

文章编号:1002-2082(2004)05-0007-04

冰洲石晶体色散方程解析研究及 折射率温度系数表达式

李红霞¹, 吴福全¹, 范吉阳²

(1. 曲阜师范大学 激光研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 曲阜师范大学 物理系, 山东 曲阜 273165)

摘要: 冰洲石晶体的主轴折射率随波长变化而变化。本文通过对 Sellmeier 方程严格求解, 得出其系数表达式。经验证, 折射率的计算值与实验值十分吻合。通过线性插值的方法求解出不同波长的温度系数表达式, 从而得出不同温度不同波长的冰洲石晶体的主轴折射率, 得到 Sellmeier 方程常数在各温度下的常数值。

关键词: 冰洲石晶体; 色散; Sellmeier 方程; 温度系数

中图分类号: O734-34

文献标识码: A

Sellmeier Coefficients for the Refractive Indices of Calcite at Crystal Different Temperatures

LI Hong-xia¹, WU Fu-quan¹, FAN Ji-yang²

(1. Laser Research Institute, Qufu Normal University, Qufu 273165, China;

2. Physics Department, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

Abstract: The refractive index of the calcite varies with the wavelength. With strict solution, the thesis gains the expression of the coefficient for the Sellmeier equation. It agrees with the experimental results well. The expression of the thermo-optical coefficients at the different wavelengths are got by linear interpolation algorithm. And it can yield the refractive indices of the calcite at different temperature and different wavelengths through it. Then those can get the constants of the equation at different temperature.

Keywords: calcite crystal; dispersion; Sellmeier equation; temperature coefficients

引言

冰洲石^[1,2]晶体在很宽的光谱区均显示出较强的双折射性质, 而且晶体的折射率随波长的改变出现了色散, 并具有双折射率大、光学性能稳定且易加工等特点, 尤其在相当宽的波长范围区域(0.3~5 μm)具有很高的透光性能, 是制作棱镜式偏光器件的理想材料。

媒质中光速率随入射光波长而变化的现象称作光的色散^[3~4]现象。通常通过实验测定 n 随 λ 变化的关系, 并作成曲线, 这种曲线称为色散曲线。另外, 由于各种材料的色散曲线不尽相同, 所以无法

从一种材料的色散曲线得到另一种材料的色散曲线。除色散曲线外, 还可以利用经验公式求出不同波长时的折射率。

冰洲石晶体的经验公式可用 Sellmeier 方程来描述。本文通过对修正的 Sellmeier 方程严格求解, 得出了可见光区 Sellmeier 方程各常数的表达式。经验证与实验值符合得很好。已报导文献中仅有几个特定波长的冰洲石晶体的温度系数。作者通过线性插值的方法, 求得了不同波长的温度系数。由此可以求出在不同温度下冰洲石晶体的各主轴折射率, 再重复求解 Sellmeier 方程各常数表达式, 经

收稿日期: 2003-07-02 修回日期: 2003-09-11

作者简介: 李红霞(1978-), 女, 山东省嘉祥县人, 南京大学物理系博士研究生, 主要从事偏光器件设计及其性能测定工作。

过迭代及重复过程,可以得出不同温度时 Sellmeier 方程的各常数值。

1 Sellmeier 方程的求解

修正的 Sellmeier 方程的表达式如下:

$$n_i^2 = A + \frac{B}{\lambda_i^2 - C} - D\lambda_i^2 \quad (1)$$

式中, n_i 表示折射率; λ 是入射光波长; B 是与吸收能带有关的常数; C 为媒质的吸收波长; D 是远红外修正项^[2]。

下面通过对 Sellmeier 方程求解,可以得到常数 A, B, C 和 D 的表达式:

$$n_1^2 = A + \frac{B}{\lambda_1^2 - C} - D\lambda_1^2 \quad (2)$$

同理,将 $n_2, \lambda_2, n_3, \lambda_3$ 和 λ_4 代入(1)式,可得到另外三个同样的方程。以上四式联立消去 A 和 D , 经过整理代入,得到以下二式:

$$\begin{aligned} & (n_1^2 - n_2^2)(\lambda_4^2 - \lambda_3^2) - (n_3^2 - n_4^2)(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \\ & = B(\lambda_3^2 - \lambda_1^2)(\lambda_2^2 - \lambda_4^2) \\ & \times \left[\frac{1}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_3^2 - C)} - \frac{1}{(\lambda_2^2 - C)(\lambda_4^2 - C)} \right] \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (n_1^2 - n_3^2)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) - (n_2^2 - n_4^2)(\lambda_3^2 - \lambda_4^2) \\ & = B(\lambda_3^2 - \lambda_1^2)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \\ & \times \left[\frac{1}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_3^2 - C)} - \frac{1}{(\lambda_2^2 - C)(\lambda_4^2 - C)} \right] \quad (4) \end{aligned}$$

