

# 高速高精度加工中 NURBS 曲线混合插补算法<sup>\*</sup>

董伯麟 王治森 韩江

**【摘要】** 研究零件复杂表面高速高精度加工的 NURBS 曲线参数直接插补方法,结合 FIR 数字滤波器原理,提出了一种 NURBS 曲线混合插补算法。在保证零件加工精度的前提下,实现基于 S 型速度曲线的加减速控制,使运动速度准确平滑;同时,算法中不需要插补前瞻计算,显著缩短了 NURBS 曲线插补算法运算时间。

**关键词:** NURBS 曲线混合插补 FIR 滤波器 加减速控制规律 高速高精度加工

中图分类号: TG659

文献标识码: A

## NURBS Curve Hybrid Interpolator in High Speed and High Accuracy Machining

Dong Bolin Wang Zhisen Han Jiang

(Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

### Abstract

Aiming at the demand of complex surface high speed and high accuracy of CNC machining, the NURBS curve direct interpolators were investigated. A new NURBS curve hybrid interpolation algorithm which was put forward is a combination of FIR filters, second order Taylor algorithm, and interpolator's error control algorithm. On the basis of achieving high precision, S velocity profile was adopted to smoothly, exactly produce the velocity profile. Two cascade FIR filters were utilized to realize the acceleration and deceleration according to S velocity profile. By canceling the look-ahead algorithm in NURBS curve interpolation algorithm, NURBS curve hybrid interpolation algorithm could also greatly shorten the computing time of NURBS interpolator, increase the frequency of interpolator, and advance the machining feed-rate.

**Key words** NURBS curve hybrid interpolator, FIR filter, ACC/DEC ruler, High speed and high accuracy machining

### 引言

近几年来, NURBS 曲线插补<sup>[1-4]</sup>研究的一个重要方向是如何将进给速度的加减速控制集成到 NURBS 曲线插补计算之中<sup>[5-8]</sup>。这些算法的主要特点是通过结合前瞻算法预测进给速度敏感点,计算出该点加减速区域内参数曲线的弧长,根据弧长确定加减速区域的参数区间;在加减速参数区间内,根据机床动态特性,重新调整每个插补周期所计算出的目标点坐标。

由于 NURBS 曲线无法给出某参数区间内准确的弧长,上述算法不可避免地带来弧长近似误差,使通过进给速度敏感点的进给速度与理想进给速度间产生偏差,导致爬行或过冲,破坏了零件表面质量;同时,采用前瞻算法也增加了数控系统中插补算法的计算时间,制约了插补算法实时性的进一步提高。

本文通过引入有限脉冲响应数字滤波器(FIR)原理,并结合二阶 Taylor 参数插补方法与弦高误差分析算法,提出一种 NURBS 曲线混合插补算法。

收稿日期: 2007-05-21

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(项目编号: 50375043)

董伯麟 合肥工业大学 CIMS 所 博士生, 230009 合肥市

王治森 合肥工业大学 CIMS 所 教授 博士生导师

韩江 合肥工业大学 CIMS 所 教授 博士生导师

# 1 NURBS 曲线混合插补算法

## 1.1 总体结构

NURBS 参数混合插补算法的主要思想是：①通过预处理分析找出进给速度急剧变化的速度敏感点。具体做法是计算得出沿进给运动方向的进给速度敏感点集的参数序列  $\{u_k\} (k=1, \dots, n_1)$ ，要求在进给速度敏感点附近遵循给定加减速运动规律，且过速度敏感点集  $\{u_k\} (k=1, \dots, n_1)$ 、起点  $u_B$  和

终点  $u_E$  的进给速度设定为  $v$  值(假设  $v=0$ )。②将 NURBS 曲线按照速度敏感点划分为多个顺次相接的参数闭区间： $[u_B, u_1]$ 、 $[u_1, u_2]$ 、 $\dots$ 、 $[u_{n_1-1}, u_{n_1}]$ 、 $[u_{n_1}, u_E]$ ，每个参数闭区间内进给速度顺序经历加速、恒速、减速运行 3 个阶段，依次对每个参数闭区间进行插补运算，直到 NURBS 曲线运动终点  $u_E$ 。③根据多种判别条件，判断当前插补运算所处的区间(加速区、稳定高速区及减速区)，针对不同的区间采用不同的插补计算方法。具体算法结构如图 1 所示。

