

孙中苗,夏哲仁,王兴涛等. LaCoste & Romberg 航空重力仪  $K$  因子的动态标定及其特性研究. 地球物理学报, 2007, 50 (3): 724 ~ 729

Sun Z M, Xia Z R, Wang X T, et al. Dynamic calibration and properties investigation of the  $K$  factor for LaCoste & Romberg airborne gravimeter. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, 50 (3): 724 ~ 729

# La Coste & Romberg 航空重力仪 $K$ 因子的动态标定及其特性研究

孙中苗,夏哲仁,王兴涛,李迎春

西安测绘研究所,西安 710054

**摘 要** 摆杆尺度因子 ( $K$  因子) 是反映 LaCoste & Romberg 航空重力仪线性响应特性的最重要参数. 利用基于地面参考数据的外部标定法和基于交叉点不符值的内部标定法分别对其进行了标定, 实测数据分析表明,  $K$  因子的内、外部标定结果非常一致, 且利用新  $K$  因子计算的空中重力扰动, 其精度较采用出厂值提高了 0.2 ~ 0.4 mGal. 内部标定法具有较好的实际应用价值. 研究了  $K$  因子与滤波尺度的相关性, 表明重力仪可能为一非线性响应系统, 即  $K$  因子的大小与摆杆速度的变化有关.

**关键词** 航空重力测量, 航空重力仪, 滤波尺度, 摆杆尺度因子 ( $K$  因子)

文章编号 0001-5733(2007)03-0724-06 中图分类号 P223 收稿日期 2006-06-30, 2007-03-01 收修定稿

## Dynamic calibration and properties investigation of the $K$ -factor for La Coste & Romberg airborne gravimeter

SUN Zhong-Miao, XIA Zhe-Ren, WANG Xing-Tao, LI Ying-Chun

*Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China*

**Abstract** The beam scale factor (called  $K$ -factor) is the most important parameter that characterized the linear property for the LaCoste & Romberg airborne gravimeter. The  $K$ -factor is recalibrated by minimizing the difference between airborne data and upward continued surface data (external calibration) and by minimizing the errors at line crossings (internal calibration) respectively. The numerical tests show that the results of these two calibration methods are almost identical and the accuracy of the airborne gravity disturbance is improved about 0.2 ~ 0.4 mGal by using of the new  $K$ -factor. The internal calibration will be useful and valuable. Also, the dependence of the  $K$ -factor on the amount of the filtering applied to the data is discussed. It is shown that the gravity sensor may be a nonlinear system, namely the  $K$ -factor is seen to be dependent on the beam velocity.

**Key words** Airborne gravimetry, Airborne gravimeter, Filtering amount, Beam scale factor ( $K$ -factor)

## 1 引 言

我国首套航空重力测量系统由重力、定位、高度、姿态及数据采集五个分系统构成<sup>[1]</sup>, 其中重力传感器分系统采用 LaCoste & Romberg 航空重力仪, 主要用于测量包含重力场信息在内的比力. 重力仪输出

的比力是经 5 min 滤波器滤波后的平滑数据, 且有 5 min 的时间延迟<sup>[2]</sup>. 在海洋重力测量中, 由于船速度慢、波浪运动较为规则, 这些平滑后的数据能够满足所需的精度和分辨率<sup>[2]</sup>; 但对于航空重力测量, 因飞机运动速度快、受大气湍流等不确定因素的影响较大, 这些数据往往难以适用. 因此需要利用其他观测测量如弹簧张力、摆杆位置 (速度) 和交叉耦合改正

基金项目 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放基金项目 (905152533-05-05) 资助.

