# 小波域二维隐 Markov 模型滤波方法\*

叶大鹏 丁启全 吴昭同

【摘要】 针对旋转机械工作过程中产生非平稳信号的特点,在分析非平稳振动信号小波分解后同层小波数和 层间小波系数之间关系的基础上,结合二维隐 Markov 模型(2D-HMM)拓扑结构的表达能力,提出小波域2D-HMM 滤波方法,并给出了具体的实现步骤,最后通过 Bently-Nevada 转子试验系统的实测信号验证算法的有效性。结果 表明:小波域 2D-HMM 滤波算法能够有效地去除非平稳振动信号的噪声。

关键词:旋转机械 振动信号 二维隐 Markov 模型 小波分析 滤波 中图分类号: TH17; TN911.7 **文献标识码:** A

# Filtering Method Based on Wavelet 2D-hidden Markov Model

Ye Dapeng<sup>1</sup> Ding Qiquan<sup>2</sup> Wu Zhaotong<sup>2</sup>

(1. Fujian Agriculture and Forestry University, Fuzhou 350002, China2. Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

#### Abstract

The 2 – D hidden Markov model (2D-HMM) has the ability of representing the signals, which are non-stationary and worse reappearance in the rotor run-up process. Analyzing the relationship of different level wavelet coefficients and the same levels, a new filtering method based on wavelet 2D-HMM was proposed and its detail steps were presented. Finally, this method was validated by the data collected from Bently-Nevada rotor experimental system (Model 24755). The results demonstrate that it is effective to remove the noise of non-stationary signals of rotor system.

Key words Rotating machinery, Vibration signal, 2D-HMM, Wavelet analysis, Filtering

# 引言

基于振动信号分析方法的机械故障监测与诊断、系统参数识别的前提是<sup>[1~2]</sup>:在分析中所采用的信号必须能够真实可靠地反映出系统的特性。然而,由于实测振动信号中存在着各种干扰,在对振动信号进行分析之前,往往要进行滤波处理。小波消 噪、隐 Markov 模型滤波等各种新理论被应用于该领域中,取得了一定的效果<sup>[3~5]</sup>。

工程实际中存在大量非平稳、非高斯信号,因而 采用单一滤波处理难以得到满意的效果。Crouse 等 人在分析小波变换的特点后,考虑到信号经小波处 理后得到的系数之间相关性,结合隐 Markov 模型 (HMM)的特点,将小波系数看成是 HMM 的观测

收稿日期: 2007-12-18
\* 国家自然科学基金资助项目(项目编号: 50075079)
叶大鹏 福建农林大学机电工程学院 副教授, 350002 福州市

变量,用链状或树状的 HMM 建立小波系数模型,描述小波系数之间的关系,并对信号进行滤波处理,取得了较好的效果<sup>[6]</sup>。该方法只考虑了不同层小波系数之间关系,显然是不全面的。二维隐 Markov模型(2D-HMM)作为 HMM 的改进模型,由内部 HMM(I-HMM)和外部 HMM(E-HMM)构成,综合利用 2D-HMM 的 I-HMM 和 E-HMM,分别从时间和尺度两个维度上同时表达小波系数和尺度系数,进而使表达信号的小波分解系数的模型更完善。

# 1 基本理论

### 1.1 二维隐 Markov 模型(2D-HMM)

二维隐 Markov 模型(2D-HMM)是从 HMM 演 变而来,其拓扑结构如图 1 所示。

丁启全 浙江大学机械与能源工程学院 教授 博士生导师,310027 杭州市

吴昭同 浙江大学机械与能源工程学院 教授 博士生导师



图 1 2D-HMM 的拓扑结构图 Fig. 1 Topological structure of 2D-HMM

图中虚线椭圆表示 E-HMM 的状态(图中分别 为第 i-1,  $i \pi i+1$  状态), A'为 E-HMM 的状态转 移矩阵,它表示状态之间的转移关系。每个E-HMM 中均包含一个 I-HMM,用实线椭圆表示 I-HMM包 含的状态(图中为两状态,也可以不相同),A"表示 E-HMM 处于状态 i 时所对应 I-HMM 的状态转移 矩阵,同样它也表示 I-HMM 的状态之间的转移关 系;而  $B''_i$ 为 E-HMM 处于状态 *i* 时所对应 I-HMM 的输出矩阵或分布,它反映了状态与观测之间的关 系:网格状圆或黑色的圆点表示模型的观测向量(可 为离散或连续变量)。此外,与经典的 HMM 相似, 还需要初始状态概率矢量、E-HMM 和 I-HMM 的状 态数等表达完整的模型。2D-HMM 的基本算法有3 个,分别是用于计算概率的前向一后向算法、求解最 优状态路径的 Viterbi 算法和训练模型的 Baum-Welch 算法。其具体公式详见文献[7]。

