

文章编号: 1002-2082(2005)01-0009-03

# 单分散系微粒的 Mie 散射计算

李亦军

(中北大学 物理系, 山西 太原 030051)

**摘要:** Mie 散射是公认的一种极具发展前途的微粒测试技术, 应用于工厂、企业排放烟尘中微粒粒度和浓度的测试, 具有非接触、精度高、重复性好和可实时在线测量的优点, 是研究检测污染排放的主要技术手段, 也是微粒粒度和浓度分析的理论基础。本文对 Mie 散射理论的多个参量进行计算并给出其数学表达式。

**关键词:** Mie 散射; 微粒; 单分散系

**中图分类号:** O436.2

**文献标识码:** A

## The Mie Scattering Calculation for Single-Decentralization of Particles

LI Yi-jun

(Department of physics, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** Mie scattering is a generally recognized technique with brilliant prospects in particle measurement, which applies to the measurement of particle size and concentration of flue-dust emitted from factories or enterprises. It has many advantages, e. g. non-contact, high-precision, real-time on-line measurement etc. It is a main technical means for research on pollutant emission. It is also a theoretical base to analyze the particle size and concentration. In this paper, several parameters of Mie scattering are calculated and its mathematical expressions are presented in detail.

**Keywords:** Mie scattering; particles; single-decentralization

### 引言

微粒是分隔状态下的液体、气体或固体。越来越多的与微粒相关的技术问题在工业、农业、医学、科研领域相继出现, 如石化炼油企业的催化剂颗粒、火力发电企业的烟尘排放、化工和医学领域细胞及核生长、近几年的沙尘天气等, 均涉及到与微粒浓度和粒度测试相关的课题。因此, 对 Mie 理论进行研究和对微粒进行精确测量, 对发展经济和增强人民健康具有重要意义。Mie 理论有其适用范围, 然而在某些文献及实际的科研中发现, 不论微粒的大小在什么数量级, 均在测量原理中提出 Mie 理论, 对 Mie 散射理论原理阐述不详, 且理论与实验也不衔接。

### 1 Mie 散射理论及参数

#### 1.1 散射原理及几何图像

Mie 散射是由多人的工作逐步发展起来的, 但主要是由 G. Mie 在研究胶体金属粒子的散射时建立的。Mie 理论最初应用于物理化学, 后来逐渐发展为研究胶体、大分子和微粒散射的有力手段, 如航空能见度、海战中的烟幕和工业中的烟尘排放研究等。

几何线度大于波长的 0.03 倍的微粒子造成的散射称为 Mie 散射。散射的物理基础是电磁波与物质的相互作用, 在电磁波传播路径中的粒子连续地从入射波中吸收能量, 把吸收的能量再放射到以粒子为中心的全部立体角中。一个由许多紧靠在一起

收稿日期: 2003-09-15 修回日期: 2004-08-17

基金项目: 山西省青年科学基金资助项目(20031026)

作者简介: 李亦军(1967-), 男, 汉族, 河北阳原人, 中北大学物理系副教授、博士, 主要从事传感器与光电检测技术研究。

的复杂分子组成的粒子,可以看成是一个多极子系统,它们受到入射波的激发,形成振荡的多极子。多极子向外辐射“子波”,这些“子波”在远场区迭加形成散射波。图1给出了Mie 散射的几何图像,散射中心位于O点,可以是单个粒子,也可以是含有N个粒子的单位散射体积;入射光沿X正向,观察方向为位于XOZ平面内的OD方向,与X正向夹角为 $\theta$ ;若入射光为平面偏振光,则 $\phi$ 为振动平面与观察平面的夹角。