作者简介 孙中苗, 男, 1968 年生, 研究员, 博士, 现从事航空重力测量理论与方法的研究. E-mail: sun.szm@sina.com

等重新计算比力。

一般地,比力计算模型是在假设重力仪为一线性响应系统的基础上建立起来的,故重力仪的线性响应特性就显得尤为关键。反映这种线性响应特性的最重要参数就是所谓的摆杆尺度因子(又称为  $K$  因子)。 $K$  因子表示摆杆速度为  $2 \text{ mV} \cdot \text{min}^{-1}$  ( $1 \text{ mV} = 1 \times 10^{-3} \text{ V}$ ) 时重力计数单位的数目,用于将摆杆速度转换成重力计数单位( $K$  因子的单位是  $\text{s} \cdot (\text{mV})^{-1}$ ,下略)。通常,它是一个由厂家标定的常数,但当飞机具有较大的自身运动时,往往会使摆杆位置产生较大的角运动,从而导致  $K$  因子随摆杆位置的变化而变化。显然,研究和揭示其中的变化关系对于了解航空重力仪的特性以及进而提高航空重力测量数据的处理精度有着重要意义。

文献[3]利用实验室静态数据通过拟合给出了  $K$  因子和摆杆位置的二次多项式关系,并建议采用由此导出的  $K$  因子。但因其源于静态实验数据,不足以反映真正的动态测量情况。为此,本文基于实际动态测量数据,探讨  $K$  因子的动态标定方法,并研究其变化特性以及适用性。

## 2 $K$ 因子的动态标定模型

航空重力测量的基本数学模型为<sup>[4,5]</sup>

$$g = g_b + (f_z - f_z^0) - \dot{v}_U + a_E + a_H + a_F - g_0, \quad (1)$$

式中,  $g$  表示测线采样点的重力扰动;  $g_b$  系停机坪处的绝对重力值;  $f_z, f_z^0$  为比力及其初值;  $\dot{v}_U$  为飞机的垂直扰动加速度;  $a_E$  表示厄特弗斯改正;  $a_H$  为水平加速度改正;  $a_F$  系空间改正;  $g_0$  系正常重力。

上述各项改正的数学模型及滤波处理方法详见文献[6~8],其中比力  $f_z$  的计算公式为

$$f_z = G(S + KB + CC), \quad (2)$$

式中,  $G$  为将重力计数单位转换成  $\text{mGal}$  单位的系数;  $S$  为弹簧张力;  $K$  为摆杆尺度因子;  $B$  为摆杆速度;  $CC$  为交叉耦合改正。

将(2)式代入(1)式,整理可得:

$$g = g_b - f_z^0 - \dot{v}_U + a_E + a_H + a_F - g_0 + G \cdot S + G \cdot CC + GB \cdot K. \quad (3)$$

### 2.1 外部标定法

如果航空重力测量区域已具有密集的高精度地面重力测量观测值,利用 Poisson 积分公式将其向上延拓<sup>[9]</sup>,可以得到每个采样点的重力扰动的参考值

(以下简称参考值)。利用外部参考值标定  $K$  因子,称为外部标定。设参考值为  $g_p$ ,由(3)式得

$$(g_p - g_b + f_z^0 + \dot{v}_U - a_E - a_H - a_F - g_0 - G \cdot S - G \cdot CC) / G = KB. \quad (4)$$

记:  $g = (g_p - g_b + f_z^0 + \dot{v}_U - a_E - a_H - a_F - g_0 - G \cdot S - G \cdot CC) / G$ ,则

$$g = KB. \quad (5)$$

可见,只要绘制出  $g$  相对于  $B$  的变化图,通过曲线拟合方法,即可标定  $K$  因子。

### 2.2 内部标定法

在航空重力测量作业区域,往往少有或根本没有地面重力测量数据,因此一般难以用外部标定法标定  $K$  因子。如果航空重力测量的测线成交叉形状布设(通常要求如此),而且测线之间的交叉点数足够多,可以采用交叉点不符值标定  $K$  因子,称之为内部标定法。基本模型如下。

假设测线  $i$  与测线  $j$  相交于  $P$  点,由基本数学模型(3)式可得

$$(g_p)_i = (g_b - f_z^0 - \dot{v}_U + a_E + a_H + a_F - g_0 + GS + G \cdot CC)_i + GB_i \cdot K. \quad (6)$$

