

刘天佑,杨宇山,李媛媛等. 大型积分方程降阶解法与重力资料曲面延拓. 地球物理学报, 2007, 50(1): 290~296

Liu T Y, Yang Y S, Li Y Y, et al. The order-depression solution for large-scale integral equation and its application in the reduction of gravity data to a horizontal plane. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, 50(1): 290~296

大型积分方程降阶解法与重力资料曲面延拓

刘天佑,杨宇山,李媛媛,冯 杰,吴小羊

中国地质大学(武汉), 武汉 430074

摘 要 分析了等效源曲面延拓方法积分方程核函数的自相似性、冗余性,根据 Fredholm 积分方程核函数特征,提出了一种小波余弦非线性阈值压缩算法,实现了大型 Fredholm 积分方程的降阶,使得 Bhattacharyya 等(1977 年)提出的等效源曲面延拓方法能够处理大面积、大数据量的资料. 理论模型结果表明,当压缩比为 40.5% 时硬阈值压缩方法的曲面延拓可以达到很高的精度,当压缩比为 81.1% 时,硬阈值压缩方法精度降低,而采用我们提出的余弦非线性阈值可以明显提高曲面延拓的精度. 将硬阈值、软阈值和非线性阈值压缩三种不同方法用于川东北气田 MT-1 线资料的处理,当压缩比达 79% 时,三种不同方法曲化平结果都可以达到很好的效果,但非线性阈值压缩的曲化平结果失真最小,它能够客观地反映杨家河局部隆起,为在该区寻找与油气有关的局部构造提供重要依据.

关键词 重力,曲面延拓, Fredholm 积分方程,自相似性,冗余性,小波压缩,非线性阈值

文章编号 0001-5733(2007)01-0290-07

中图分类号 P223

收稿日期 2006-02-15, 2006-09-23 收修定稿

The order-depression solution for large-scale integral equation and its application in the reduction of gravity data to a horizontal plane

LIU Tian-You, YANG Yu-Shan, LI Yuan-Yuan, FENG Jie, WU Xiao-Yang

China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract In the equivalent source method used for continuation of potential field from an arbitrary surface, the kernel function of Fredholm equation shows self-similarity and redundancy. According to these characteristics, we adopted the wavelet compression algorithm with non-linear cosine threshold value to accomplish the order depression of the Fredholm equation. Thus the equivalent source method, put forward by Bhattacharyya in 1977, can deal with data from large area and with mass volume, which is hard to achieve before. Theoretical modeling indicates that, the hard threshold method obtains great accuracy when the compression ratio is 40.5%, while its accuracy decreases when the compression ratio is 81.1%. At this time, the nonlinear cosine threshold can improve the continuation accuracy obviously. At last, the hard threshold, soft threshold, and nonlinear threshold are used in the compression of line MT-1 data of northeast Sichuan gas field. Results indicate that, when the compression ratio is 79%, all the three methods can acquire good results. But the nonlinear threshold has the highest fidelity, which can provide important evidence in searching for local structures related with petroleum reservoir.

Keywords Gravity, Continuation of potential field on an arbitrary surface, Fredholm integral equation, Self-similarity, Redundancy, Wavelet compression, Nonlinear threshold

基金项目 国家自然科学基金项目(40374041)和高等学校博士学科点专项科研基金(20050491504)资助.

作者简介 刘天佑,1945年生,教授,博士生导师,从事地球物理勘探的教学与科研. E-mail:liuty@cug.edu.cn

1 引言

把起伏地形的重力异常换算到水平面也称曲面延拓或曲化平, Bhattacharyya^[1], Nakatsuka^[2], Hansen 与 Miyazaki et al.^[3] 利用位场理论将起伏地形的重力异常表示为单层或偶层形式的等效源, 再由此等效源计算空间某一平面上的重力场实现了曲面延拓. 等效源曲面延拓方法假设地形曲面下存在一个偶极层, 首先根据地形面上的实测重力异常确定等效偶层的偶极矩, 然后根据这个量来计算地形面以上空间任意一点的重力场. 由于等效偶层法要求解一个高阶的线性方程组, 无论是占用的内存空间还是计算所耗费的时间都是不容易实现的, 它无法处理大面积、大数据量的实际资料, 这是近十几年来等效源曲面延拓方法无法实用化的原因. 分析了等效源曲面延拓方法积分方程核函数的自相似性、冗余性, 根据 Fredholm 积分方程核函数特征, 利用小波非线性阈值压缩算法实现了大型 Fredholm 积分方程的降阶, 使得等效源曲面延拓方法能够处理大面积的数据, 其方法如下.