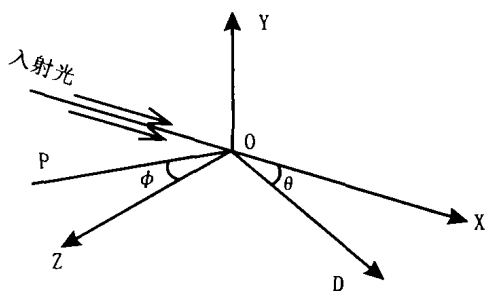


图1 Mie 散射的几何图像

Fig. 1 Geometrical image of Mie scattering

在粒子的散射中,最重要的参数是入射光的波长及其偏振状态,粒子的大小及其折射率,散射光的观察角 $\theta$ 。

### 1.2 散射参数

(1) 角散射截面:单位辐照度入射光时在特定角度的散射光强度。

(2) 总散射截面:粒子在空间各个方向产生散射光强度之和。

(3) 效率因子(Mie 系数):大于1的参数,它联系着散射截面和粒子的几何截面。

(4) 尺度参数:粒子尺度与波长的比( $\alpha=2\pi r/\lambda$ )。

在Mie 散射中最重要的控制因子,既不是粒子的绝对大小,也不是波长,而是两者的比值。波长的增加,其效果相当于粒子的减小。

## 2 Mie 散射方程

对于所有粒子尺度和任何波长,Mie 散射的角度特性都用两个强度分布函数来表示。被一个粒子散射到 $\theta$ 方向的散射光,可以分为两个互相垂直的偏振分量。这两个分量分别和两个强度分布函数成正比。这两个函数是Mie 理论的精髓,它与粒子尺

度参数 $\alpha$ 、折射率 $m$ 及散射角 $\theta$ 有关。对各向同性的球形粒子,其函数为

$$i_1(\alpha, m, \theta) = |S_1|^2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n) \right|^2 \tag{1}$$

$$i_2(\alpha, m, \theta) = |S_2|^2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \right|^2 \tag{2}$$

式中, $S_1$ 和 $S_2$ 分别为 $I_{\perp}$ 与 $I_{\parallel}$ 的散射波无量纲复振幅值; $a_n$ 和 $b_n$ 由Bessel 函数决定,与 $\alpha$ 和 $m$ 有关; $\pi_n$ 和 $\tau_n$ 由Legendre 函数及其导数决定,仅与 $\theta$ 有关。当入射光为单位辐照度时,两个函数表示以 $\lambda^2/4\pi^2$ 为单位的每个散射分量的强度,所以其函数实用表达式为:

(1) 粒子被一束电矢量垂直于观测平面的平面偏振光照射( $E_{\perp}$ ),即偏振角 $\phi=90^\circ$ ,这时在这个平面上散射光的强度为

$$I_{\perp}(\theta) = E_{\perp} \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_1 \tag{3}$$

(2) 粒子被一束电矢量平行于观测平面的平面偏振光照射( $E_{\parallel}$ ),即 $\phi=0^\circ$ ,这时在这个平面内散射光的强度为

$$I_{\parallel}(\theta) = E_{\parallel} \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_2 \tag{4}$$

(3) 粒子被一束非偏振光照射( $E$ ),这束光可以看作是电矢量分别垂直和平行于观测平面的两束平面偏振光的迭加。这两束光振幅相同,但没有相干的关系。这时散射光也包含两个非相干的偏振分量

$$I(\theta) = E \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left( \frac{i_1 + i_2}{2} \right) \tag{5}$$

式中, $i_1$ 和 $i_2$ 的计算相当复杂,但借助计算机可以计算其近似值(对较小的 $\alpha$ 值而言)。

## 3 单分散系的散射

### 3.1 角散射

角散射联系着一个散射截面,即上述提到的角散射截面。光投影到这个截面上的入射光能量,等于由于这个粒子的作用向 $\theta$ 方向单位立体角内所散射的光能量,有:

$$\sigma_p(\theta) \cdot E_0 = I(\theta) \quad (6)$$

式中,角散射截面  $\sigma_p(\theta)$  为入射光强和散射光强这两个可测量的比值。将其应用到上述(3)、(4)、(5)式,在不同的入射光偏振态下分别有:

$$\sigma_{p\perp}(\theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_1 \quad (7)$$

$$\sigma_{p\parallel}(\theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_2 \quad (8)$$

$$\sigma_p(\theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left( \frac{i_1 + i_2}{2} \right) \quad (9)$$