记:  $g = g_b - f_z^0 - \dot{v}_U + a_E + a_H + a_F - g_0 + GS + G \cdot CC$ ,有

$$(g_p)_i = g_i + GB_i \cdot K. \quad (7)$$

同理有:

$$(g_p)_j = g_j + GB_j \cdot K. \quad (8)$$

因此,  $P$  点的交叉点不符值  $V_{ij}$  为

$$V_{ij} = G(B_j - B_i) \cdot K - (g_i - g_j). \quad (9)$$

由多个测线交叉点不符值,按最小二乘原理可求出  $K$  因子。

## 3 动态标定结果与特性分析

### 3.1 实验数据

实验数据来源于大同和哈尔滨航空重力测量<sup>[1,9]</sup>。

大同实验区属中等山区,范围  $1\ 940 \times 2\ 000$ 。测区东部地形起伏较大,最高峰海拔  $2800 \text{ m}$ ,西北部为丘陵,平均海拔  $1000 \text{ m}$ ,全区最大高差  $2100 \text{ m}$ 。飞行高度上的重力异常变化为  $-50 \sim 80 \text{ mGal}$ 。测区内已有高精度、高分辨率的地面重力测量,向上延拓获得的参考值的精度优于  $2.0 \text{ mGal}$ <sup>[9]</sup>。测线分两种情况,一种是高飞测线,高度  $3400 \text{ m}$ ,间距  $5$ ,覆盖整个实验区,共  $30$  条;另一种是低飞测线,高度  $2800 \text{ m}$ ,间距  $2.5$ ,分布在实验区西北部,共  $20$  条。平均飞

行速度  $360 \text{ km h}^{-1}$ .

哈尔滨实验区属平原地区,范围  $1^{\circ}20' \times 1^{\circ}30'$ . 地形最大起伏 170 m. 共 24 条测线,南北、东西各 12 条,间距 5 m,高度 1200 m,平均飞行速度  $230 \text{ km h}^{-1}$ .

### 3.2 外部标定结果及特性分析

利用大同实验单条测线数据标定的  $K$  因子示于图 1(a1),图中横坐标( $N$ )表示测线编号. 标定结果统计于表 1 第 2 行(滤波尺度  $T_c$  为零,表示观测数据未经低通滤波). 易见,有些测线的  $K$  因子数值偏小,如第 2、第 45 条测线,主要原因是摆杆位置读

数中含有较多的高频噪声. 采用低通滤波器抑制高频噪声后,各条测线标定的  $K$  因子接近得多,表 1 第 3、4 行给出了滤波尺度为 5 s 和 200 s 时的  $K$  值. 图 1(b1)示出了 200 s 滤波后的  $K$  因子.

利用哈尔滨全部实验数据标定的  $K$  因子如图 1(a2)所示. 可以看出,离散点的分布主要集中在  $B = 0$  或  $g = 0$  附近,这是由于该地区为平原区域且观测条件较好,重力场和摆杆速度变化都比较小的缘故. 200 s 滤波后标定的  $K$  因子如图 1(b2)所示,与大同数据标定的结果较为一致.