### 1.2 小波分析

小波分析是一种性能优良的时-频分析工具,具 有局部性、多尺度性、压缩性、持续性和聚集性等特 性。它通过小波函数  $\phi(t)$ 的伸缩和平移,以及尺度 函数  $\phi(t)$ 的平移来表示信号<sup>[8]</sup>,即

$$\begin{cases} \psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \\ \phi_{j,k}(t) = 2^{-j_0/2} \phi(2^{-j_0}t - k) \end{cases} \quad (j,k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

则信号 x(t)可以表示成

$$v_{j,k} = \int x(t) \psi_{j,k}^*(t)$$

*u<sub>k</sub>*——尺度系数,反映信号近似部分 式中 vi,k----小波系数,表达信号的细节部分 *i*——尺度因子,其值越小所对应的分辨率越 高,反之越低

in-----最低分辨率级所对应的尺度因子

k-----平移因子

实际上,x(t)的分辨率是有限的,可根据应用 要求对 i 求有限和。

#### 小波域 2D-HMM 滤波 2

# 2.1 小波域 2D-HMM 滤波原理

Crouse 等人采用 Daubechies 系列小波对带有噪 声的信号作小波变换,利用高斯混合和 HMM 建立 小波系数模型,最后再利用训练得到的模型估计出 原始信号,从而有效地去除了噪声。其基本假设是: 一个典型信号经小波分解后,其小波系数是由少量 的大系数和大量的小系数组成。他将每个小波系数 建模成两高斯混合模型,然后,再利用HMM 来定义 概率图,用于表达不同尺度小波系数之间的耦合关 系<sup>[6]</sup>。

参照 Crouse 等人提出的小波域 HMM 滤波的 思想,同时考虑到时间轴和尺度轴上分解后的小波 系数(尺度系数和小波系数的总称)的关系,利用 2D-HMM 中的 I-HMM 的各状态之间转移关系来 描述同一尺度下不同时刻系数之间关系,而用 E-HMM中各状态之间的关系来表示不同尺度下系 数之间的依赖关系。把时间轴和尺度轴上的两维系 数同时综合到 2D-HMM 模型中。其概率模型结构 如图2所示。



图 2 小波 2D-HMM 概率图



图中虚线连接表示相邻分辨率的系数间关系 (由小波的多分辨率算法决定)。

#### 2.2 滤波实现步骤

采用小波域 2D-HMM 模型的信号滤波方法主 要由2部分组成:模型训练,给定一组训练数据,通 过 Baum-Welch 算法估计出模型参数:滤波实现,对 小波系数采用贝叶斯估计得到估计值,最后重构得 到滤波结果。其流程如图 3 所示,图中的测试样本 与训练样本为同源信号。



其滤波实现的具体步骤为:①根据实际分析的 信号,选取合适的小波函数、尺度函数及分解层数, 根据文献[8]提供的算法,对待处理信号进行多尺度 的小波分解,得到相应的尺度系数和小波系数。 ②根据训练得到的模型参数,对步骤①分解得到的 系数,利用贝叶斯估计获得相应的估计值,即滤波后 的系数。③利用小波重构算法对处理后的系数进行 重构,得到滤波后的信号。

### 3 试验验证

为了进一步验证算法的有效性,在 24755 型 Bently转子试验台上进行转子不平衡升速过程模拟 试验。转子由 500 r/min 上升到 8 000 r/min,每增 加一定速度采样一次,采样频率为3 000 Hz,每次采 样 1 024 个点,试验设置详见文献[7]。图 4 给出其 中一段典型样本的 1 024 个数据点的滤波前后时域 波形和相应的幅值谱。

分析中选用 Daubechies5 小波,分解层数为 5, 小波的分解和重构算法详见文献[8]。2D-HMM 模型的参数具体设定如下:E-HMM 选用上下型的 HMM 结构(如图 1 所示),选取其隐状态数为 5; I-HMM为二状态各态历经的 HMM,选用双高斯混 合来表达 I-HMM 状态与输出(小波系数和尺度系 数)的关系。在进行小波 2D-HMM 滤波时,依据设 定的模型参数和选定的小波类型,先利用典型样本 (研究中共测试了 50 个样本,选其中 30 个为典型样 本,其余部分作为测试样本)训练生成 2D-HMM 模型,然后再利用模型对信号进行滤波处理。

从图 4 中的原始信号时域波形和相应的谱,可 以看出原始信号中存在着高频噪声,经小波 2D-HMM数字滤波处理后,高频噪声得到了明显抑 制,取得了较好的滤波效果。



