

基于遗传算法边坡稳定分析临界滑移面的搜索

周圆 π , 李守巨, 刘迎曦, 孙慧玲, 姜 锋

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 基于遗传算法和 Bishop 法, 对工程实践中最为广泛应用的圆弧滑裂面提出了搜索临界滑移面及相应最小安全系数的方法。因为安全系数存在多个极小值, 所以一般优化方法搜索边坡临界滑移面较为困难, 而遗传算法能很好的处理多极值优化问题。传统的方法采用固定不变的上下界设计变量, 这样会扩大搜索范围, 同时产生许多不符合运动学许可条件的解。在分析时需把这些不符合条件的解剔除, 将降低搜索的效率。对于这个问题若采用遗传算法, 问题的约束条件变换为由动态的上下界设计变量决定, 可缩小搜索范围, 且不会产生不符合运动学许可条件的解, 在合理的计算时间内临界滑移面能被高精度地搜索到。数值算例表明: 所建立的基于遗传算法的岩土边坡稳定分析方法, 是一种全局优化搜索算法, 能够有效克服经典搜索方法易陷入局部极小值的缺点, 其计算结果令人满意。

关键词: 土木工程; 遗传算法; 边坡稳定性; 最危险滑移面; 最小安全系数

中图分类号: TD 824.7¹

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 1 - 5226 - 05

SEARCHING CRITICAL FAILURE SURFACE IN SLOPE STABILITY ANALYSIS WITH GENETIC ALGORITHM

ZHOU Yuan-pai, LI Shou-ju, LIU Ying-xi, SUN Hui-ling, JIANG Feng

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Based on genetic algorithm and Bishop's method, searching methods of circular sliding surface applied widely in engineering for the critical failure surface are presented and the minimal safety factor is located accordingly. The searching critical failure surface of a general soil slope is difficult as the objective function for the factor of safety is non-convex and multiple minimal exist in general, but genetic algorithm works well on optimization for multiple extremes. Traditional methods use constant upper and lower bounds of the design variables, which would enlarge searching band and create many unacceptable solutions to meet the requirements on kinematically acceptable mechanism. These solutions need be removed, which will cause efficiency loss for searching. For this problem, real-valued genetic algorithm is proposed and the constraints of the problem are transformed to the determination of the dynamic upper and lower bounds of the design variables. So, searching band is reduced and the efficiency for searching is improved. The critical failure surface can then be located with high precision with reasonable calculation time under the presented proposal. Numerical example shows that analyzing method of the slope stability based on the genetic algorithm is a global optimal procedure that can overcome the drawbacks of local optimum widely existing in classical searching methods. The analytical result is satisfactory.

Key words: civil engineering; genetic algorithm; slope stability; most dangerous slip surface; minimum safety factor

收稿日期: 2004 - 10 - 20; **修回日期:** 2005 - 01 - 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072014)

本文简介: 周圆 π (1972 -), 男, 1994 年毕业于湘潭大学机电系机械制造工艺与设备专业, 现为复旦大学博士研究生, 主要从事岩石力学方面的研究工作。E-mail: zhouyuanpai@fudan.edu.cn.

1 引言

边坡稳定性问题一直是岩土工程的一个重要研究内容, 由于在实践中的重要性, 边坡稳定分析得到了广泛的注意。分析土坡的圆弧滑面法是在极限平衡理论上提出来的。在具体计算中, 一般采用“条分法”, 将滑动土体划分为若干条, 分别进行受力平衡分析后, 再进行累加, 最后算出稳定安全系数。这种方法的数学理论基础是“差分”, 其计算成果的精度取决于分条宽度和条数^[1]。边坡稳定分析需要对大量不同潜在滑移面分析^[2]。Monte Carlo 方法是一个系统搜索方法, 实质上是在搜索空间内的随机搜索方法^[3, 4]。遗传算法(GA)是一个基于遗传进化概念的优化方法, 最优解通过几代而得到“进化”。每一代由许多这一问题的可能解组成, 通过编码来描述。在这一代中计算每个个体的适应值, 适应值仅由安全系数来决定, 而被编码的信息确定滑移面。GA 采用了 Monte Carlo 的随机方法技巧的优点, 避免走入局部最小, 同时保持系统搜索的效率。传统上, 以滑裂面圆心坐标和半径作为设计变量, 这样会使得变量范围的选取变得很大, 搜索困难大。本文运用圆弧滑裂面与边坡面的两个交点的 x 坐标—— x_A 和 x_B 以及由滑裂面组成的弓形高 H_r 作为设计变量, 建立一种求解该数值模型的全局优化算法。