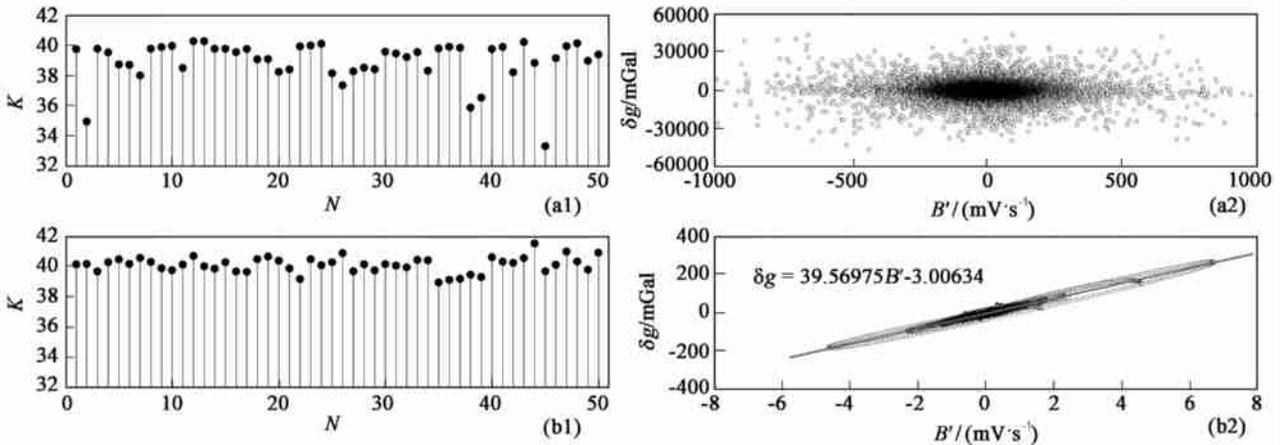


图 1  $K$  因子的外部标定结果

(a1, b1) 大同实验; (a2, b2) 哈尔滨实验.

Fig. 1  $K$  factor estimated by external calibration

(a1, b1) Datong test; (a2, b2) Harbin test.

表 1 大同实验  $K$  因子外部标定结果统计

Table 1 Statistics of  $K$ -factor estimated by external calibration (Datong test)

$T_c/s$	均值	标准偏差	最小值	最大值
0	38.97	1.37	33.35	40.27
5	39.73	0.57	37.83	40.44
200	40.11	0.51	38.95	41.52

从图 1 和表 1 不难注意到,  $K$  因子标定结果与观测数据所用的滤波尺度有关. 为进一步分析其中的关系,分别采用大同和哈尔滨实验的全部测线数据在不同滤波尺度下对  $K$  因子进行了标定,  $K$  因子随滤波尺度的变化以及不同滤波尺度下的拟合误差分别示于图 2(a1, b1)和图 2(a2, b2).

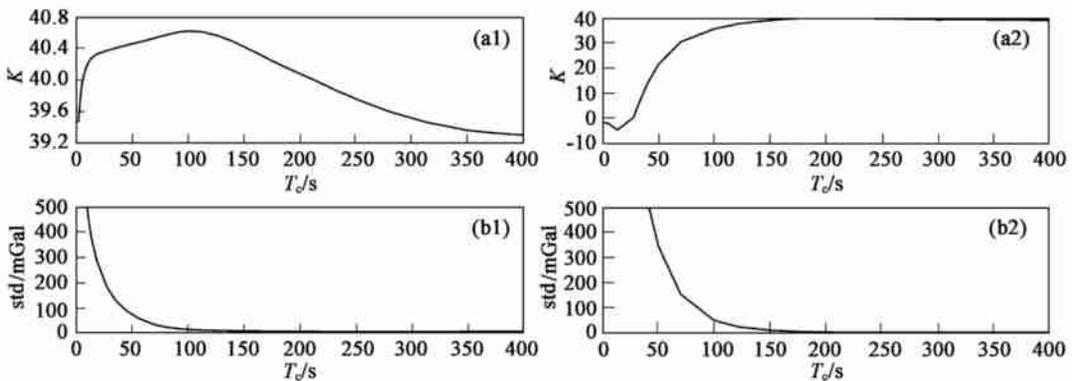


图 2  $K$  因子随滤波尺度的变化

(a1, b1) 大同实验; (a2, b2) 哈尔滨实验.

Fig. 2  $K$ -factor versus filtering scale

(a1, b1) Datong test; (a2, b2) Harbin test.

