户数为 N ; 当 $M < N$, 且 $N = \lambda M$ (λ 为任意正整数)时, MC-CDMA 系统可支持的用户数为 M 。

5 仿真结果

子载波数 $N = 64$ ，图 3 为基于 EF 和 P 扩频码的 MC-CDMA 信号 PAPR 的互补累积分布函数(CCDFF)的 Monte-Carlo 仿真结果。CCDF 定义为信号 PAPR 值大于某门限的概率，即 $CCDF(\gamma) = \Pr(\text{PAPR} > \gamma)$ 。其中采用 EF 扩频码的 MC-CDMA 系统用户数 L 分别为 64、32，采用 P 扩频码的用户数为 64。作为对比，图 3 还给出了基于 Walsh、正交 Gold(OGold)、正交 Golay(OGolay)码的仿真结果。图 3(a)的输入信息为 BPSK 数据，图 3(b)的输入信息为 16QAM 数据。从图 3 可以看到，输入信息调制方式不同，扩频码的 PAPR 性能也不同。BPSK 调制下，P3 码的性能和 OGold、OGolay 码相近，它们较 Walsh 码性能要差，其余几种多相脉压扩频码在 10^{-3} 处的 PAPR 值比 Walsh 码要小，P2 码小 1dB，32 用户数下的 EF 码小 4dB。多电平调制下，P3 码在 10^{-3} 处的 PAPR 值比 OGold、OGolay 码要小 1dB，其余几种多相脉压扩频码的 PAPR 性能仍然比 Walsh 码优越。相同用户数时，EF、P1、P2 码的 PAPR 性能相近。因此，在满负荷 MC-CDMA 系统中，大部分多相脉压扩频码的 PAPR 性能比常用扩频码要好，其中以多电平调制方式下性能优越。

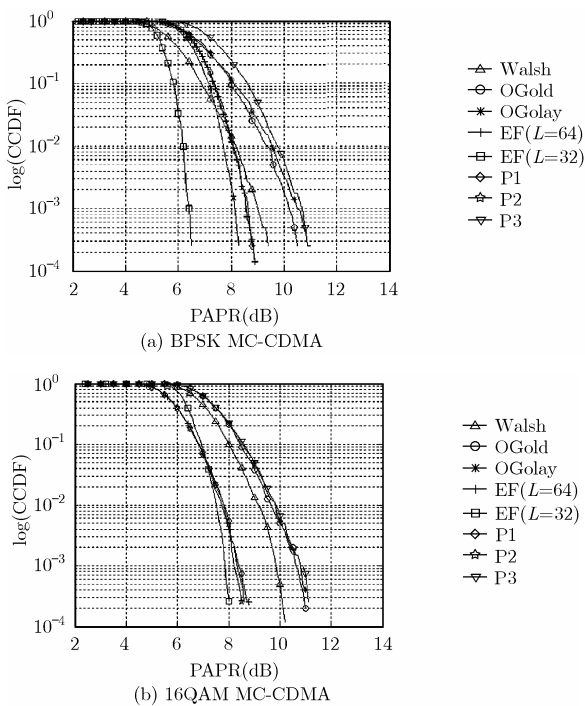


图 3 MC-CDMA 信号 PAPR 的 CCDF($N=64$)

用户数 L 取不同值时，图 4 为上述扩频码对应的 MC-CDMA 信号 PAPR 最大值。其中输入信息为 BPSK 数据，子载波数 $N = 64$ ，PAPR 最大值为 $\Pr(\text{PAPR} \geq \text{PAPR}_0) = 10^{-3}$ 中的 PAPR_0 。从图 4 可看出，当用户数较少时，EF、P1、P2 和 Walsh 码的 PAPR 最大值都较大，高于 12dB，OGold 码次之，P3 码与 OGolay 码的 PAPR 最大值不超过

10dB；随用户数增多，Walsh、EF、P1、P2 码的 PAPR 最大值是减小的，最明显的是 32 用户的 EF 码，在其满负荷处下降到 6dB 左右，OGold 码变化不大，OGolay 和 P3 码的 PAPR 最大值是增大的，最差情况比其它扩频码最好情况大 2dB 左右。因此，在基于多相扩频码的 MC-CDMA 系统中，P3 码是用户数较少情况下的较优选择方案，EF、P1、P2 码是用户数较多情况下的较优选择方案。