2 用于边坡稳定分析的遗传算法

遗传算法由 John Holland 教授发明, 能模拟达尔文的遗传选择和自然淘汰的生物进化过程, 是一种自适应搜索技术^[5~7]。遗传算法从可能解答种群开始运作, 在本质上是并行的, 因为可从一群可能解中搜索^[6]。

编码的策略或方法对于遗传操作, 尤其是对于交叉操作的功能有很大的影响。本文采用十进制编码。如果遗传过程是变异的, 那么结果可能是任何情况。然而, 在群中成员中单元交换通常设定为更大的发生概率。因为可以通过最适应者繁殖逐渐缩短在群中成员的差距来收敛, 随着结果收敛于最优值, 交换的效果变得越来越小。

决定了使用的编码, 然后需要决定群体规模。群体规模必须足够大以包含足够的多样性, 以便最优解能“繁殖”。那样相对简单问题小规模群体可

能足够了, 但是对复杂问题群体规模必须比较大。而群体规模过大, 影响算法效能。若群体规模太小, 容易引起未成熟收敛现象。遗传算法要使用的主要操作^[8]描述如下:

(1) 用指定的解初始化种群, 解可以随机指定遗传算法从被给问题的 p 个可能解组成的种群开始。每个解称作染色体, 用一个代码来描述。计算整个种群的适应值, 且适应值等于安全系数。

(2) 从群体中选择 N 个染色体

一旦选定一个染色体来复制, 便会产生一个精确的复制品进入配对库。一个染色体被选择的概率与其适应值成反比, 因此一个染色体的适应值越低, 在配对库中拷贝越多。这是达尔文的适者生存的应用。

(3) 交叉操作采用算术交叉

如果随机选择的一个值低于一个设定的概率, 通常为 $0.7 \sim 0.9$, 则进行交叉。然后执行以下两步:

第一步, 从配对库中随机选择两个串, 称作父代; 第二步, 若 V_1, V_2 是父代, 其按如下进行交叉:

$$V_1^1 = \lambda V_1 + (1 - \lambda)V_2 \quad (\lambda \in (0, 1)) \quad (1)$$

$$V_2^1 = \lambda V_2 + (1 - \lambda)V_1 \quad (2)$$

式中: λ 为随机数; V_1^1, V_2^1 为子代。

(4) 变异操作采用非均匀变异

变异这一过程起辅助作用, 且用来防止丢失潜在有用的基因。依次涉及每个参数, 在参数的范围内任意改变。变异在种群中仅仅发生一小部分。对于给定的父个体 V , 若其元素 x_k 被选来变异, 则生成的后代为 $V' = \{x_1, \dots, x'_k, x_n\}$, 其中 x'_k 随机地按以下 2 种可能变化:

$$x'_k = x_k + \Delta(t, x_k^u - x_k) \quad (3)$$

$$x'_k = x_k - \Delta(t, x_k - x_k^l) \quad (4)$$

式中: x_k^u, x_k^l 分别为 x_k 的上、下界; 函数 $\Delta(t, \eta)$ 为函数, 且其给出了 $[0, \eta]$ 间的一个值 (t 为代数), 使得 $\Delta(t, \eta)$ 随着 t 的增加而趋于 0。可取 $\Delta(t, \eta)$ 为

$$\Delta(t, \eta) = \eta r \left(1 - \frac{t}{T}\right)^b \quad (5)$$

式中: r 为 $[0, 1]$ 间的随机数; T 为最大代数; b 为确定非均匀度的参数, 本文取为 4。

(5) 新代计算适应值

反复进行复制、交叉、变异和计算，在每个循环后用子代代替父代，因此产生了新的种群。最后期望新的种群在最好适应值(最小安全系数)和平均适应值方面有所提高。这一过程进行迭代，直到找到求解这个问题的合适解或达到一个指定循环代数。遗传算法需要运行数次来得到最优解，每次从任意随机的可能解种群开始。应用最佳个体保存方法，每一代最好的个体简单地复制到下一代。