从图 2 可见,对于大同实验,随着滤波尺度的增大, $K$  因子有先逐渐增大、在约 100 s 处达到极大值后又逐渐减小的规律;而对于哈尔滨实验, $K$  因子先是随着滤波尺度的增大迅速增大,至约 200s 处达到极大值后缓慢减小。这中间似乎都隐藏着某种“先扬后抑”的规律,但两种情况下极大值所对应的滤波尺度并不相同且变化趋势也不完全一致,故这种规律又不十分明显。这种现象的一种解释是,重力传感器若是一个线性响应系统,那么  $K$  因子只和驱动信号即扰动加速度  $g$  的频率有关,而与其大小无关。由于两次实验数据中的噪声具有既相似(如高

频噪声的放大)又相异(如高频带宽不同)的频谱特性,因此导致了上述既显又隐“规律”的存在。另一种解释是重力传感器表现为一个非线性响应系统, $K$  因子还和作用于摆杆的扰动加速度  $g$  的大小相关,即与摆杆速度有关。

为说明后一种解释,将大同试验的全部测线数据按如下方法进行分类处理。先对观测数据作 5 s 的低通滤波,以消除短周期噪声尤其是摆杆读数中高频噪声的影响;然后,筛选出摆杆位置在 - 3000 mV ~ 3000 mV 的数据(占总数的 96%),依摆杆速度范围分成 12 组,按组分别标定  $K$  因子,结果列于表 2。

表 2  $K$  因子随摆杆速度的变化  
Table 2  $K$ -factor as function of beam velocity

摆速范围	- 400	- 200	- 100	- 50	- 25	0	25	50	100	200	400	
$B$ 均值	- 555.3	- 270.2	- 143.5	- 74.1	- 37.4	- 12.7	12.6	37.1	74.3	143.7	274.4	553.1
$K$ 因子	38.92	39.32	39.82	39.66	39.63	39.50	39.37	39.89	39.58	39.53	39.35	38.62
点数	1044	3549	5937	4831	3073	3158	3151	2891	5005	5901	3454	1101

从表 2 可以看出, $K$  因子与摆杆速度确实有关,并呈现出较为规则的变化,即在摆杆速度较大的两端, $K$  因子随摆速的增大有减小趋势,而在摆杆速度较小的中间部分变化平缓。应当指出的是,上述结论是在观测数据进行 5 s 低通滤波的基础上得出的,若采用其他滤波尺度,结论或许略有差异。不过,这不至于影响对  $K$  因子与摆杆速度相关性的解释。

### 3.3 内部标定结果

利用大同 30 条高飞测线的总计 148 个交叉点标定的  $K$  因子(记为  $K_C$ )随滤波尺度的变化示于图 3a。为便于比较,图 3a 中同时示出了外部标定的  $K$  因子(记为  $K_U$ );图 3b 是利用图 3a 所示不同  $K$  因子计算获得的交叉点不符值的标准差及与参考值比较的标准差。从图中可以清楚地看出,对同一滤波尺度, $K_C$  与  $K_U$  在数值上非常一致,而且交叉点不符值的标准差要比与参考值比较的标准差小,即总体上内部精度比外部符合精度高。

对于哈尔滨实验,滤波尺度为 300 s(实用尺度)时,由 142 个交叉点标定的  $K$  因子为 40.27,与同等尺度下的外部标定值 40.01 十分接近(参见图 2(a2, b2))。

## 4 $K$ 因子的适用性研究

$K$  因子的适用性包含两层含义:一是利用实际飞行观测数据标定的  $K$  因子,是否比利用出厂标定

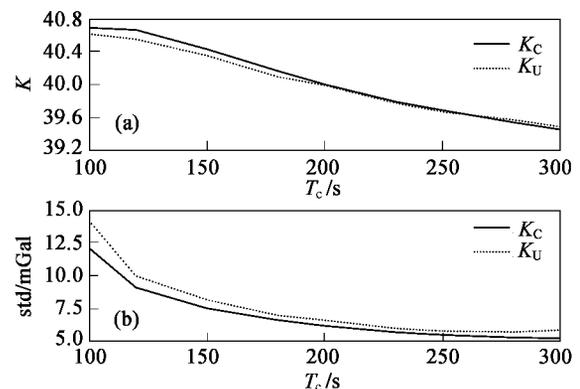


图 3  $K$  因子的内部标定结果(大同实验)

Fig. 3  $K$ -factor estimated by internal calibration (Datong test)

值(记为  $K_0$ )会有更好的结果?二是  $K$  因子误差对重力估算精度的影响有多大?

