

# 基于回路法的环状给水管网水力计算的研究

曹慧哲<sup>1</sup>, 张鹏奇<sup>2</sup>, 王海燕<sup>1</sup>, 朱蒙生<sup>1</sup>, 张 健<sup>3</sup>

(1. 哈尔滨工业大学市政环境工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090; 2. 哈尔滨工程大学动力与能源学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 3. 黑龙江省计量科学研究院, 黑龙江 哈尔滨 150036)

**摘要:**大型环状给水管网具有复杂的拓扑关系,可充分发挥图论的优势对其进行稳态情况下的水力计算。将图论理论的回路法应用到算例管网的水力计算中,结果显示该方法的收敛速度和计算精度明显高于 Hardy Cross 法。

**关键词:**给水管网;水力计算;图论;回路法

**中图分类号:**TU991.3 **文献标识码:**A

给水管网水力平差计算经过几十年的发展形成了多种计算方法<sup>[1~5]</sup>,针对环状管网复杂的拓扑关系,图论被引入了稳态管网的平差计算。本文利用了图论中的回路法对算例管网进行了水力计算,以期简化计算并获得更多的信息。

## 1 基于图论的管网水力计算基本方程

对于具有  $n+1$  个节点、 $b$  根管段的单定压节点给水管网,当采用回路法来进行复杂环状管网的水力计算时,整个管网的流动可用下列方程表示

$$AG = Q \tag{1}$$

$$B\Delta H = 0 \tag{2}$$

式(1)根据节点连续性方程得到,式中管段流量  $G=(g_j)_{b \times 1}$ ,节点流量  $Q=(q_i)$ ,基本关联矩阵  $A=(a_{ij})_{n \times b}$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当支路与节点关联,且流向离开节点} \\ -1 & \text{当支路与节点关联,且流向指向节点} \\ 0 & \text{当支路与节点不关联} \end{cases}$$

式(2)根据环路能量方程得到,其中基本回路矩阵  $B=(b_{ij})_{(b-n) \times b}$ 。

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当支路 } b_{ij} \text{ 在所论基本回路中,且与该回路取向相同;} \\ -1 & \text{当支路 } b_{ij} \text{ 在所论基本回路中,且与该回路取向相反;} \\ 0 & \text{当支路 } b_{ij} \text{ 不在所论基本回路中。} \end{cases}$$

矩阵  $A$ 、 $B$  代表了给水管网的所有拓扑结构关系,若其按相同边序排列,则满足下式

$$BA^T = 0 \tag{3}$$

对于不可压缩流体的恒定管流,式(2)中的管段压降列向量  $\Delta H$  为  $b \times 1$  阶,在无水泵等水力附件存在时为管段的水头损失

$$\Delta H = S |G| G \tag{4}$$

式中:阻抗系数矩阵  $S$  和管段流量绝对值矩阵  $|G|$  均为  $b \times b$  阶对角阵,其对角元素分别与各管段的阻抗 ( $s^2/m^5$ ) 和  $G$  的绝对值相对应。

## 2 以链支流量作为求解向量的表达式

在图论理论中,管网的所有管段被分为树支管段和链支管段,矩阵  $A$ 、 $B$  和  $G$  均可相应分块表示为:

$$A = (A_t \ A_l) \quad B = (B' \ I_B)$$

$$G = \begin{pmatrix} G_t \\ G_l \end{pmatrix} \tag{5}$$

式中: $A_t$  为  $n$  阶树支关联矩阵; $A_l$  为  $n \times (b-n)$  阶链支关联矩阵; $I_B$  为  $(b-n)$  阶单位矩阵; $G_t$  为  $n$  阶管段树支流量列向量; $G_l$  为  $(b-n)$  阶管段链支流量列向量。

而将式(5)代入式(3)得到  $B$  的  $(b-n) \times n$  阶分块子阵  $B'$

$$B' = -(A_l^{-1} A_t)^t \tag{6}$$

将式(5)代入式(1)可得到以  $G_l$  表达的  $G_t$

$$G_t = -A_l^{-1} A_t G_l + A_l^{-1} Q \tag{7}$$

由式(5)、(6)和(7)可得到以  $G_l$  表达的  $G$

$$G = B^T G_l + A_Q Q \tag{8}$$

式中: $A_Q = \begin{pmatrix} A_t^{-1} \\ O \end{pmatrix}$ ,其中  $O$  为  $(b-n) \times n$  阶零阵。