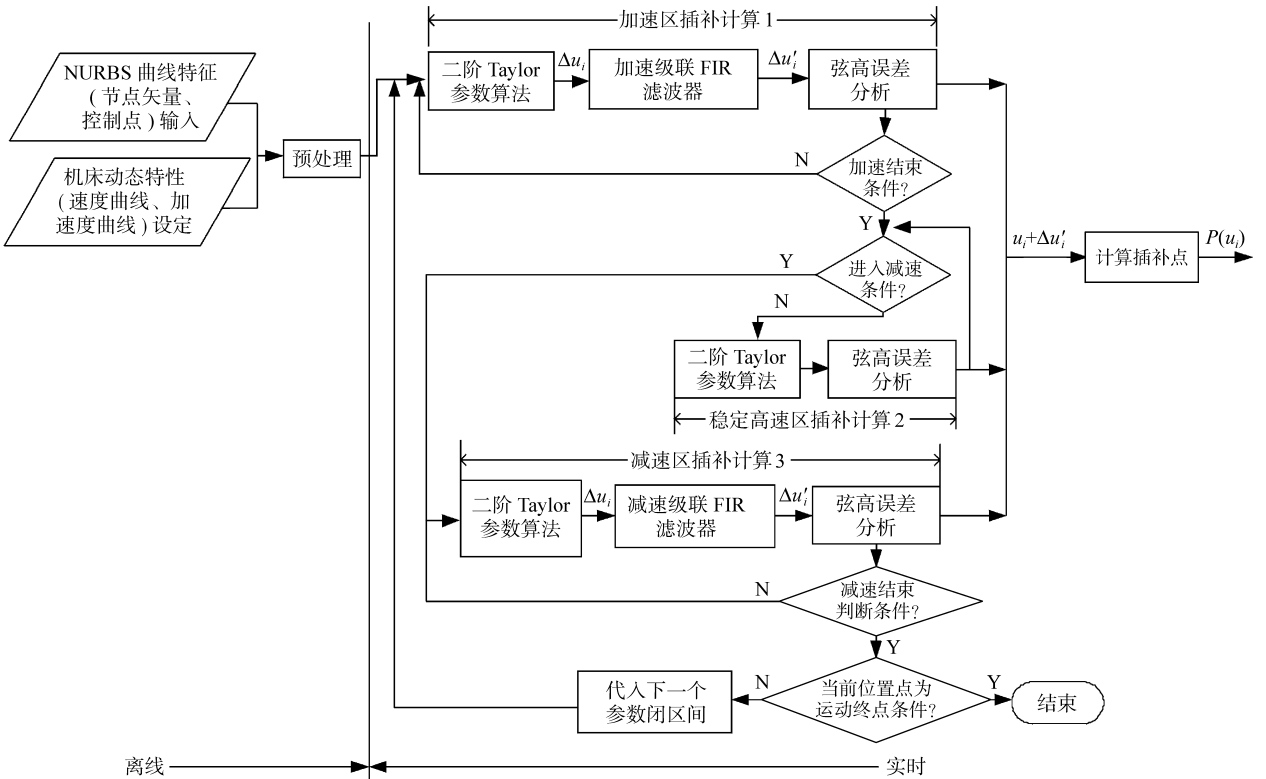


图 1 NURBS 曲线混合插补算法流程

Fig. 1 Flow chart of NURBS curve hybrid interpolation algorithm

## 1.2 预处理模块及加、减速级联 FIR 滤波器设计

### (1) 预处理模块设计

预处理模块的主要作用是：①将 NURBS 参数曲线基函数的系数一次性求出，并利用矩阵形式保存以备插补时调用。②求出 NURBS 曲线的进给速度敏感点集<sup>[9-10]</sup>，并结合 NURBS 曲线运动起点  $u_B$  及运动终点  $u_E$ ，将 NURBS 曲线的参数区间划分为多个首尾相接的参数闭区间。③分别计算加速级联 FIR 滤波器及减速级联 FIR 滤波器的时间常数，并进行初始化。