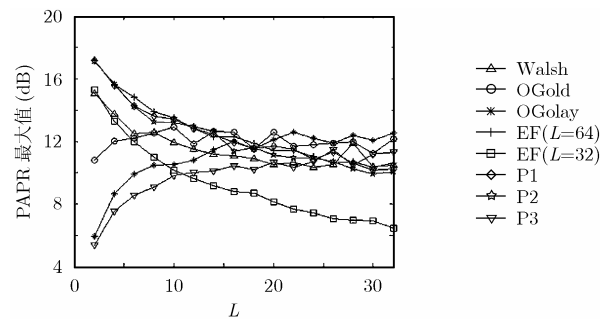


图 4 MC-CDMA 信号 PAPR 最大值($N=64$)

6 结论

MC-CDMA 系统的扩频码要求具有较低的互相关值，尖锐的自相关值和较低 PAPR，同时还要有足够的数量以区分用户，因此寻找好的 MC-CDMA 扩频码是比较困难的。本文利用多相脉压码的伪随机性、良好自相关性和易于数字实现等特点，构造了多用户 MC-CDMA 系统的多相脉压扩频码集合，并证明了它们为正交互补扩频码。研究结果说明，在不同调制方式、不同用户 MC-CDMA 系统中，多相脉压扩频码都不失为 MC-CDMA 系统扩频码的一个很好选择。

参考文献

- [1] Hara S and Prasad R. Overview of multicarrier CDMA[J]. *IEEE Communications Magazine*, 1997, 35(12): 126-133.
- [2] Ohkubo N and Ohtsuki T. A peak to average power ratio reduction of multicarrier CDMA using selected mapping[A]. *IEEE 56th Vehicular Technology Conference*, Tokyo, Japan, 2002, 4: 2086-2090.
- [3] Jitapunkul S and Wutthipornpong K, *et al.* Peak to average power ratio reduction in MC-CDMA using partial transmit sequences[A]. *Wireless Telecommunications Symposium*, Bangkok, Thailand, 2004: 3-8.
- [4] Choi K and Kang K, *et al.* Peak power reduction scheme based on subcarrier scrambling for MC-CDMA systems[A]. *IEE Proceedings-Communications*, Gyeongsangbuk, South Korea, 2004, 151(1): 39-43.
- [5] Fujii T and Nakagawa M. Code selecting peak power reduction for MC-CDMA[A]. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Yokohama, Japan, 2002, 1: 482-486.

- [6] Hathi N and Darwazeh I, *et al.*. Peak-to-average ratio performance comparison of different spreading code allocation strategies for MC-CDMA and MC-DS-CDMA[J]. *Electronics Letters*, 2002, 38(20): 1219-1220.
- [7] Kunseok K and Kweonhue C, *et al.*. Reduced search for optimum code sets to reduce PAPR in MC-CDMA system[A]. The 5th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, South Korea, 2002, 1: 135-139.
- [8] Choi B J and Hanzo L. Crest factors of complementary-sequence-based multicode MC-CDMA signals[J]. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2003, 2(6): 1114-1119.
- [9] Pogossova E and Egiazarian K, *et al.*. Spreading sequences for downlink MC-CDMA transmission[A]. IEEE 60th Vehicular Technology Conference, Finland, 2004, 7: 4859-4863.
- [10] Myeong H C and Seong J L, *et al.*. A study on the PAPR using variable code sets (VCS) in multi-user MC-CDMA system[A]. IEEE 60th Vehicular Technology Conference, Gyeongsangbuk, South Korea, 2004, 5: 3448-3451.
- [11] Choi B J and Kuan E L, *et al.*. Crest-factor study of MC-CDMA and OFDM[A]. IEEE 50th Vehicular Technology Conference, UK, 1999, 1: 233-237.
- [12] 林茂庸, 柯有安. 雷达信号理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1984: 第6章, 第7章.
- [13] Frank R L. Polyphase codes with good nonperiodic correlation properties[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1963, 9(6): 43-45.
- [14] Lewis B L and Kretschmer F F Jr. A new class of polyphase pulse compression codes and techniques[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1981, AES-17(3): 364-372.
- [15] Lewis B L and Kretschmer F F Jr. Linear frequency modulation derived polyphase pulse compression codes[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1982, AES-18(5): 637-641.
- [16] Kretschmer F F Jr and Karl G. Low sidelobe radar waveforms derived from orthogonal matrices[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*. 1991, 27(1): 92-102.
- 张琛: 女, 1978年生, 博士生, 研究方向为高速数据传输、空间通信.
- 付耀文: 男, 1976年生, 副教授, 研究方向为信号处理、信息融合.
- 张尔扬: 男, 1941年生, 教授、博士生导师, 研究方向为通信对抗、雷达信号模拟、卫星通信.