将(3)和(4)二式联立,经整理,得到 B 和 C 的表达式。将 B 和 C 的表达式代入(2)式及相同的其它式中,整理后得到 A 和 D 的表达式,则修正的 Sellmeier 方程的常数值 A, B, C 和 D 的表达式可通过严格求解得到。常数 A, B, C 和 D 表达式如下所示:

$$C = \frac{uy - wx}{bx - ay} \quad (5)$$

$$B = \frac{x}{zt} \quad (6)$$

$$D = \frac{n_1^2 - n_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} - \frac{B}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)} \quad (7)$$

$$A = n_1^2 - \frac{B}{\lambda_1^2 - C} + D\lambda_1^2 \quad (8)$$

为了使 A, B, C 和 D 4 常数表达式简单,设:

$$x = \frac{n_1^2 - n_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} - \frac{n_3^2 - n_4^2}{\lambda_4^2 - \lambda_3^2} \quad (9)$$

$$y = \frac{n_1^2 - n_3^2}{\lambda_3^2 - \lambda_1^2} - \frac{n_2^2 - n_4^2}{\lambda_4^2 - \lambda_2^2} \quad (10)$$

$$z = \frac{(\lambda_3^2 - C)(\lambda_4^2 - C) - (\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)(\lambda_3^2 - C)(\lambda_4^2 - C)} \quad (11)$$

$$u = \lambda_3^2 \lambda_4^2 - \lambda_1^2 \lambda_2^2 \quad (12)$$

$$w = \lambda_2^2 \lambda_1^2 - \lambda_3^2 \lambda_4^2 \quad (13)$$

$$a = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_4^2 \quad (14)$$

$$b = \lambda_1^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2 - \lambda_4^2 \quad (15)$$

修正的 Sellmeier 方程的各常数表达式如上所示,将其写入 MATLAB 程序,分别代入 4 组不同的波长和对应的折射率值即可计算出 A, B, C 和 D 的值,然后通过重复迭代得到最佳的 A, B, C 和 D 常数^[5~12]。把求出的 A, B, C 和 D 常数值代入(1)式,以 λ 为自变量,折射率 n 为因变量,可得到它们的关系曲线,如图 1 所示(图中“+”号表示实验值^[1])。