2 等效偶层法

2.1 方法原理

对于偶层位, 有^[1-8]

$$U(M) = \iint_S (p) \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{r} \right) ds, \quad (1)$$

式中 S 为偶层面, r 为计算点 $M(x, y, z)$ 到场源点 $P(, ,)$ 的距离, l 为偶极方向, (p) 为未知偶层的面密度. 若取偶层面为观测面以下某一深度的一个平面, 则上式可表示为

$$U(x, y, z) = \iint_A (,) \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{r} \right) d d, \quad (2)$$

式中 A 为 S 面在 o 平面的投影.

把区域 A 分为 p 个矩形单元, 每个单元 D_k 上, 待定函数 $L(, ,)$ 用线性或其他插值基函数 L 表示, 有

$$L(, ,) = \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (k, m, n) \cdot L(m, n, , ,). \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式, 有

$$U(x, y, z) = \sum_{k=1}^p L(, ,) \iint_k \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{r} \right) d d$$

$$= \sum_{k=1}^p \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (k, m, n) \times \left[\iint_k \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{r} \right) L(m, n, , ,) d d \right],$$

$$U(x, y, z) = \sum_{k=1}^p (k, m, n) G L(k, m, n), \quad (4)$$

未知参数 (k, m, n) 个数为 p , 观测值 $U(x, y, z)$ 个数为 mn . 对于(4)式, $mn \gg p$, 是一个矛盾方程, 可表示为

$$Gm = d. \quad (5)$$

利用最小二乘法, 把(5)式化为法方程, 得

$$G^T Gm = G^T d. \quad (6)$$

2.2 积分方程核函数的自相似性、冗余性

在分形几何中自相似性 (self-similarity) 指局部与整体在形状、结构或功能等方面是自相似的. 这种自相似性广泛存在于自然界和科学实验中, 如海岸线与地形地貌、河流与水系、云彩的边界、宇宙中星系与星团的分布等等. 自相似性是由各向同性的指数关系所确定的, 如^[9-11]:

$$V() \sim r^{-D}, \quad (7)$$

这里 v 是某种度量 (比如地球化学中的体积金属含量, μ), r 是度量尺度 (如体积半径), D 是分形维数. 广义地质学场 (温度场、流速场、浓度场、引力场等) 的许多场量在时间和空间上具有幂律分布 (power-law distribution), 幂律反映自相似性, 它是标度不变性 (scale invariance) 和分形 (fractal) 之源.

(1) 式中积分方程核函数 $\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{r} \right)$ (或 $\frac{Z}{r^3}$) 是一个以观测点与场源点距离 r 成反比 (或 r^3 成反比) 的函数, 位场函数在空间上的幂律特征反映了自相似性, 位场函数的自相似性表明它存在冗余信息, 可以用小波压缩方法实现位场函数的压缩.

图 1 是(6)式法方程的系数矩阵 $G^T G$ 的等值线图, 矩阵大小为 2000×2000 . 颜色深表示系数矩阵 $G^T G$ 中元素的数值大. 图 1a 表明, 法方程的系数矩阵 $G^T G$ 是带状稀疏矩阵, 对角线周围的函数值较大, 而其余部分则趋于零, 图 1b 是图 1a 的局部, 其自相似性十分明显, 类似于经典规则分形中的 Sierpinski 地毯.