3 边坡稳定性计算方法与设计变量的选取

在 Bishop 简化法中，由于安全系数(F)出现在方程式(6)中的两边，所以用迭代法，通过试算来得到安全系数^[9, 10]。假定有 n 个土条，如图 1 所示。土条间的剪切力忽略，只有土条间的法向力，得到的安全系数为

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{m_{ai}} \{c_i b_i + (w_i - u_i b_i) \tan \varphi_i\}}{\sum_{i=1}^n w_i \sin \theta_i} \quad (6)$$

$$m_{ai} = \cos \theta_i + (1/F) \sin \theta_i \tan \varphi_i \quad (7)$$

式中： F 为安全系数， w_i 为第 i 个土条的重量， u_i 为第 i 个土条底部的孔隙水压力， θ_i 为第 i 个土条底部倾角， b_i 为第 i 个土条宽度， c_i 为第 i 个土条底部粘聚力， φ_i 为第 i 个土条底部内摩擦角。

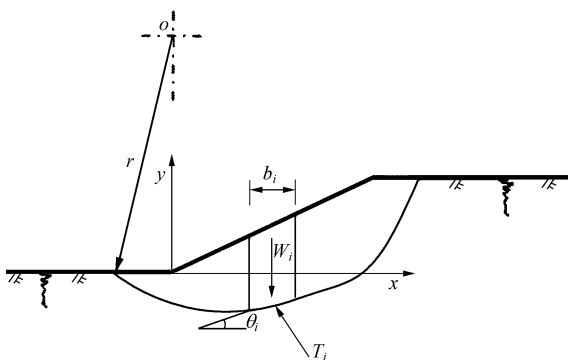


图 1 边坡稳定分析基本力学模型
Fig.1 Basic mechanical model of slope stability

对于圆弧形滑移面，传统上只有 3 个设计变量，滑弧圆心 x_0, y_0 坐标和半径 r ^[11](或滑动深度 $r-y_0$)。实际上，这样选择将会使变量的选择范围很大。在文[12]中，采用圆弧滑裂面与边坡面的左右 2 个交

点的 x 坐标—— x_L 和 x_R 以及滑裂面圆心坐标的 y 坐标—— y_0 作为设计变量。这样选择将会使变量 x_L 和 x_R 的变化范围容易确定，但变量 y_0 的变化范围大且难以确定。而本文采用失效面 2 个端点的 x 坐标和由其及滑裂面组成的弓形高 H_r 作为设计变量，因为 2 个端点的上下界容易确定(见图 2)，且 3 个设计变量的变化范围在同一数量级内。设计变量向量 \mathbf{x} 将为 (x_A, x_B, H_r) 。在分析中不会产生运动学不允许的滑移面，随着 2 个端点的确定，弓形高的上下界会因约束而得到修改^[13]。约束包括：(1) 如果有软弱层，失效面应穿过软弱层，这样就修正了弓形高的上界；(2) 失效面不能穿过岩石层，这样就要修正弓形高的下界；(3) 滑弧中心的 y 坐标要比滑弧的右端点高，这个约束修正了弓形高的下界。

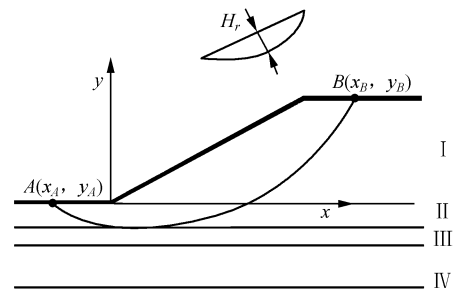


图 2 非均质边坡剖面图
Fig.2 Profile of the inhomogeneous slope

在最优化问题的遗传算法分析中，前两个变量在用户定义的上下界之间变化，这个范围是静态的。一旦确定了这两个变量，余下变量的边界可根据上述的约束求得。这与传统的遗传算法不同，传统的方法在分析中保持设计变量的上下界不变。本文所提方法的特性是在每次计算时设计变量的上下界(前两个变量除外)会变化，以获得运动学允许的滑移面。