# 4 结束语

通过分析小波域 HMM 滤波的特点,在 Crouse 等人的研究基础上,引入 2D-HMM 表达信号经小波 分解后的系数,从概率图的角度,深入讨论了 2D-HMM模型表达小波系数的原理,并给出了具体 的实现步骤。最后,通过 Bently-Nevada 转子试验台 的转子不平衡升速过程模拟试验的实测信号,对这 一滤波方法进行验证。研究结果表明,该方法能够 有效地去除转子升速过程振动信号的噪声。

#### 参考文献

- 1 Randall R B. State of the art in monitoring rotating machinery-part 1[J]. Sound and Vibration, 2004, 38(3):  $14 \sim 21$ .
- 2 Randall R B. State of the art in monitoring rotating machinery-part 2[J]. Sound and Vibration, 2004, 38(5):  $10 \sim 17$ .
- 3 Anderson B D O. From wiener to hidden Markov models [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(3):  $41 \sim 51$ .
- 4 Sofia A, Tobias R, Rolf J. Linear optimal prediction and innovations representations of hidden Markov models [J]. Stochastic Processes and Their Applications, 2003, 108(1): 131~149.

2008年

组合,可以得到无穷多个组合信息。结合信号的特 点选择合适的组合信息能够更为精确地对突变点进 行识别和定位。

(3)结合复小波变换的优点,把复小波变换应用

到汽车主减速器故障特征提取中。通过对比主减速 器主从动齿轮啮合间隙不当的故障信号经2种小波 变换的结果发现,在故障特征识别和定位上复 Morlet小波变换优于实小波变换。

#### 🗞 考 文 献

- 孟庆华,周晓军,吴跃成,等. 基于小波免疫系统的车辆总成故障检测[J]. 汽车工程, 2004, 26(5): 619~622.
   Meng Qinghua, Zhou Xiaojun, Wu Yuecheng, et al. Vehicle fault diagnosis based on wavelet-immune system [J].
   Automotive Engineering, 2004, 26(5): 619~622. (in Chinese)
- 2 于德介,程军圣,成琼. 基于复小波变换相位谱的齿轮故障诊断[J]. 振动、测试与诊断,2004,24(4):275~277. Yu Dejie, Cheng Junsheng, Cheng Qiong. Application of phase power spectrum based on complex wavelet transform to fault diagnosis of gears[J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 2004,24(4):275~277. (in Chinese)
- 3 姜洪开,何正嘉,段晨东,等. 基于提升方法的小波构造及早期故障特征提取[J]. 西安交通大学学报,2005,39(5): 494~498.

Jiang Hongkai, He Zhengjia, Duan Chendong, et al. Wavelet construction based on lifting scheme and incipient fault feature extraction[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University,2005,39(5):494~498. (in Chinese)

- 4 张淑清,陈艳,徐红,等. 基于小波分析的机械系统振动信号故障诊断[J]. 仪器仪表学报,2004,25(4):756~757. Zhang Shuqing, Chen Yan, Xu Hong, et al. The fault diagnosis of vibration signal for machinery system using wavelet analysis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2004,25(4):756~757. (in Chinese)
- 5 张昊,石铁洪,刘沛.基于双正交小波和复小波的次同步谐振检测方法[J].中国电机工程学报,2001,3(3):12~15. Zhang Hao, Shi Tiehong, Liu Pei. The detection of torsional oscillation based on the bi-orthogonal wavelet and complex wavelet[J]. Proceedings of the CSEE,2001,3(3):12~15. (in Chinese)
- 6 徐长发,李国宽. 实用小波方法[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2001: 21~52.
- 7 Huang S J, Cheng T, Huang C L. Application of Morlet wavelets to supervise power system disturbances[J]. IEEE Trans. on Power Delivery, 1999,14(1):235~243.
- 8 崔雪梅. 以复小波提取局部放电信号特征的原理及方法研究[D]. 重庆:重庆大学,2004. Cui Xuemei. Extraction of partial discharge signal feature with complex wavelet transform[D]. Chongqing: Chongqing University,2004. (in Chinese)
- 9 飞思科技产品研发中心.小波分析理论与 MATLAB7 实现[M].北京:电子工业出版社, 2005.

#### (上接第186页)

- 5 丁康,陈健林,苏向荣.平稳和非平稳振动信号的若干处理方法及发展[J].振动工程学报,2003,16(1):1~10. Ding Kang, Chen Jianlin, Su Xiangrong. Processing methods and developments for stationary and non-stationary vibration signal[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(1): 1~10. (in Chinese)
- 6 Crouse M S, Robert D N, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(4): 886~902.
- 7 叶大鹏. 基于 2D-HMM 的旋转机械故障诊断方法及其应用研究[D]. 杭州:浙江大学, 2004. Ye Dapeng. Application and research on rotating machinery fault diagnosis based on two dimensional hidden Markov model [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004. (in Chinese)
- 8 Malllat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674~693.