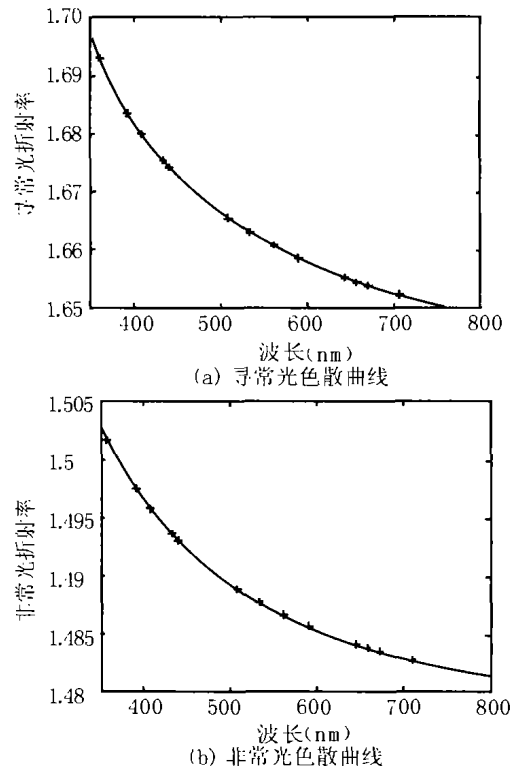


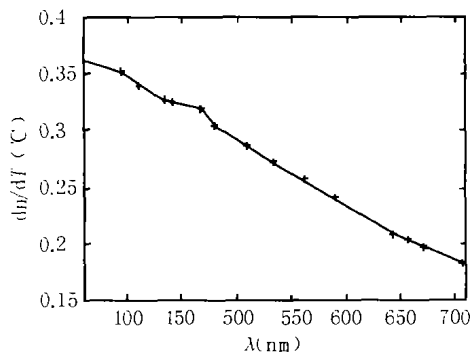
图 1 Sellmeier 方程可见光区色散曲线

Fig. 1 The dispersion curve of Sellmeier equation for visible light

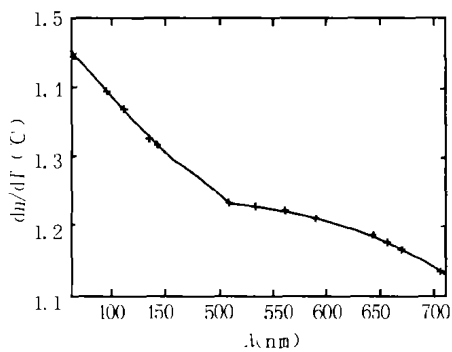
由图 1 可看出理论曲线与实验值符合得很好,说明所取 A, B, C 和 D 常数值很好地反映了折射率与波长之间的色散关系。比较图 1(a) 和 (b), 可知寻常光 o 光和非常光 e 光的折射率都随着波长的增加而变小,这正是正常色散的情况。

2 折射率温度系数表达式

由于冰洲石晶体所制作的棱镜要在各种不同的温度下使用,而温度又影响折射率,因此,为了更好地研究不同温度下棱镜的偏光性能,了解折射率值随温度的变化是必要的(为此,计算不同温度下的折射率也是必须的)。但在现有文献中,仅给出了有限的几个波长折射率和温度系数值。本文通过线性插值^[13~14]方法(线性插值是通过已知数据点对未知数据进行模拟的方法)计算不同波长的温度系数,结果如图2所示。



(a) 寻常光折射率温度系数



(b) 非常光折射率温度系数

图2 各波长所对应的折射率温度系数

Fig. 2 The thermal coefficient of the refractive index

表1给出了几个特定波长所对应的折射率温度系数值。由表1和图2可知, dn_o/dT 和 dn_e/dT 的值都随波长的增加而减小,也就是说,入射光波长越短,受温度影响就越大。从这一点考虑,在温度变化较大的情况下,应尽量选用波长长的光源。

表1 各波长对应的温度系数

Table 1 The thermal coefficient of the some wavelengths

$\lambda(\text{nm})$	361	441	589	706
$dn_o/dT(\times 10^{-5})$	0.360	0.325	0.240	0.183
$dn_e/dT(\times 10^{-5})$	1.449	1.318	1.213	1.134

由已知的温度系数可以计算出不同波长和不同

温度时的折射率值,如表2所示。

表2 不同温度时方解石晶体的各主折射率

Table 2 The refractive index of the calcite at different temperatures

	-80 °C	-40 °C	0 °C	20 °C	40 °C
361 nm n_o	1.692 81	1.692 95	1.693 10	1.693 17	1.693 24
n_e	1.500 83	1.501 41	1.501 99	1.502 28	1.502 86
441 nm n_o	1.673 91	1.674 04	1.674 17	1.674 23	1.674 36
n_e	1.492 41	1.492 94	1.493 47	1.493 73	1.494 26
589 nm n_o	1.658 11	1.658 21	1.658 30	1.658 35	1.658 45
n_e	1.485 19	1.485 67	1.486 16	1.486 40	1.486 89
706 nm n_o	1.651 97	1.652 01	1.652 05	1.652 07	1.652 11
n_e	1.482 40	1.482 85	1.483 30	1.483 53	1.483 98

在-80 °C~+40 °C范围内,各波长的折射率变化不是太大。温度变化相同时,706 nm的主折射率变化相应要比361 nm主折射率的变化小。但对要求较高的光路系统,以上变化已可使棱镜性能发生变化。因此,求解出不同温度下的折射率值是有意义的。

为了方便地求知不同温度的折射率值,可将表2中的波长值和不同温度的折射率值分别代入Sellmeier方程的常数值 A, B, C 和 D 的表达式中,重复迭代,得到不同温度下的Sellmeier方程的常数值,如表3所示。将所求出的不同温度下的 A, B, C 和 D 值代入(1)式,即可求出不同温度下各波长的折射率值。