3 小波压缩算法

根据小波多分辨分析思想, 尺度函数 $\phi(x)$ 和小

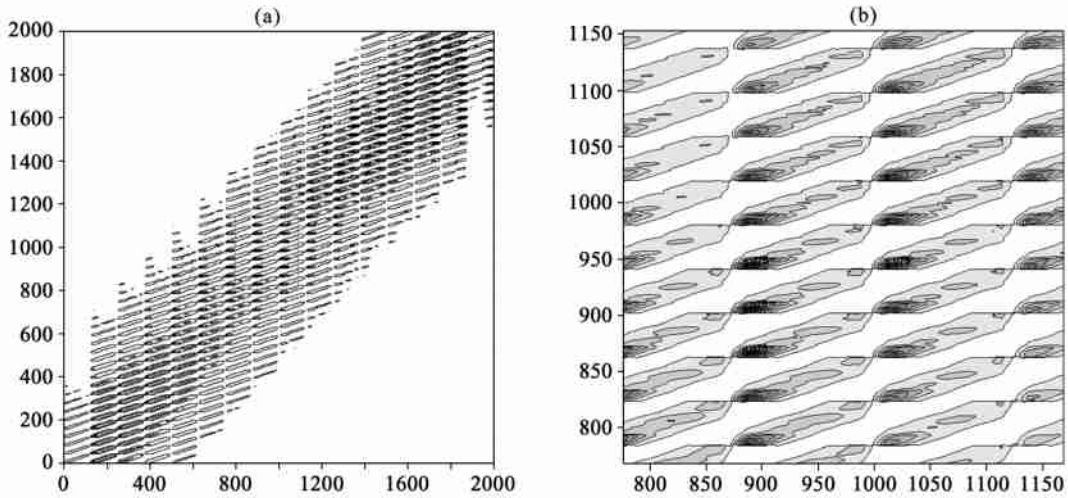


图 1 法方程的系数矩阵 $G^T G$ 的特征

图中纵横坐标为系数矩阵行列序号,无量纲;以重力资料曲化平为例,根据(5)式,右端项 d 的量纲为 m/s^2 ,左端未知向量 m 为等效偶层的面密度,量纲为 kg/m^2 ,则系数矩阵 G 的量纲为 $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$,法方程组系数矩阵 $G^T G$ 中等值线的单位应为 $(m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2})^2$,在实际计算中,只需考虑观测值 g 单位为 $10^{-5} m/s^2$,高程及点线距的单位为 m 或 km 即可。

Fig. 1 Characteristics of coefficient matrix $G^T G$

The x - and y -coordinate denote the non-dimensional sequence number of the rows and columns of the coefficient matrix. In equation (5), the dimension of the right item d is m/s^2 , while the dimension of left item m , the surface density of the equivalent dipole layer, is kg/m^2 . therefore, the dimension of the coefficient matrix G is $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$, and contour unit of $G^T G$ should be $(m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2})^2$. In actual calculation, the unit of observed value g is $10^{-5} m/s^2$, the elevation and point- and line-spacing is m or km .

波函数 $\phi(x)$ 可以由上一个尺度的尺度函数 $\phi(2x)$ 得出,即双尺度方程:

$$\begin{cases} \phi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h_k \phi(2x - k) \\ \psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} g_k \phi(2x - k) \end{cases}, k \in Z \quad (8)$$

h_k 和 g_k 称为正交镜像滤波器, h_k 为低通数字滤波器, g_k 为高通数字滤波器. 上式表明,尺度函数 $\phi(2x)$ 分别与 h_k 和 g_k 进行卷积运算后就可以得到下一个尺度的尺度函数和小波函数. 经(8)式运算后,其频带分为低频带部分的尺度函数 $\phi(x)$ 和高频带部分的小波函数 $\psi(x)$. 尺度函数 $\phi(x)$ 所代表的低频逼近部分包含了原始信号的大部分能量和主要变化趋势,小波函数 $\psi(x)$ 所代表的高频细节部分包含了原始信号的突变和奇异信息. 高频细节的小波系数除在信号的突变点和奇异点附近幅值较大外,在信号变化平缓的位置其幅值非常小甚至接近于零.

小波压缩算法对信号进行多尺度分解,保持低频系数不变,对每一层的高频系数都进行阈值量化处理,将绝对值低于阈值的高频系数作加权处理. 保留下来的低频系数和少量高频系数不但包含了原始信号的主要信息,而且大大减少了存储空间. 信

号的压缩比和保真度与阈值大小有关,阈值越大,压缩比越高,信号的失真率就越大;反之,信号的失真率减小,但压缩比减小.