由于在上述推导过程中采用链支流量  $G_l$  作为求解向量,矩阵的阶数大幅下降,即方程组数和独立变量的数目由  $n$  个降为  $b-n$  个,例如某管网由 34 条管段构成,共 16 个节点,则在迭代过程中独立变量的数目会由 34 个降为 19 个,使得下面迭代求解过程的计算量大幅度减少。

### 3 离散求解递推关系式

因  $\Delta H$  中含有  $G$  的平方项,故方程(2)为非线性方程,可选迭代求解<sup>[3]</sup>。在稳态时  $Q$  不变,由式(8)可得  $G$  的第  $k+1$  次修正值为

$$\Delta G^{k+1} = G^{k+1} - G^k = B^T \Delta G_i^{k+1} \quad (9)$$

将式(4)用一次泰勒公式展开

$$H_w^{k+1} = H_w^k + 2S |G^k| \Delta G^{k+1} \quad (10)$$

将式(9)、(10)代入式(2)得到用于迭代求解的  $G_i$  的第  $k+1$  次修正值为

$$\Delta G_i^{k+1} = -(M^k)^{-1} \Delta H^k \quad (11)$$

式中:  $(b-n)$  阶麦克斯韦方阵;  $M^k = 2BS |G^k| B^T$ ; 系数矩阵  $\Delta H^k = BH_w^k$ 。

应用回路法求解式(1)、(2)的基本步骤为:给定链支流量的初值  $G_i^0$ ,由式(8)求得  $G^0$ ,通过式(11)求得  $\Delta G_i^{k+1}$ ,当其小于给定精度时  $G = G_{k+1}$ ,完成稳态管网的平差,否则重复迭代。上述求解稳态管网的方法也被称为 MKP 法<sup>[3]</sup>,此法不必进行初始流量的分配,即在  $G_i^0$  均为零的情况下进行迭代,各环闭合差就会迅速趋近于零,并得到  $G$  的最终平差结果;而 Hardy Cross 法(以下简称 H-C 法)中,若  $G^0$  分配不合理,将会使迭代次数显著增加。

将  $G$  的最终平差结果代入式(4)可得树支管段压降  $H_{WT}$ ,则节点水头阵  $HJ = (h_{ji})_{n \times 1}$  也可采用矩阵形式进行计算

$$A = (A_l | A_t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

由于本文的求解过程均采用矩阵形式,利用 Matlab 语言编程比较方便。本文在采用回路法进行算例管网的平差计算时  $G_i^0 = 0$ ,各回路分别与各链支管段相对应;采用 H-C 法进行平差时  $G_i^0 = (4.0, 6.0, 4.0, 6.0) \text{ L/s}$ ,各回路如图 1 所示。

如表 1 所示,当迭代到第 2 次后回路法中各回路闭合差的绝对值均小于 0.01,已远低于 H-C 法中相应回路的闭合差,此时管网中  $G$  的第 2 次迭代后的修正值,即式(9)中  $\Delta G^{k+1}$  的各量均已小于 0.01 L/s,完全满足管网水力计算的要求。通过计算 H-C 法要想达到同样的闭合差和  $\Delta G^{k+1}$  需要迭代 8 次,可见回路法的收敛速度明显快于 Hardy Cross 法。