表3 不同温度时Sellmeier方程的常数值

Table 3 The constants of the Sellmeier equation at different temperature

	-80 °C	-40 °C	0 °C	20 °C	40 °C
A_o	1.698 4	1.696 2	1.697 1	1.698 0	1.698 8
$B_o(\times 10^4)$	1.925 7	1.911 1	1.905 4	1.893 9	1.896 5
$C_o(\times 10^4)$	1.858 8	1.901 0	1.920 1	1.957 0	1.916 4
$D_o(\times 10^{-8})$	1.191 1	1.388 8	1.523 3	1.639 3	1.779 7
A_e	1.18 13	1.182 8	1.184 8	1.185 5	1.187 5
$B_e(\times 10^4)$	8.519 9	8.518 5	8.465 0	8.461 5	8.380 4
$C_e(\times 10^4)$	1.120 3	1.134 7	1.231 2	1.258 1	1.352 4
$D_e(\times 10^{-8})$	2.558 7	2.951 3	4.010 9	4.167 0	5.221 8

以上讨论大大简化了求不同波长和不同温度下不同波长的折射率值的过程,并且可以通过比较 A, B, C 和 D 常数的值,更好地理解Sellmeier色散方程及式中 A, B, C 和 D 常数所代表的意义。

3 讨论

(1) 由图1可看出,实验值与理论曲线符合得很好。这说明,在可见光范围内,本文所求Sellmeier方程的常数值较好地表达了色散关系。

(2) 由文中讨论可知, B 是与吸收能带有关的常数, C 指媒质的吸收波长, D 是远红外修正项。从表3可以看出,随着温度的上升,对 o 光和 e 光两种情况来说,晶胞间的能带间距越来越窄,而吸收波长却越来越大,但红外修正项对 Sellmeier 方程影响不大。

(3) 本文只讨论了可见光区部分,对冰洲石晶体的所有透射光谱范围均可采取同种方法讨论。但应注意区分冰洲石晶体的吸收区,因为在吸收区内,冰洲石晶体的色散为反常色散,不再遵循以上规律,在讨论时应加以区分。

参考文献:

- [1] Bennett M J, Bennett E H. Handbook of optics[M]. New York:Mcgraw-hill,1978.
- [2] 小川智哉著,崔承甲译.应用晶体物理学[M].北京:科学出版社,1985.
- [3] 蒋民华.晶体物理[M].山东:山东科学技术出版社,1980.
- [4] 寥延彪.物理光学[M].北京:电子工业出版社,1986.
- [5] 周建华,黄燕.MATLAB 5.3 学习教程[M].北京:北京大学出版社,2000.
- [6] 尹泽明,丁春利,等.精通 MATLAB6[M].北京:清华大学出版社,2000.
- [7] Z D Zeng,H Y Shen,*et al.* Measurement of the refractive index and thermal refractive index coefficients of Nd : YAP crystal [J]. Appl Opt, 1990,29(9):1281—1286.
- [8] Gorachand Ghosh. Sellmeier coefficients and dispersion of thermo-optic coefficients for some optical glasses[J]. Appl Opt,1997,36(7):15401—15406.
- [9] Gorachand Ghosh. Temperature dispersion in KTP for nonlinear devices[J]. IEEE Pho Tech Letters, 1995,7(1):68—70.
- [10] Gorachand Ghosh. Sellmeier coefficients for the birefringence and refractive indices of ZnGeP₂ nonlinear crystal at different temperatures [J]. Appl Opt, 1998,37(7):1205—1212.
- [11] Tang Zhou,Jin-feng Zhang, *et al.* Measurements of the thermo-optic coefficient of a barium fluoride single crystal [J]. Appl Opt, 1994, 33(13): 2620—2623.
- [12] David W Rush,Brian M Dugan, *et al.* Temperature-dependent index-of-refraction changes in BaTiO₃ [J]. Opt Lett,1991,16(17):1295—1297.
- [13] Z D Zeng,H Y Shen,*et al.* Measurement of refractive indices and thermal refractive index coefficients of the Ti : Mg : LiNbO₃ crystal [J]. J Opt Soc Am B,1993,10(3):551—553.
- [14] 徐浩,沈鸿元,等. Ti : LiNbO₃ 晶体的折射率温度系数表示式[J]. 激光技术,1995,19(1):1—6.