### (2) 加减速规律的选取及加、减速级联 FIR 滤波器设计

在数控加工加减速控制中，通常采用的加减速规律有：梯形加减速规律、指数形加减速规律和 S 形加减速规律。相对前两种，S 形规律其速度、加速度

曲线的过渡更加平滑。图 2、3 给出典型的抛物线 S 形加减速规律的速度、加速度曲线图。

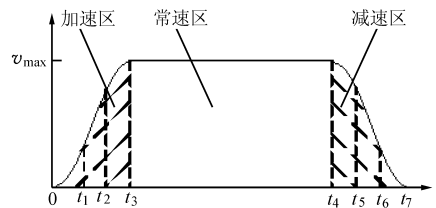


图 2 S 型速度曲线

Fig. 2 S-shaped velocity curve

根据 FIR 滤波器原理，当输入信号(设为  $f_{in}(n)$ )与脉冲响应函数  $h(n)$  进行卷积运算，则输出信号  $f_{out}(n)$  为

$$f_{out}(n) = \sum_{k=0}^n f_{in}(k)h(n-k)$$

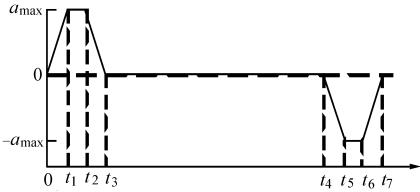


图3 加速度曲线

Fig.3 Acceleration curve

当  $\sum h(k) = 1$  时,输出函数  $f_{out1}(n)$  曲线呈现梯形规律。同理,如果将输出  $f_{out1}(n)$  与  $h(n)$  再

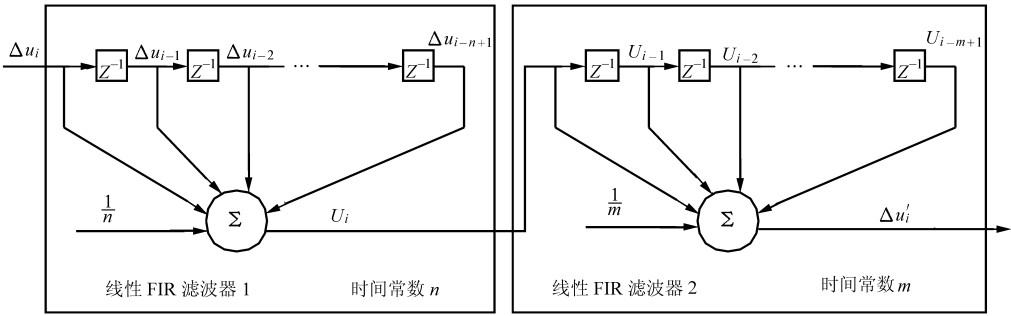


图4 加、减速级联 FIR 数字滤波器统一结构

Fig.4 General architecture of the acceleration/deceleration cascade FIR filter

输出信号  $\Delta u'_i$  是经加速级联 FIR 滤波器或者减速级联 FIR 滤波器修正后的 NURBS 曲线参数增量。

从图4可推导出级联 FIR 滤波器统一表达为

$$\Delta u'_i = \frac{1}{nm} \sum_{h=i-(m+n-1)+1}^i (a_h u_h) \quad (1)$$

其中

$$a_h = \overbrace{[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ (n-1) \ \underbrace{nn \ \dots \ n}_{m-n+1 \text{个}} \ (n-1) \ \dots \ 3 \ 2 \ 1]}^{n+m-1 \text{个}}$$

其中针对加速级联 FIR 数字滤波器,结合 S 型速度运动曲线加速区参数见图2,其时间常数  $m$ 、 $n$  的选取为(设插补周期为  $T$ )

$$\begin{cases} n = \frac{t_2 - t_1}{2t_3} \\ m = \frac{t_3}{T} - n + 1 \end{cases} \quad (2)$$

针对减速级联 FIR 数字滤波器,结合抛物线 S 型速度运动曲线减速区参数见图2,其时间常数  $m$ 、 $n$  的选取为(设插补周期为  $T$ )

$$\begin{cases} n = \frac{t_6 - t_5}{2(t_7 - t_4)} \\ m = \frac{t_7 - t_4}{T} - n + 1 \end{cases} \quad (3)$$

值得注意的是:加、减速级联 FIR 滤波器只分别作用于加、减速区域。

### 1.3 二阶 Taylor 参数算法与弦高误差分析

#### (1) 二阶 Taylor 参数算法

本文针对高速、高精度和实时性的要求,采用了

次进行卷积,则输出信号  $f_{out2}(n)$  可以表示为

$$f_{out2}(n) = \sum_{k=0}^n f_{out1}(k)h(n-k)$$

这时,输出函数  $f_{out2}(n)$  曲线形式呈现 S 形规律。利用上述原理,针对所采用的 S 形速度曲线,分别构建加速级联 FIR 滤波器、减速级联 FIR 滤波器。加速级联 FIR 滤波器及减速级联 FIR 滤波器的统一描述结构如图4所示。