H-C 法在第 2 次迭代后的平差结果见表 2 第 5 行,显然其与第 4 行回路法所得到的管网平差最终结果有一定的差值,

表 2 管段流量计算结果

管段编号	[1]	[2]	[5]	[6]	[7]	[10]	[11]	[12]	[3]	[4]	[8]	[9]
流量初分配	16.00	47.60	67.60	23.60	60.40	66.20	16.80	47.00	0	0	0	0
第 1 次迭代	10.10	39.25	59.25	35.67	75.80	59.15	10.60	39.95	5.87	2.48	6.20	0.85
第 2 次迭代	9.85	39.43	59.43	36.21	75.48	59.29	10.34	40.09	6.15	2.03	6.46	0.44
H-C	9.94	39.22	59.22	36.08	76.09	58.89	10.38	39.69	6.06	2.32	6.42	0.89

$$HJ = h_c I + (A_T^T)^{-1} H_{WT} \quad (12)$$

式中:  $h_c$  为参考节点的节点水头,  $I$  为  $n$  阶单位列向量,各节点的自由水头只要将其节点水头减去相应的地面标高即可。

### 4 算例

某环状给水管网如图 1 所示,节点 10 为水塔,管段长度、直径和节点流量见图中标注。水头损失采用曼宁公式进行计算,其粗糙系数  $N_m = 0.013$ 。

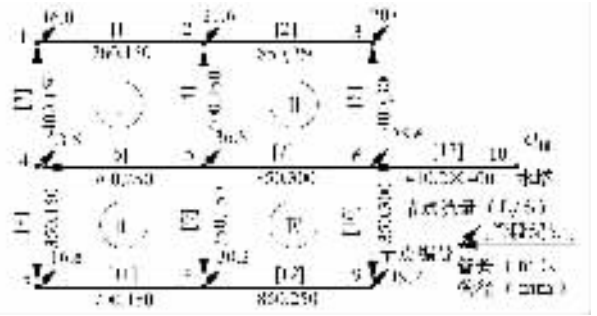


图 1 算例管网水力分析计算图

通过分析选定节点 6 为参考节点,链支管段为 [3]、[4]、[8]和[9],此管网在生成基本关联矩阵  $A$  时的节点顺序为 1、2、3、4、5、7、8 和 9,管段顺序为 [1]、[2]、[5]、[6]、[7]、[10]、[11]、[12]、[3]、[4]、[8]和[9],则

表 1 闭合差比较

迭代次数		0	1	2
I 环	回路法	6.38	0.32	0.003 8
	H-C 法	2.45	-0.39	0.11
II 环	回路法	10.30	-0.27	-0.007 8
	H-C 法	-2.87	1.25	0.71
III 环	回路法	-6.70	-0.30	-0.35
	H-C 法	-2.73	0.31	-0.07
IV 环	回路法	-9.43	0.22	0.006 5
	H-C 法	-3.55	0.86	0.48

表 5 2001~2004 年水分生产率分析表

kg/m<sup>3</sup>

名 称	十里店			北董固			全项目区			全 县			
	小麦	玉米	棉花	小麦	玉米	棉花	小麦	玉米	棉花	小麦	玉米	棉花	
基线值	1.21	1.46	0.67	1.20	1.50	0.59	1.20	1.48	0.63				
项 目 区	2001	2.01	1.83	0.71	1.65	1.77	0.62	1.83	1.80	0.70			
	2002	1.95	1.88	0.87	1.82	2.00	0.95	1.77	1.79	0.88			
	2003	1.49	2.25	20.64	1.42	2.13	0.75	1.44	2.00	0.66			
	2004	2.18	2.7	0.81	2.00	2.79	0.94	2.02	2.61	0.80			
对 照 区	基线值	1.21	1.46	0.67	1.2	1.50	0.59	1.20	1.48	0.63	1.22	1.50	0.63
	2001	1.70	1.60	0.63	1.51	1.58	0.59	1.61	1.59	0.61	1.72	1.7	0.66
	2002	1.67	1.44	0.60	1.37	1.67	0.77	1.43	1.47	0.68	1.60	1.63	0.78
	2003	1.35	1.83	0.58	1.36	1.87	0.59	1.37	1.76	0.59	1.41	1.88	0.63
	2004	1.77	2.54	0.76	1.86	2.36	0.75	1.79	2.33	0.70	1.91	2.47	0.75

户的要求。但目标是多种多样的,不断变化的,而且在实施过程中可能出现用水纠纷,因此,要完善各种立法,不断解决出现的问题。

### 3.1.2 水资源分配办法

本次水资源分配是以政府行为进行的,在对全县水资源重新评价的基础上,对农业用水进行分配,其具体做法:

(1)以 ET 为水权决策基线的可操作的水资源分配,根据各分区不同的 ET<sub>耕</sub>、ET<sub>综</sub>和相应的多年平均地下水允许开采量,按照农户承包土地面积分配到户(地块)。

(2)在水资源超采区,必须按照合理性原则,开采利用地下水。如地下水短缺,用水户要分摊不足部分的相应水量。

## 3.2 水权体系建设

没有水权体系任何水资源分配都很难实现。水权体系是水资源分配的可靠保证。

### 3.2.1 实施原则

根据馆陶县的实际情况,实施水权原则是:

(1)县人民政府代表国务院和上级地方政府管理县境内的地下水资源,并全面协调地下水资源分配。

(2)任何土地使用者对其地面覆盖下的地下水资源拥有使用权(或相对所有权),其中包括优先权。

(3)水资源的使用权可以随着土地使用目标而改变或转让。

(4)对于不顾国家法律限制和其它用水户的利益,任意开采和浪费地下水资源要赔偿由此造成的一切损失。

### 3.2.2 水权系统的管理

(1)管理体制。县级水资源管理由县水资源管理委员会承担水资源司法和管理职能,该委员会下设水政水资源管理办公室和两个执法大队,具体执行水资源法律与法规。

(2)管理机制。在县水资源管理委员会的统管下,基层组织 and 有关部门通力合作,构成水权管理系统和运行机制。如图 1 所示。

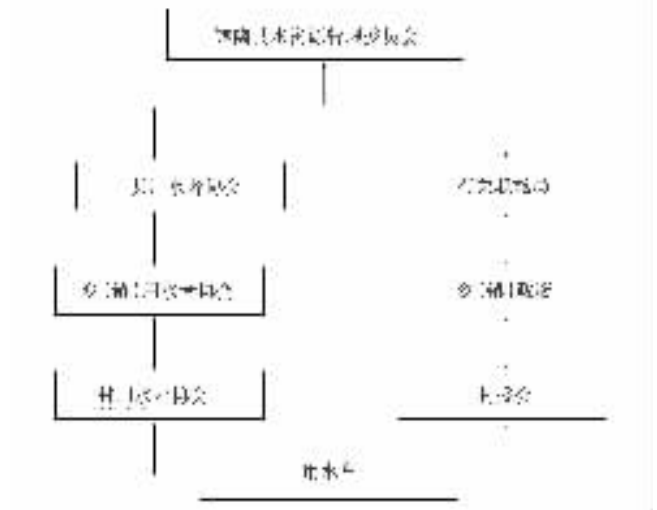


图 1 水权系统运行机制图

(上接第 24 页) 特别是管段<sup>[9]</sup>的第 2 次迭代结果 0.89 L/s 与回路法的 0.44 L/s 相差较多,究其原因 H-C 法对管段<sup>[9]</sup>初始流量的不合理分配导致的;而回路法在计算过程中,不需进行初始流量的分配,因此在相同迭代次数下其计算精度也较高。

## 5 结 语

采用图论中的回路法对环状水管网进行平差计算,可以大幅度减少独立变量数目,不需进行初始流量分配且收敛迅速,方便编写计算机程序,为进一步实时模拟管网实际运行工况提供了可能。

### 参考文献:

[1] 赵洪宾. 给水管网系统理论与分析[M]. 北京:中国建筑业出版社, 2003.  
 [2] 严熙世,刘遂庆. 给水排水管网系统[M]. 北京:中国建筑业出版社, 2002.  
 [3] 石兆玉,赵红平,束际万. 环形供热系统模拟水力计算[J]. 区域供热,1992,(3): 11-24.  
 [4] 储诚山,祈淑艳,路志强,等. 信赖域法用于给水管网水力计算的研究[J]. 节水灌溉,2007(3): 41-43.  
 [5] 石 继,张丰周,刘志勇. 用图论法中的弦流量式进行环状管网水力平衡计算[J]. 节水灌溉,1998,(5): 6-9.