

# 模式搜索法在边坡稳定性分析中的应用

唐超宏<sup>1</sup>, 莫海鸿<sup>1</sup>, 刘少跃<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 建筑工程系, 广东 广州 510640; 2. 广东省水利水电机械施工公司, 广东 广州 510370)

**摘要:** 基于圆弧滑动面的假定, 提出了一种运用模式搜索法确定边坡最危险滑动面及其对应的最小安全系数的方法, 突破了传统方法在搜索最危险滑动面时必须划定圆心搜索范围的束缚, 从而提高了边坡稳定性分析的可靠性.

**关键词:** 模式搜索法; 边坡稳定性; 最危险滑动面; 最小安全系数

**中图分类号:** TU 43    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1000 - 565 X(2000)02 - 0042 - 05

由凝聚性土类组成的均质或非均质土坡, 一般假定它的稳定问题是平面应变问题, 滑裂面是个圆柱面. 用极限平衡理论分析边坡稳定性, 其关键在于确定最危险滑动面及其对应的最小安全系数. 搜寻最危险滑动面的圆心、半径, 就成为此类分析的主要问题. 搜索最危险滑动面圆心、半径, 最早使用的是穷举法, 继而有二分法<sup>[1]</sup>, 最近又出现了遗传进化算法<sup>[2]</sup>等方法. 虽然这些方法都有其理论依据, 有的在工程实践中还得到了广泛的应用, 然而, 其局限性也是显而易见的.

穷举法受列举圆心、半径的数量的多少的影响. 列举数量少, 精度就低, 列举数量多, 则计算次数会大得惊人, 况且, 要实现真正的穷举也是不可能的; 二分法有可能陷入局部极小值; 遗传进化算法的理论则较为复杂. 而且, 虽然二分法及遗传进化算法较之穷举法有了很大改进, 但无论是以上的何种方法, 均存在以下缺点, 即需要计算者给定圆心搜索区域. 这就要求计算者对圆心的可能位置和半径有所认识. 但仅凭经验也未必能准确地解决问题, 特别是一些较为复杂的情况. 而当给定的圆心搜索区域不准确, 不包含真正的最危险滑动面圆心时, 以上各方法均不能跳出给定的圆心搜索区域, 也就无法求出真正的最危险滑动面及其对应的最小安全系数. 这正是以上各方法的最大缺陷. 为此, 本文提出用模式搜索法<sup>[3]</sup>搜索最危险滑动面及其对应的最小安全系数的方法. 该方法无需计算者给定圆心搜索区域, 即可由初值开始自动搜索最危险滑动面及其对应的最小安全系数. 此法所求的结果为全局最优解.

## 1 模式搜索法

模式搜索法是一种最优化计算方法, 用于求  $n$  元函数  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的极小值或极大值, 也称步长加速法.

这个方法由两类“移动”所构成: 一类是“探索性”移动, 目的是揭示目标函数变化规律, 探测函数  $f(x)$  的下降方向; 另一类是“模式性”移动, 目的是利用发现的函数变化规律沿着有利方向寻找更好的点, 可以看成是一种加速. 现对迭代过程说明如下:

收稿日期: 1998 - 12 - 24

作者简介: 唐超宏(1974 - ), 男, 硕士研究生, 主要从事结构工程研究.

给定初始点  $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$  和步长  $\alpha_0 > 0$ .

探测性移动 (Exploratory Move): 从迭代点  $\mathbf{x}^{(k)}$  出发, 依次沿坐标方向找下降点, 用记号  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,i)}$  表示第  $k+1$  次迭代按坐标方向  $e_i$  在探测性移动时得到的点. 以第一个坐标方向为例, 取  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} = \mathbf{x}^{(k)}$ . 首先取  $\tilde{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} + \alpha_1 e_1$ , 其中  $e_1$  为第一个分量为 1 的单位向量, 即  $e_1 = (1, 0, \dots, 0)^T$ . 若  $f(\tilde{\mathbf{x}}^{(k,1)}) < f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)})$ , 则这一维的探测完成, 取  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \tilde{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} + \alpha_1 e_1$ , 开始对第二个分量探测. 若  $f(\tilde{\mathbf{x}}^{(k,1)}) \geq f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)})$ , 则取  $\bar{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} - \alpha_1 e_1$ , 此时若  $f(\bar{\mathbf{x}}^{(k,1)}) < f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)})$ , 则这一维的探测完成, 取  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \bar{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} - \alpha_1 e_1$ , 开始对第二个分量探测. 此时若  $f(\bar{\mathbf{x}}^{(k,1)}) \geq f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)})$ , 也认为这一维的探测完成, 但取  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)}$ . 将上述处理施于一般情况, 可列出以下公式:

$$\hat{\mathbf{x}}^{(k,i)} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}^{(k,i)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)} + \alpha_i e_i, & \text{若 } f(\tilde{\mathbf{x}}^{(k,i)}) < f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)}) \\ \bar{\mathbf{x}}^{(k,i)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)} - \alpha_i e_i, & \text{若 } f(\bar{\mathbf{x}}^{(k,i)}) < f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)}) \leq f(\tilde{\mathbf{x}}^{(k,i)}) \\ \hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)}, & \text{若 } f(\bar{\mathbf{x}}^{(k,i)}) \geq f(\hat{\mathbf{x}}^{(k,i-1)}) \leq f(\tilde{\mathbf{x}}^{(k,i)}) \end{cases},$$

式中  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)} = \mathbf{x}^{(k)}$ . 上式对  $i = 1, 2, \dots, n$  进行运算, 求出  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,n)}$ , 此时若  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,n)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)}$ , 则缩小步长, 使  $\beta\alpha = \alpha$ , 再进行探测移动, 仍有  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,n)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)}$  时再缩小步长, 再进行探测移动, 直至  $\|\alpha\| \leq \varepsilon$  时, 则  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,0)}$  为近似极小值点; 若  $\hat{\mathbf{x}}^{(k,n)} \neq \hat{\mathbf{x}}^{(k,0)}$ , 则完成了探测移动, 下面开始模式移动.

模式移动 (Pattern Move): 记  $\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k,n)}$ , 从  $\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)}$  出发, 沿方向  $\mathbf{P}_k = \hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{x}}^{(k)}$  以步长  $\lambda_k = 1$  求出新试验点  $\bar{\mathbf{x}}^{(k+1)}$ , 即

$$\bar{\mathbf{x}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} + \lambda_k \mathbf{P}_k = \hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} + (\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{x}}^{(k)}) = 2\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{x}}^{(k)}.$$

然后从  $\bar{\mathbf{x}}^{(k+1)}$  出发再进行一次探测性移动, 得到点  $\hat{\mathbf{y}}^{(k+1)}$ , 这时有以下两种情况:

- i) 若  $f(\hat{\mathbf{y}}^{(k+1)}) < f(\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)})$ , 则令  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{y}}^{(k+1)}$ , 一次迭代完成, 得到新迭代点  $\mathbf{x}^{(k+1)}$ .
- ii) 若  $f(\hat{\mathbf{y}}^{(k+1)}) \geq f(\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)})$ , 则令  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k+1)}$ , 并将步长  $\alpha$  缩小, 重新从探测性移动开始, 如果步长  $\alpha$  足够小, 则迭代结束.

## 2 边坡最危险滑动面的模式搜索法

克列因在《散体结构力学》<sup>[4]</sup> 中已指出, 边坡稳定安全系数  $F_s$  是滑动圆心位置(坐标  $x, y$ ) 和半径  $r$  的函数. 求最危险滑动面所对应的最小安全系数  $F_{s_{\min}}$  即是求目标函数  $F_s(x, y, r)$  的最小值. 为此, 可将  $F_s$  作为上节的目标函数  $f$ , 即可按上节模式搜索法的步骤求  $F_{s_{\min}}$  及其对应的最危险滑动面(坐标  $x, y$  和半径  $r$ ).

本文主要研究如何有效地寻找最危险滑动圆弧, 为简便起见, 采用简单条分法中的瑞典圆弧滑动法进行计算, 如图 1 所示, 采用替代重度法, 考虑地震惯性力以后的安全系数公式为<sup>[5]</sup>

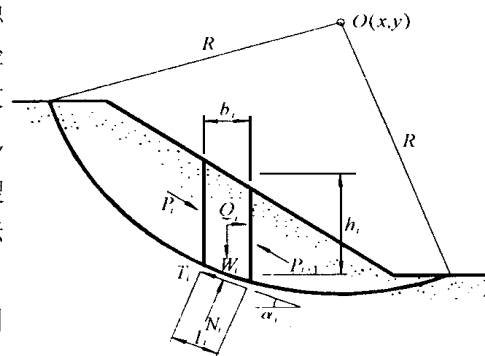


图 1 瑞典法计算简图

Fig.1 Illustrative chart of Sweden method

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \{ c_i' l_i + [ ( W_i \pm Q_i' ) \cos \alpha_i - u_i l_i - Q_i \sin \alpha_i ] \operatorname{tg} \varphi' \}}{\sum_{i=1}^n [ ( W_i \pm Q_i' ) \sin \alpha_i + M_C / R ]} \quad (1)$$