其中输入信号  $\Delta u_i$  为 NURBS 曲线参数增量,

二阶 Taylor 展开参数算法求各插补周期的参数增量  $\Delta u$ ,其计算公式为

$$\Delta u_i = u_{i+1} - u_i \approx \frac{TV}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}} - \frac{(TV)^2(x'x'' + y'y'' + z'z'')}{2[(x')^2 + (y')^2 + (z')^2]^2} \quad (4)$$

式中  $\Delta u_i$ ——当前插补周期计算得出的参数增量  
 $u_i$ ——当前位置点参数值

#### (2) 弦高误差分析

NURBS 参数混合插补算法中,每个插补周期计算出的插补位置点均在 NURBS 曲线上,没有径向误差,而弦高误差是影响加工精度的主要因素。为了得到高加工精度,弦高误差必须在插补过程得到有效控制,即

$$\delta_i = \rho_i - \sqrt{\rho_i^2 - \left(\frac{L_i}{2}\right)^2} \leq \delta_{max} \quad (5)$$

式中  $\delta_i$ ——每个插补过程中的弦高  
 $\rho_i$ ——当前点曲率  $L_i$ ——弦长  
 $\delta_{max}$ ——设定的最大加工误差

因此弦高误差分析模块的结构流程如图5所示。

### 1.4 各类条件判断

#### (1) 加速结束条件

设当前插补处理的参数闭区间为  $[u_k, u_{k+1}]$ ,  $1 \leq k \leq n_1$ ,加速结束条件是用来判断插补计算点是否走出当前参数闭区间的加速区,其计算公式为

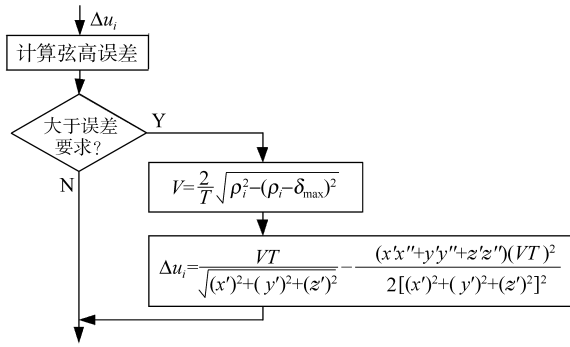


图 5 弦高误差分析流程图

Fig. 5 Flow chart of chord error analysis algorithm

$$u_i > u_k + \frac{n+m}{2} \Delta u_i \quad (6)$$

式中  $u_k$ ——参数闭区间的起点参数值

当式(6)不成立时,说明当前插补周期计算出 NURBS 曲线加工位置点的进给速度仍处在加速阶段,继续执行加速区插补计算流程。当式(6)成立时,说明当前插补计算进入稳定高速区插补计算流程。

(2) 进入减速条件

进入减速条件,主要用于判断插补运算是否进入减速区,其计算公式为

$$u_i > u_{k+1} - \frac{n+m}{2} \Delta u_i \quad (7)$$

式中  $u_{k+1}$ ——当前插补片断的终点

NURBS 曲线加工进给速度进入稳定高速阶段后,需要在每个插补周期内对式(7)进行验算,以判断是否进入减速区。当条件成立时,进入减速区插补计算流程;否则,仍然继续执行稳定高速区插补计算流程。

(3) 减速结束判别条件

减速结束判别条件为

$$u_i = u_{k+1} \quad (8)$$

NURBS 曲线加工进入减速区后,需要在每个插补周期内对式(8)进行验算,当判别条件成立时,退出减速区插补计算流程。

(4) 运动终点条件

当前位置点是否为运动终点的判别条件为

$$u_i = u_E \quad (9)$$

式中  $u_E$ ——NURBS 曲线的加工终点

当该条件成立时,说明插补计算完成;否则,将插补计算开始指针指向下一个参数闭区间  $[u_{k+1}, u_{k+2}]$ 。

2 加工实例

目前该算法已经初步应用到自行开发的 PC 数

控系统上。系统采用 Windows + RTX 实时操作系统环境,计算机主频为 1.7 GHz,插补周期为 1 ms,采用 S 形加减速曲线如图 6 所示。给定一段零件加工程序

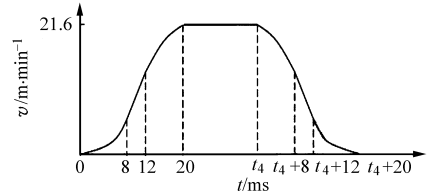


图 6 S 形加减速曲线

Fig. 6 S-shaped velocity curve

N010	G06.2	K0	X0	Y0	Z0	F216000
N020		K0	X20	Y20	Z0	
N030		K0	X40	Y40	Z0	
N040		K0	X50	Y50	Z0	
N050		K0.5	X80	Y20	Z0	
N060		K0.5	X90	Y30	Z0	
N070		K0.5	X130	Y40	Z0	
N080		K1				
N090		K1				
N100		K1				
N110		K1				