根据小波压缩算法^[12],我们可以对(6)式两端的系数矩阵,未知参数向量与右端项进行压缩,这样可以大大降低方程组(6)式的阶数,达到方程组降阶求解的目的. 其过程如下:

对矩阵 G 按行进行小波变换: $\tilde{G} = GW^T$;

对向量 m 进行小波变换: $\tilde{m} = Wm$;

由小波变换性质 $WW^T = I$, I 为单位矩阵,则有

$$G = \tilde{G}W, G^T = W^T \tilde{G}^T, m = W^T \tilde{m}; \quad (9)$$

将(9)式代入(6)式,有

$$\tilde{G}^T \tilde{G} \tilde{m} = \tilde{G}^T d. \quad (10)$$

小波压缩算法在实际应用中通过设置阈值来实现,小波压缩的阈值设置分为硬阈值与软阈值两种方法. 硬阈值方法是保持低频小波系数不变,对高频小波系数按照给定阈值大小,把低于这个阈值的小波系数都用零代替,保持高于阈值的小波系数不变来达到压缩的目的:

$$W_f(a, b) = \begin{cases} W_f(a, b), & |W_f(a, b)| \geq t, \\ 0, & |W_f(a, b)| < t, \end{cases} \quad (11)$$

软阈值方法是把小于阈值的小波系数都设定为

零,而把大于阈值的小波系数都减去一个给定的数值:

$$W_f(a, b) = \begin{cases} W_f(a, b) - c, & |W_f(a, b)| > t, \\ 0, & |W_f(a, b)| < t. \end{cases} \quad (12)$$

由图 2 可以看出,硬阈值方法在 t 与 $-t$ 处存在着间断点,它会造成被压缩的系数矩阵重构失真;软阈值方法虽然没有间断点,但由于对小波系数作了加权,也会造成被压缩的小波系数矩阵重构失真.兼顾两种方法的优点,我们提出了一种余弦非线性

阈值方法,其做法是在硬阈值的间断点 t 与 $-t$ 处加了一个余弦衰减的函数,使得小波系数的衰减没有间断点,这样,被压缩的系数矩阵失真最小.本文采用的非线性阈值方法如下式所示:

$$W_f(a, b) = \begin{cases} W_f(a, b) & |W_f(a, b)| > t \\ |W_f(a, b)| \cdot \cos \frac{|W_f(a, b)| - t_0}{|t| - t_0} & |W_f(a, b)| < t \\ 0 & |W_f(a, b)| < t_0 \end{cases} \quad (13)$$

\cos 是在 $(|t|, |t_0|)$ 区间由 1 衰减到 0 的权函数.

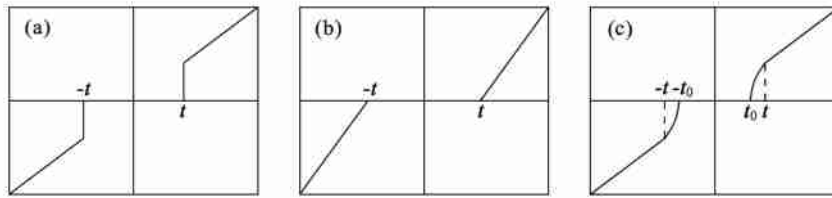


图 2 硬阈值(a)、软阈值(b)与非线性阈值(c)

图中横坐标是小波系数,纵坐标是小波系数的估计,根据前面的分析,小波系数的单位为系数矩阵 G 中元素的单位,即 $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.

Fig. 2 Hard threshold (a), soft threshold (b) and nonlinear threshold (c)

Where y -coordinate denotes the estimating value of wavelet coefficients and x -coordinate stands for the wavelet coefficients.

Based on the foregoing analysis, the unit of wavelet coefficients is the same as that of the elements in the coefficient matrix G .

4 理论模型与实例

球体模型,球体的中心坐标为(1000m,1000m,200m),如图 3a 所示起伏地形,51 条线,每条线 51 个点,点线距 40m,根据球体模型参数,按照图 3a 的起伏地形的观测点,用球体正演公式计算的结果如图 3b 所示.偶层面上的偶极子个数为 $15 \times 15 = 225$ 个,偶层面深度 200m,曲面延拓到 400m 高度.我们采用 Daubechies 一阶小波对 Fredholm 积分方程的系数矩阵进行压缩.