4 数值算例

为了进一步验证本文这个方法，使用 Bishop 简化法对一非均质边坡进行了分析。图 2 说明了这个问题。边坡倾角为 18.435° ，边坡高度为 6 m， A, B 是滑动面与边坡面的 2 个交点。土层参数和每层高度如表 1 所示。

在一些文献中采用由圆心和半径的方法来定义圆，但难以确定其选择范围，增加搜索难度。而在

表 1 土层参数和每层高度

Table 1 Soil parameters and heights of each layer

土层	c/kPa	$\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$\varphi/(\text{°})$	高度/m
I	0.0	19.22	35.0	6
II	80.0	19.60	32.5	2
III	10.5	18.50	0.0	1
IV	10.0	18.90	30.0	7

本文所研究的这种情况中，圆心和半径并不是重要的。本文建议采用失效面 2 个端点的 x 坐标和由其及滑裂面组成的弓形高 H_r 作为设计变量，因为 2 个端点容易确定范围。根据前面的约束，容易得到以下方程：

$$L = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \tag{8}$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} \tag{9}$$

$$z = \sqrt{64(y_C - y_B)^2 + 16L^2 \cos^2 \theta} \tag{10}$$

$$H_{r\max} = \frac{8(y_C - y_B) + z}{8 \cos \theta} \tag{11}$$

式中： L 为 AB 两点的距离； y_C 为 AB 中点的 y 坐标； $H_{r\max}$ 为弓形高最大值； x_A, x_B 为图 2 中 A, B 两点的 x 轴坐标； y_A, y_B 为 A, B 两点的 y 轴坐标； θ 为 AB 与水平线的夹角。

x_A, x_B 的取值范围见表 2。以变异率 8/1 000，交叉率 80/100 进行了大量的试算。图 3 是情况 1 四

表 2 情况 1 的设计变量搜索范围

Table 2 Seeking range of design variables for case 1

设计变量	最大值/m	最小值/m
x_A	1.0	-4.0
x_B	23.0	18.0

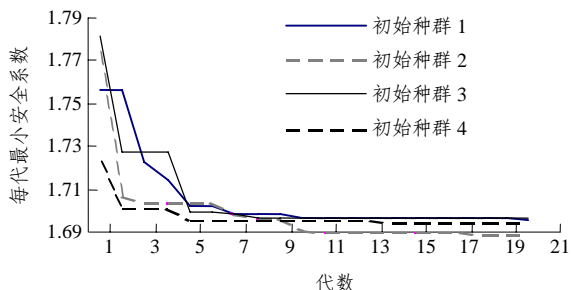


图 3 情况 1 的计算结果

Fig.3 Calculation results for case 1

次遗传算法得到的每代最小安全系数的比较，种群规模为 200，初始种群不同。最大代数 1 000，所得到的最小安全系数是 1.689，所对应滑动面的 x_A 为 -2.513 m， x_B 为 20.730 m，弓形高 H_r 为 5.689 m。

如果以圆心坐标和半径为设计变量，圆心坐标 x_o 的范围和 y_o 的范围难以在小范围内确定，半径 r 动态的确定范围，圆心坐标范围见表 3。采用相同的遗传算法参数进行搜索将难以搜索到最小安全值，需要增加代数才能搜索到。图 4 是情况 2 四次遗传算法得到的每代最小安全系数，种群规模为 200，初始种群不同。需要最大代数为 5 000，在 1 000 代内难以搜索到最小安全系数，所得到的最小安全系数也为 1.689。