从上式可看出,角散射截面是  $\alpha, m$  和  $\theta$  的函数,通过函数  $i_1, i_2$  与入射光的偏振状态有关,与入射光的辐照度无关。

### 3.2 体散射

单个粒子的角散射截面是很难测量的,而体角散射系数是客观的,基本可测量的,它代表单位体积粒子的角散射特性。粒子的随机排列和运动,使每个粒子的散射光之间不存在任何相干性,各散射光波的强度是可加的;若单位体积中有  $N$  个粒子,则在任何方向上散射光的强度是单个粒子强度的  $N$  倍。对应上述不同的入射光偏振态体角散射系数分别是:

$$\beta_{p\perp}(\theta) = N \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_1 \quad (10)$$

$$\beta_{p\parallel}(\theta) = N \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_2 \quad (11)$$

$$\beta_p(\theta) = N \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left( \frac{i_1 + i_2}{2} \right) \quad (12)$$

当入射光为单位辐照度时,体角散射系数在数值上等于单位体积粒子通过在  $\theta$  方向的一个无限小立体角中的散射光强度。

### 3.3 总散射

粒子的总散射是指粒子从入射光能量中向各个方向散射光能量的和。总散射截面是使得在这个截面上入射光能量为粒子向各个方向散射能量之和,在非偏振光入射时有总散射截面:

$$\sigma_p = \int_0^{4\pi} \sigma_p(\theta) d\omega = 2\pi \int_0^\pi \sigma_p(\theta) \sin\theta d\theta \quad (13)$$

总散射截面的物理意义为单位辐照度时粒子向各个方向散射能量之和,其与粒子的几何截面的比值为效率因子  $K$  (Mie 系数):

$$K = \frac{\sigma_p}{\pi r^2} = \frac{2}{r^2} \int_0^\pi \sigma_p(\theta) \sin\theta d\theta \quad (14)$$

根据尺度参数和非偏振态下的角散射截面,化简上式得:

$$K = \frac{1}{a^2} \int_0^\pi (i_1 + i_2) \sin\theta d\theta \quad (15)$$

上式的计算比较复杂,在计算中,用(1)、(2)式中所用的复函数  $a_n$  和  $b_n$  予以表示即可变为较易计算的形式:

$$K = \frac{2}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2N + 1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (16)$$

式中  $a_n$  和  $b_n$  采用向前递推方式(设定  $n$  的取值范围、微粒折射率和使用激光波长)及计算机编程可以计算,限于篇幅不能详述。总之,通过对效率因子  $K$  的计算,结合微粒的折射率、入射光波长及有关光强的测试,可在理论上计算出微粒的粒度大小。

## 4 结束语

Mie 散射理论可应用于对气液、气固、液固双相介质中的各种微粒进行测量,与计算机配合,可实现快速、实时在线测量。但需要指出的是,不管是测量本身,还是对 Mie 散射方程的计算,均是建立在单分散系、各向同性的球形微粒基础上的。由此可见,研究单分散系微粒的 Mie 散射具有重要意义。多分散系微粒的 Mie 散射理论及对各向异性、非球形粒子的测量,是今后继续研究的一个方向。

### 参考文献:

- [1] Denman H H *et al.* Angular Scattering Functions for Spheres [M]. Detroit: Wayne State University Press, 1966.
- [2] Cooke D D, Kerker M. Response calculations for light-scattering aerosol particle counters [J]. Appl Opt, 1995, 14(4): 734-739.
- [3] Giese R H *et al.* Tables related to scattering functions and scattering cross sections of particles according to the Mie theory [J]. KL Math Phys Tech, 1961, (6): 94-98.
- [4] Houghton H G, Chalker W R. Scattering cross-sections water drops in air for visible light [J]. Opt Soc Am, 1979, 39(7): 955-957.