式中： $F_s$ ——土坡抗滑稳定安全系数； $W_i$ ——土条自重；  
 $\alpha_i$ ——土条底边倾角； $c_i'$ ——土的有效粘聚力；  
 $\varphi'$ ——土的有效内摩擦角； $R$ ——圆弧滑动半径；  
 $Q_i$ ——土条水平地震惯性力； $Q_i'$ ——土条竖向地震惯性力；  
 $l_i$ ——土条滑动面弧长； $u_i$ ——作用于土条底边上的孔隙水压力；  
 $M_C$ ——水平惯性力  $Q_i$  对圆心的矩。

### 3 计算实例以及与二分法的比较

现以文献[1]中图 5-15 的算例为例进行计算分析。土坡的参数及荷载如图 2 所示，各土层计算参数如表 1 所示。本例在文献[1]中原以毕肖普法计算，为便于对比分析，现均以瑞典法<sup>[6]</sup>进行计算。分别用模式搜索法及二分法进行搜索，采用二分法时，给出三个不同的圆心搜索范围，采用模式搜索法时，给出八个不同的圆心坐标初值，计算结果分别列于表 2 和表 3。

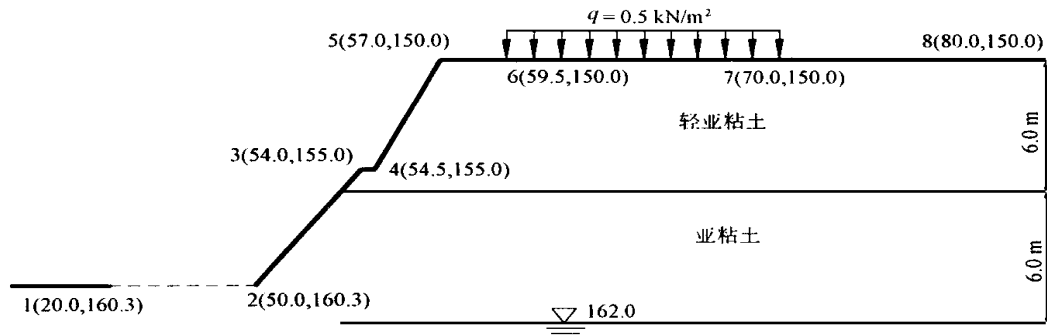


图 2 边坡及地基剖面图

Fig. 2 Section of slope and foundation

表 1 各土层计算参数

Table 1 Parameters of soil layers

| 土层 | 土类   | 重度 $\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$ | 粘聚力 $C / \text{kPa}$ | 内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$ |
|----|------|---|----------------------|---------------------------|
| I  | 轻亚粘土 | 19.9  | 28.0                 | 18.0                      |
| II | 亚粘土  | 20.0  | 25.0                 | 22.0                      |

由表 2 可见，对于不同的圆心搜索范围，二分法的计算结果，最危险滑动面及其对应的最小安全系数变化较大，说明该法计算结果与圆心搜索范围有很大关系，而且当圆心搜索范围没有包含真正的最危险滑动面圆心时，由于无法在给定的圆心搜索范围以外搜索，因而不能得到真正的最危险滑动面及其对应的最小安全系数。

表 2 二分法计算结果

Table 2 Results computed with the half dividing method

| 圆心搜索范围<br>/ m |           |           |           | 危险滑弧圆心<br>横坐标/ m | 危险滑弧圆心<br>纵坐标/ m | 危险滑弧<br>半径/ m | 安全系数  |
|---------------|-----------|-----------|-----------|------------------|------------------|---------------|-------|
| $X_{min}$     | $X_{max}$ | $Y_{min}$ | $Y_{max}$ | $X_G$            | $Y_G$            | $R_G$         | $F_s$ |
| 10.0          | 60.0      | 50.0      | 120.0     | 40.859           | 101.953          | 61.61         | 2.65  |
| 20.0          | 55.0      | 70.0      | 110.0     | 40.234           | 99.375           | 63.86         | 2.72  |
| 00.0          | 70.0      | 40.0      | 155.0     | 50.313           | 144.219          | 27.57         | 2.07  |