(1) 硬阈值方法

压缩比为 40.5% 和 81.1% 时曲面延拓的结果如图 3(c, d) 中实线所示,虚线是当观测平面在 400m 时的理论等值线.若不作小波压缩,对于上述的理论模型需要求解一个系数矩阵为 2500×225 的线性方程组,占用 4.5MB 的内存空间;小波压缩 81.1% 后只需约 0.9MB 的内存空间,而且系数矩阵为大型稀疏矩阵.压缩比为 40.5% 的结果具有很高的精度(图 3c),而压缩比为 81.1% 的结果(图 3d)数值较小的等值线有一定程度的失真.

(2) 非线性阈值方法

采用非线性阈值方法对上述模型进行处理, t ,

t_0 取 0.05 与 0.04(相当于硬阈值压缩 81.1%),计算结果如图 3e,在采用非线性阈值方法的结果中,数值较小的等值线失真程度得到明显的改善.

图 4 是对系数矩阵采用不同压缩比时的小波系数分布,系数矩阵大小为 2500×225 ,由于信息量太大,采用参考文献[13]的表示方式,用象点表示小波系数位置,用它的灰度表示小波系数的大小,灰度越深小波系数越大,白色为小波系数等于零.由图 4 可以看出,压缩比为 81.1% 较压缩比为 40.5% 的小波系数明显减少,但其分布都是呈条带状的稀疏矩阵,通过改变数据存储方式,还可以大量节省内存空间.

图 5 是川东北地区 MT-1 线综合剖面图,根据大地电磁测深与二维地震解释的构造剖面(图 5b),杨家河为局部隆起,但是在重力剖面图上由于该处是正地形(即山峰),重力效应减弱,并没有显示出明显的重力高(图 5a 中细实线).根据大地电磁测深与二维地震解释的构造以及邻区测井的物性资料,正演计算了重力异常曲线,曲面延拓的结果如图 5a 中虚线所示(根据物性资料取三叠系(T)与上覆地层密度为 $2.55g/cm^3$,二叠系(P)地层密度为 $2.60g/cm^3$,用二度半任意多边形截面棱柱体模型计算,再减去区域背景值),细实线是未压缩的曲面延拓结