外部标定法标定的  $K$  因子,是基于地面参考值利用最小二乘拟合获得的,滤波尺度不同时,其数值和拟合误差也不相同(见图 2)。不同滤波尺度下的拟合误差,实质上反映了该尺度下空中重力扰动估值与参考值的比较精度。比如滤波尺度为 200 s 时(大同地区使用的滤波尺度),采用与其对应的  $K$  因子不妨记为  $K_{200}$ ,对于大同实验,测线重力扰动的估算精度为 6.72 mGal。因  $K_{200}$  由最小二乘法获得,上述精度比采用其他  $K$  值时固然要高。

表 3 对利用  $K_{200}$  和  $K_0$  计算的结果进行了比较。易见,采用  $K_{200}$ ,与参考值的外部比较精度从 5.50

mGal 提高至 5.39 mGal, 交叉点不符值的标准差从 6.48 mGal 减小至 6.28 mGal. 不难发现, 外部比较精度 5.39 mGal 要比拟合精度 6.72 mGal 稍高, 这是因为拟合时采用了全部观测数据, 而计算重力扰动时舍弃了一些不良观测数据.

内部标定法标定的  $K$  因子也有类似结论. 表 4 给出了不同滤波尺度下, 相应于  $K_C$  与  $K_0$  的交叉点不符值的标准差. 显然, 对于同一滤波尺度, 前者比

表 4  $K$  因子不同时的交叉点不符值标准差 (单位: mGal)

Table 4 Standard deviation of the crossover errors using different  $K$  factor (unit: mGal)

$T_c/s$	100	120	150	180	200	230	250	280	300
$K_0$	12.51	9.29	7.56	6.89	6.63	6.36	6.27	6.20	6.20
$K_C$	12.14	9.12	7.55	6.66	6.22	5.73	5.53	5.33	5.27

$K$  因子的适用性还可以从另一角度进行分析. 假设  $K$  因子的标定值与其真值相差一个常数, 如  $dK=0.5$ , 由于实际计算时往往采用一个固定的  $K$  值, 故这种假设是合情合理的. 另一方面, 鉴于  $K$  因子与摆杆速度之间可能存在的相关性, 当测量过程中摆杆速度发生变化时,  $K$  因子兴许也产生了变化, 假设这种变化是均值为 0、方差为 0.5 的高斯白噪声. 由 (2) 式可知,  $K$  因子仅通过摆杆速度对最后的重力估算产生影响. 这种影响 (以大同实验为例) 统计于表 5.

表 5  $K$  因子误差对重力估算产生的影响 (单位: mGal)

Table 5 Effects on the gravity estimation due to the error of  $K$  factor (unit: mGal)

$dK$	0.5		高斯白噪声	
	差值均值	标准偏差	差值均值	标准偏差
$T_c/s$				
0	0.17	113.8	-0.28	112.6
50	0.28	34.1	0.18	34.1
100	0.28	7.4	0.04	7.4
150	0.27	3.5	-0.02	3.4
200	0.27	2.4	-0.00	2.3
250	0.28	1.9	-0.01	1.9
300	0.29	1.6	-0.00	1.6

从表 5 可以看出, 对于大同航空重力测量试验, 由于摆杆速度变化幅度较大, 即使采用了 200 s 的滤波尺度,  $K$  因子变化 0.5 所引起的重力误差还高达 2.4 mGal.  $K$  因子精确标定的重要性由此可见.

## 5 结 论

$K$  因子是航空重力仪数据处理中的重要参数之一, 通常由厂家在出厂时提供. 本文利用地面参考数据和交叉点不符值分别对其进行了标定, 并基于实测数据和模拟数据分析了其适用性和有效性. 通

后者要小.