表 3 模式搜索法计算结果

Table 3 Results computed with the pattern search method

| 编号 | 圆心初始坐标<br>/ m |       | 危险滑弧圆心<br>横坐标/ m | 危险滑弧圆心<br>纵坐标/ m | 危险滑弧<br>半径/ m | 安全系数  |
|----|---------------|-------|------------------|------------------|---------------|-------|
|    | $X_0$         | $Y_0$ | $X_G$            | $Y_G$            | $R_G$         | $F_s$ |
| 1  | 48.0          | 145.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 2  | 48.0          | 120.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 3  | 48.0          | 160.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 4  | 30.0          | 145.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 5  | 65.0          | 145.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 6  | 30.0          | 40.0  | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 7  | 65.0          | 35.0  | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |
| 8  | 35.0          | 160.0 | 48.010           | 144.237          | 26.89         | 2.06  |

用模式搜索法计算无需给定圆心搜索范围,只需给出圆心初始坐标,即可自动搜索最危险滑动面及其对应的最小安全系数.从表 3 的计算结果可以看到,无论初始点在最终结果附近(见表 3 中的 1 点),还是在最终结果的上、下、左或右(见表 3 中的 2, 3, 4, 5 点),均可以找到最佳的结果.即使给出的初始点离最佳点较远,是一些极不合理的点(见表 3 中的 6, 7, 8 点),用本文的方法同样可以找出最危险的滑动圆弧,说明用本文的方法不会陷入局部极小值中.从以上的计算结果,即可以看到本文的方法的合理性和优越性.事实上,为了使用方便和减少迭代计算次数,作者根据前人的研究成果给定圆心的初值<sup>[7]</sup>,并编在计算程序中.计算时只需输入边坡参数和土层参数即可.本例给出若干圆心初值,仅为验证圆心初值与最终计算结果无关.

另外,通过计算分析,发现计算结果与分条数有关.只有当分条数达到某数值时,安全系数才能收敛于同一点,此时的分条数才是恰当的.分条数太少时,则未必能找到最危险滑动面,只能收敛到最危险滑动面附近.当分条数足够多时,本文的方法则一定能搜索到最危险滑动面(本例为 100 条).

## 4 结 语

本文引入了模式搜索法来确定边坡最危险滑动面及其对应的最小安全系数.模式搜索法是一种成熟的最优化计算技术,可用于求解  $n$  维极值问题.作者把安全系数视为圆心坐标和滑弧半径的函数,将圆弧滑动法与模式搜索法结合,用求函数极小值的方法来推求最危险滑动圆弧的圆心和半径.文中通过一个实例将模式搜索法与二分法进行了比较,说明了用模式搜索法无需给定圆心搜索范围,即可自动搜索出最危险滑动面的位置,突破了传统方法在搜

索最危险滑动面时必须划定圆心搜索范围的束缚。最重要的是,提高了边坡稳定性分析的可靠性。

参考文献:

- [1] 江见鲸,宋昆仑,傅德炫,等. 土建工程常用微机程序汇编 [M]. 北京:地震出版社,1992.
- [2] 肖专文,张奇志,梁力,等. 遗传进化算法在边坡稳定性分析中的应用 [J]. 岩土工程学报,1998,20(1):44-46.
- [3] 席少霖,赵凤治. 最优化计算方法 [M]. 上海:科学技术出版社,1983.
- [4] 克列因·Г К. 散体结构力学 [M]. 北京:人民铁道出版社,1960.
- [5] 华东水利学院土力学教研室. 土工原理与计算 [M]. 北京:水利电力出版社,1979.
- [6] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析 [M]. 北京:水利出版社,1980.
- [7] 张天宝. 土坡稳定分析圆弧法的数值解研究 [J]. 成都工学院学报,1978(1-2):97-121.

## The Application of the Pattern Search Method For Slope Stability Analysis

*TANG Chao hong<sup>1</sup>, MO Hai hong<sup>1</sup>, LIU Shao yue<sup>2</sup>*

(1. Dept. of Civil Engineering, South China Univ. of Tech., Guangzhou 510640, China;  
2. Guangdong Hydro Power Mechanical Construction Co., Guangzhou 510370, China)

**Abstract:** Based on the assumption of circular slip surface, the pattern search method was used to determinate the most dangerous slip surface and the corresponding minimum safety factor. The new method is a breakthrough of the traditional methods with which a range of the center of the circle must be given to determine the most dangerous slip surface. The new method improves the dependability of the slope stability analysis.

**Key words:** pattern search method; slope stability; the most dangerous slip surface; minimum safety factor