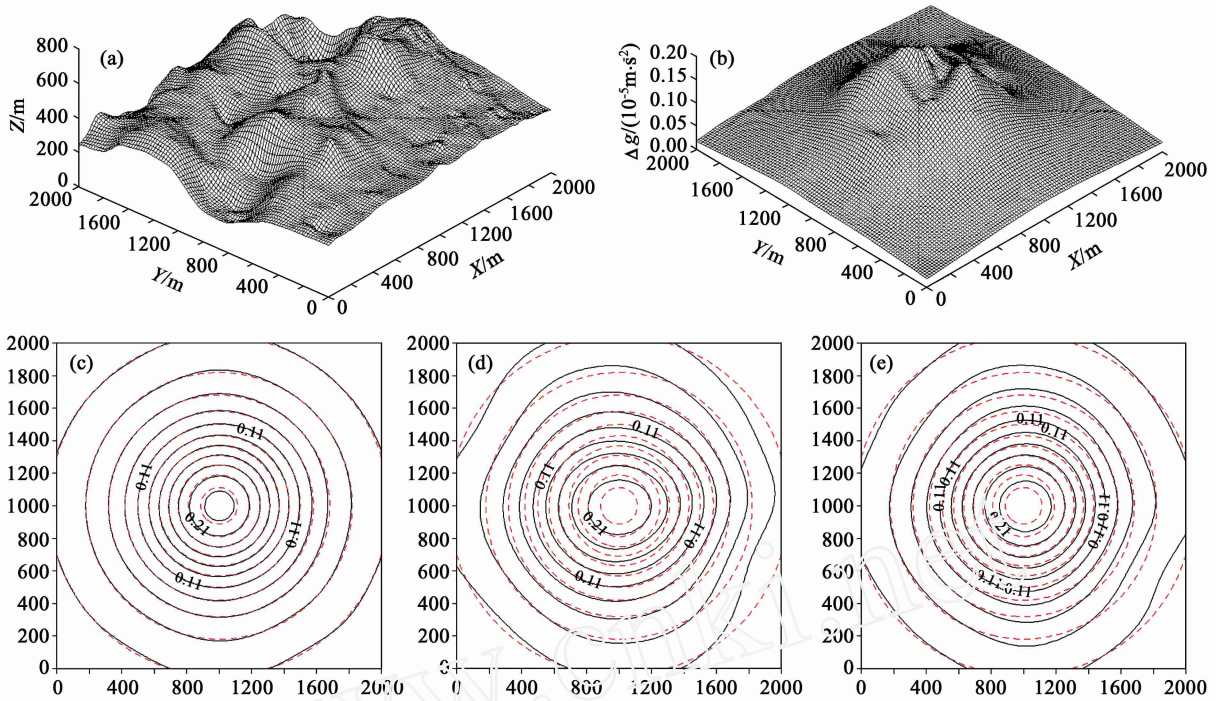


图 3 不同阈值方法结果对比

(a) 起伏地形 (等值线单位: m); (b) 起伏地形的重力值 (等值线单位: 10^{-5}m/s^2); (c) 硬阈值方法压缩 40.5% 的曲面延拓结果 (等值线为重力值, 单位为 10^{-5}m/s^2); (d) 硬阈值方法压缩 81.1% 的曲面延拓结果 (等值线为重力值, 单位为 10^{-5}m/s^2); (e) 非线性阈值方法曲面延拓结果 (等值线为重力值, 单位为 10^{-5}m/s^2).

Fig. 3 Comparison of reduction results with three kinds of threshold methods.

(a) Topographic relief (unit of contours: m); (b) Gravity field of topographic relief in figure (a) (Unit of contours: 10^{-5}m/s^2); (c) Reduction result when the compression ratio is 40.5% (the contours show the gravity data, unit: 10^{-5}m/s^2); (d) Reduction result when the compression ratio is 81.1% (the contours show the gravity data, unit: 10^{-5}m/s^2); (e) Reduction result with the nonlinear threshold method (the contours show the gravity data, unit: 10^{-5}m/s^2).

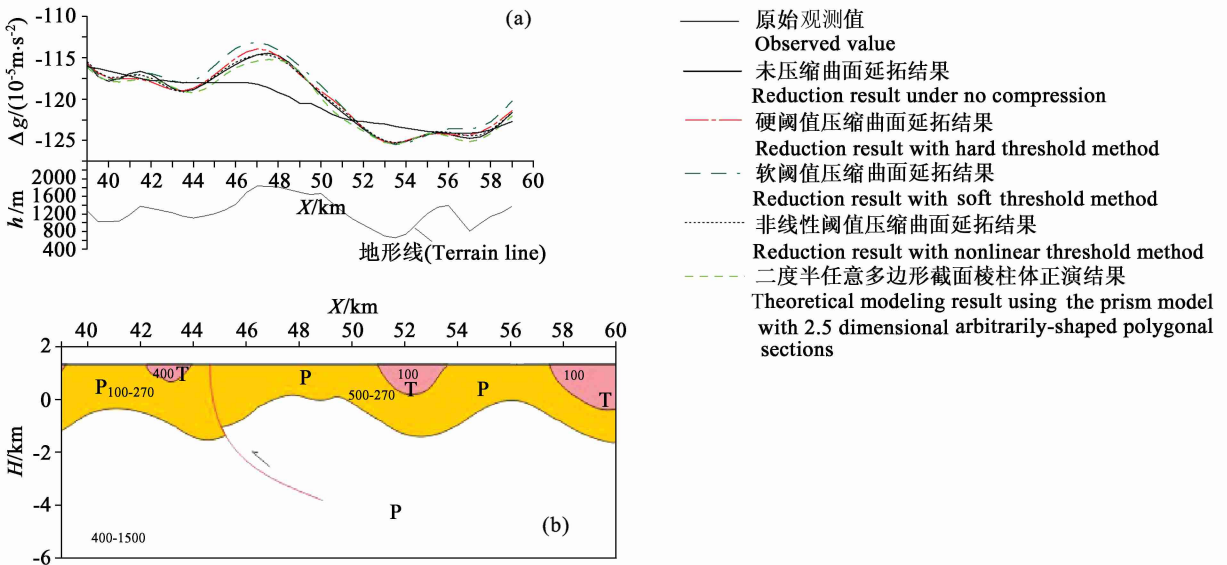


图 5 我国南方某油气田大地电磁测深与地震剖面重力曲面延拓效果分析

(a) 布格重力异常; (b) MT 解释地质构造图. T 三叠系, P 二叠系, P2 中上元古界. H 为深度, X 为水平距离. 曲面延拓参数: 偶极子个数 38 偶极子深度 - 2000m 曲面延拓高度 1240m 阈值参数: 硬阈值: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, 软阈值: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, 非线性阈值: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, $t_0 = 1.3209 \times 10^{-6}$.