表 3 不同  $K$  因子对重力扰动估算的影响 (单位: mGal)

Table 3 Effects of the different  $K$  factor on the estimation of gravity disturbance (unit: mGal)

比较方法	$K_0$		$K_{200}$	
	均值	标准差	均值	标准差
与参考值比较	-0.33	5.50	-0.23	5.39
交叉点比较	-0.35	6.48	-0.42	6.28

过研究  $K$  因子与滤波尺度的关系, 分析了航空重力仪的线性特性. 从中得出如下初步结论:

5.1 实测数据分析表明, 利用重新标定的  $K$  因子计算的空中重力扰动, 其精度较采用出厂值提高了 0.2 ~ 0.4 mGal.

5.2 外部标定法与内部标定法的结果非常一致, 由于内部标定方法仅需在测区内布设一定数目的交叉点, 而不需要其他外部信息, 因此这种方法较之外部标定法, 有着更广的应用面和实际应用价值.

5.3  $K$  因子的标定值与滤波尺度有关, 实用中建议采用与滤波尺度相适应的数值.

5.4  $K$  因子的大小还与摆杆速度的变化有关, 在摆速较大的两端, 随摆速的增大有减小趋势, 而在摆速较小的中间部分变化平缓. 这种变化特性可能与仪器个体有关, 不同个体会有不同表现特征.

5.5 如果摆速较大,  $K$  因子的影响就愈大; 对于大同实验,  $K$  因子变化 0.5, 产生了约 2.4 mGal 的重力误差, 因此,  $K$  因子的精确标定非常重要.

## 参考文献 (References)

- [1] 夏哲仁, 石 磐, 孙中苗等. 航空重力测量系统 CHAGS. 测绘学报, 2004, 33(3): 216 ~ 220  
Xia Z R, Shi P, Sun Z M, et al. Chinese airborne gravimetry system CHAGS. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2004, 33(3): 216 ~ 220
- [2] Valliant H D. The LaCoste and Romberg Air/Sea Gravity Meter: An Overview. CRC Handbook of Geophysical Exploration at Sea, 2nd edition. 1991
- [3] 孙中苗, 夏哲仁, 李迎春. L&R 航空重力仪摆杆尺度因子的确定与分析. 武汉大学学报信息科学版, 2002, 27(4): 367 ~ 371  
Sun Z M, Xia Z R, Li Y C. Determination and analysis of the beam scale factor for the LaCoste & Romberg airborne gravimeter. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2002, 27

- (4) : 367 ~ 371
- [ 4 ] Olesen A V. Improved airborne scalar gravimetry for regional gravity field mapping and geoid determination [ Ph. D. thesis ]. Copenhagen : University of Copenhagen , 2002
- [ 5 ] Jekeli C. Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications. New York : Walter De Gruyter , 2001
- [ 6 ] 孙中苗 , 夏哲仁. FIR 低通差分器的设计及其在航空重力测量中的应用. 地球物理学报 , 2000 , 43(6) : 850 ~ 855  
Sun Z M , Xia Z R. Design of FIR lowpass differentiator and its applications in airborne gravimetry. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) , 2000 , 43(6) : 850 ~ 855
- [ 7 ] 孙中苗 , 夏哲仁 , 石 磐等. 航空重力测量数据的滤波与处理. 地球物理学进展 , 2004 , 19(1) : 119 ~ 124  
Sun Z M , Xia Z R , Shi P , et al. Filtering and processing for the airborne gravimetry data. *Progress in Geophysics* (in Chinese) , 2004 , 19(1) : 119 ~ 124
- [ 8 ] 柳林涛 , 许厚泽. 航空重力测量数据的小波滤波处理. 地球物理学报 , 2004 , 47(3) : 490 ~ 494  
Liu L T , Xu H Z. Wavelets in airborne gravimetry. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) , 2004 , 47(3) : 490 ~ 494
- [ 9 ] 王兴涛 , 石 磐 , 夏哲仁等. 航空重力测量数据向下延拓方法比较. 地球物理学报 , 2004 , 47(6) : 1017 ~ 1022  
Wang X T , Shi P , Xia Z R , et al. A comparison of different downward continuation methods for airborne gravity data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) , 2004 , 47(6) : 1017 ~ 1022
- (本文编辑 何 燕)

www.cnki.net