表 3 情况 2 的设计变量搜索范围

Table 3 Seeking range of design variables for case 2

设计变量	最大值/m	最小值/m
x_o	10.0	-40.0
y_o	56.0	6.0

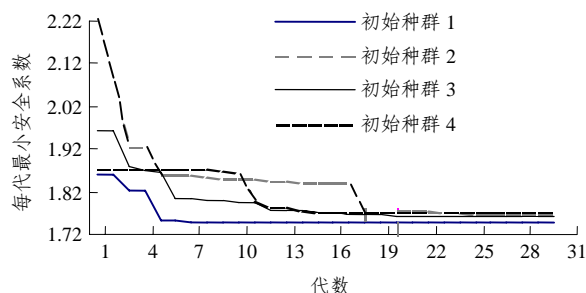


图 4 情况 2 的计算结果

Fig.4 Calculation results of for 1

5 结 论

本文介绍了一种用实数编码遗传算法确定边坡临界滑移面及其对应的最小安全系数的方法。遗传算法最重要的优点是结合了如 Monte Carlo 技术(能找到难以预料的解并找到真正最小值区域)的随机搜索的优点和那些系统方法(搜索局部最小值)。在复杂边坡问题中遗传算法的能力令人满意，在本质上优于传统优化程序。可以看出，计算过程中须使编码的信息尽可能更好的反映问题。与使用圆心和半径来确定滑弧相比，采用上下两个交点和弓形高的方法能很好的确定设计变量变化范围，最小安全系数的搜索变得容易些。研究结果表明这个方法令人满意。

参考文献(References):

- [1] 张天宝. 四边块元法和沉抗土坝的稳定分析[J]. 水利学报, 1981, 6: 19 - 29.(Zhang Tianbao. Quadrilateral block element method and stability analysis for earth dam with insubmersibility[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1981, 6: 19 - 29.(in Chinese))
- [2] McCombie P, Wilkinson P. The use of the simple genetic algorithm in finding the critical factor of safety in slope stability analysis[J]. Computers and Geotechnics, 2002, 29(8): 699 - 714.
- [3] Husein Malkawi A I, Hassan W F, Sarma S K. Global search method for location general slip surface using Monte Carlo techniques[J]. Journal of Geotechnical and Environmental Engineering, 2001, 127(8): 688 - 698.
- [4] 李强, 管昌生, 周武. 基于 Monte Carlo 法的滑坡稳定可靠性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(增): 1 674 - 1 676.(Li Qiang, Guan Changsheng, Zhou Wu. Reliability analysis of landslide stability by Monte Carlo method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(Supp.): 1 674 - 1 676.(in Chinese))
- [5] Thomas G M, Gerth R, Velasco T, et al. Using real-coded genetic algorithms for Weibull parameter estimation[J]. Computers and Engng., 1995, 29(1/2/3/4): 377 - 381.
- [6] 吴洪词, 张小彬, 包太. 边坡开挖步序的遗传算法排定[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 565 - 570.(Wu Hongci, Zhang Xiaobin, Bao Tai. Excavation schedule determining for slope using genetic algorithms[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(5): 565 - 570.(in Chinese))
- [7] 罗晓辉. 用遗传算法确定地基承载力[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(3): 394 - 398.(Luo Xiaohui. Determination of subsoil bearing capacity using genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(3): 394 - 398.(in Chinese))
- [8] 玄光男, 程润伟. 遗传算法与工程设计[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 5 - 13.(Xuan Guangnan, Cheng Runwei. Genetic Algorithm and Engineering Design[M]. Beijing: Science Press, 2000. 5 - 13.(in Chinese))
- [9] Yang Hongjie, Wang Jianhua, Liu Yanqing. A new approach for the slope stability analysis[J]. Mechanics Research Communications, 2001, 28(6): 653 - 669.
- [10] 张志勇, 傅德明, 杨国祥. 干坞边坡稳定计算及边坡变形规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 24(3): 309 - 312.(Zhang Zhiyong, Fu Deming, Yang Guoxiang. Research on stability and deformation of dry-dock slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 24(3): 309 - 312.(in Chinese))
- [11] 房营光, 莫海鸿. 基于无记忆最小二乘拟牛顿法的边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 21(1): 34 - 38.(Fang Yingguang, Mo Haihong. Slope stability analysis based on the memoryless least square quasi-Newton method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 21(1): 34 - 38.(in Chinese))
- [12] 邹广电. 边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 309 - 312.(Zou Guangdian. A global optimization method of the slice method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(3): 309 - 312.(in Chinese))
- [13] Cheng Y M. Location of critical failure surface and some further studies on slope stability analysis[J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(3): 255 - 267.