Fig. 5 The reduction result analysis of the gravity data from an oil and gas field in northeast Szechwan province

(a) The Bouguer gravity anomaly; (b) Geological structure map inferred from MT data. (Parameters in reduction: dipole number 38, depth of dipoles - 2000m, reduction height 1240m. Threshold values: hard threshold: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, soft threshold: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, nonlinear threshold: $t = 6.6047 \times 10^{-6}$, $t_0 = 1.3209 \times 10^{-6}$)

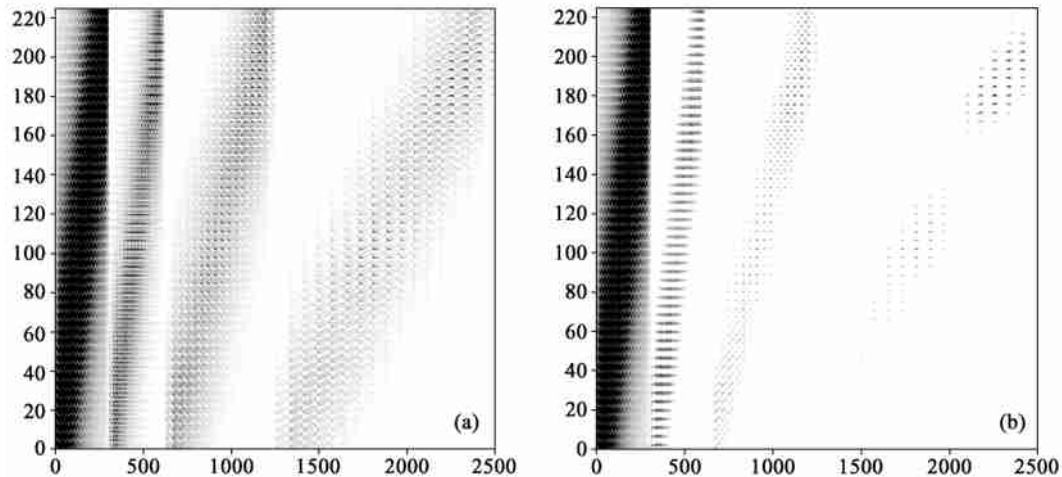


图 4 系数矩阵不同压缩比的小波系数分布

(a) 压缩比为 40.5% 的小波系数; (b) 压缩比为 81.1% 的小波系数. 灰色区域上小波系数不为 0, 空白区域小波系数为 0; 纵横坐标为系数矩阵行、列序号, 无量纲, 其中 0, 500, ..., 2500 为观测点按一维数组存放的序号, 0, 20, ..., 225 为偶极子按一维数组存放的序号; 小波系数矩阵单位同图 2 的说明.

Fig. 4 The distribution of wavelet coefficients in different compression ratios

(a) Wavelet coefficients when the compression ratio is 40.5%; (b) Wavelet coefficients when the compression ratio is 81.1%. The coefficient value in the blank area is zero, and it is non zero in gray areas. The x - and y -coordinate denote the non-dimensional sequence number of the rows and columns of the coefficient matrix, where 0, 500, ..., 2500 is the sequence number of observed points stored in one-dimension array, and 0, 20, ..., 225 is the sequence number of the dipoles stored in one-dimension array. The unit of wavelet coefficient matrix is the same as that in figure 2.

果, 而三种不同的虚线分别表示采用硬阈值、软阈值和非线性阈值方法压缩的曲面延拓结果, 三种不同阈值方法采用的压缩比相同(79%)。由图 5 可以看出在相同压缩比的情况下, 非线性阈值方法压缩的曲面延拓结果最接近正演计算的重力异常曲线, 也接近未压缩的曲面延拓结果, 比较阈值与硬阈值方法失真小, 效果最好。它客观地反映杨家河局部隆起, 为在该区寻找与油气有关的局部构造提供重要依据。

5 结 论

等效源曲面延拓方法是目前理论上较为完善的一种曲面延拓方法, 1977 年 Bhattacharyya 等提出后, 由于需要求解一个大型线性方程组, 很长时间得不到实际应用。本文根据积分方程核函数的自相似性、冗余性, 提出了一种余弦非线性阈值截除方法, 采用小波压缩算法实现了大型 Fredholm 积分方程的降阶, 使得等效源曲面延拓方法能够处理大面积、大数据量的资料。理论模型结果表明, 当压缩比为 40.5% 时硬阈值压缩方法的曲面延拓可以达到很高的精度, 而当压缩比为 81.1% 时, 采用我们提出的余弦非线性阈值可以明显提高曲面延拓的精度。

参考文献 (References)

- [1] Bhattacharyya B K, Chen K C. Reduction of magnetic and gravity data on an arbitrary surface acquired in a region of high topographic relief. *Geophysics*, 1977, **42**(7): 1411 ~ 1436
- [2] Nakatsuka T. Reduction of magnetic anomalies to and from an arbitrary surface. *Geophysical Exploration*, 1981, **34**(5): 6 ~ 13
- [3] Hansen R O, Cordell L. Continuation of potential field between arbitrary surface. *Geophysics*, 1984, **49**(6): 787 ~ 795
- [4] Emila D A. Equivalent source used as an analytic base for processing total magnetic field profiles. *Geophysics*, 1973, **38**(2): 339 ~ 348
- [5] Gasp F. Frequency domain reduction of potential field measurements to a horizontal plane. *Geophysical Exploration*, 1987, **27**: 87 ~ 98
- [6] Xia J, Sprowl D R, Adkins-Heljeson D. Correction of topographic distortions in potential field data: A fast and accurate approach. *Geophysics*, 1993, **58**(4): 515 ~ 523
- [7] 管志宁, 安玉林, 陈维雄. 曲线与曲面上磁场向上延拓和分量转换. *地球物理学报*, 1985, **28**(4): 419 ~ 428
Guan Z N, An Y L, Chen W X. Upward continuation and transformation of component of magnetic field on an undulating observed profile or surface. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 1985, **28**(4): 419 ~ 428
- [8] 王万银, 潘作枢, 李家康. 三维高精度重磁位场曲面延拓方法. *物探与化探*, 1991, **15**(6): 415 ~ 422
Wang W Y, Pan Z S, Li J K. Continuation methods for curved surface of the three-dimensional high-precision gravity and magnetic potential field. *Geophysical and Geochemical Exploration (in Chinese)*, 1991, **15**(6): 415 ~ 422

- [9] 於崇文. 固体地球系统的复杂性与自组织临界性. 地学前缘, 1998, 5(3): 159 ~ 182
Yu C W. Complexity and self-organized criticality of solid earth system. *Earth Science Frontiers* (in Chinese), 1998, 5(3): 159 ~ 182
- [10] 成秋明. 空间模式的广义自相似性分析与矿产资源评价. 地球科学, 2004, 29(6): 733 ~ 743
Cheng Q M. Quantifying the generalized self-similarity of spatial patterns for mineral resource assessment. *Earth Science* (in Chinese), 2004, 29(6): 733 ~ 743
- [11] 成秋明. 非线性矿床模型与非常规矿产资源评价. 地球科学, 2003, 28(4): 445 ~ 454
Cheng Q M. Non-linear mineralization model and information processing methods for prediction of unconventional mineral resources. *Earth Science* (in Chinese), 2003, 28(4): 445 ~ 454
- [12] 姚天任, 孙洪. 现代数字信号处理. 武汉: 华中理工大学出版社, 1999. 407 ~ 412
Yao T L, Sun H. Modern Digital Signal Processing (in Chinese). Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1999. 407 ~ 412
- [13] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现. 北京: 电子工业出版社, 2005. 271 ~ 304
Pecit Sel-Tech. Wavelet Theoretic and Matlab7 Application (in Chinese). Beijing: Electronics Industry Press, 2005. 271 ~ 304

(本文编辑 胡素芳)

www.cnki.net