要求零件表面误差不超过 0.1 μm。由该段加工程序可以确定一条加工路径,如图 7 所示。

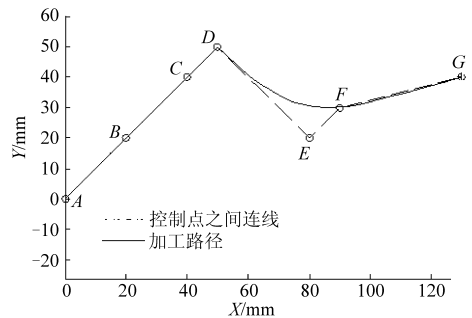


图 7 加工路径

Fig. 7 Tool path of NC code

通过预处理计算,发现进给速度敏感点 D,其参数  $u_D = 0.5$ 。因此,将整个加工路径分为两个顺序小的参数闭区间  $[0, 0.5]$   $[0.5, 1]$ ;同时计算出加、减速级联 FIR 滤波器的时间常数,并对加、减速级联 FIR 滤波器分别进行初始化。以第 1 个参数闭区间  $[0, 0.5]$  为例,在实际计算第 20 个插补周期(即 20 ms)时,满足加速结束条件,退出加速区插补计算流程,进入稳定高速区插补计算流程,此时参数  $u = 0.00237$ ,进给速度达到  $v = 21.6$  m/min;第 199 个插补周期(即 199 ms)时,满足进入减速条件,进入减速区插补计算流程,此时参数  $u = 0.4645$ ;第 220

个插补周期(即 220 ms)时,满足减速结束判断条件,此时参数  $u=0.5$ ,且进给速度为零,满足进给速度敏感点的要求。由于当前位置  $u=0.5 \neq 1$ ,不满足运动终点条件,所以将对下一个参数闭区间 $[0.5, 1]$ 进行插补计算。图 8、9 为插补算法得到的进给速

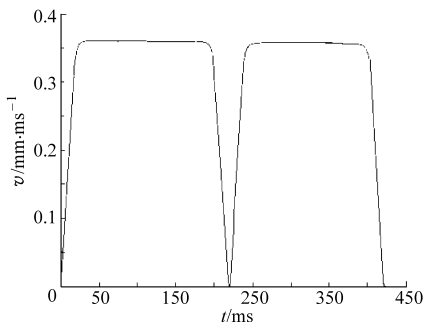


图 8 进给速度曲线图

Fig. 8 Feed-rate velocity curve

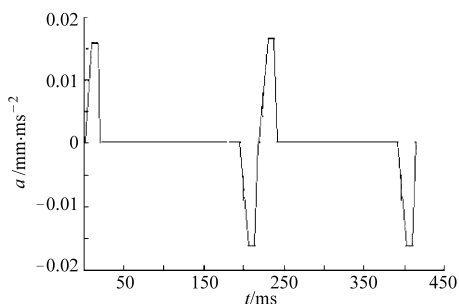


图 9 加速度曲线图

Fig. 9 Acceleration curve

度及切向加速度结果,图 10 为实际加工得到的误差。实践表明采用该插补算法的平均计算时间为 0.05 ms。

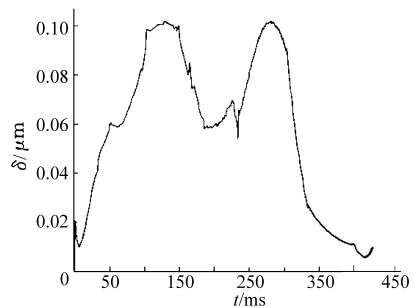


图 10 加工轮廓误差曲线

Fig. 10 Curve of contour error

### 3 结束语

针对现有 NURBS 插补算法的不足,提出了一种 NURBS 曲线混合插补算法,不仅能准确控制加减速、位置,而且插补前瞻的取消,大大缩短了插补时间,提高插补频率。

### 参 考 文 献

- 1 Koren Y. Control of machine tools[J]. ASME Transaction Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1997, 119: 749~755.
- 2 Yang D C H, Kong T. Parametric interpolator versus linear interpolator of precise surface machining[J]. Computer-aided Design, 1994, 26(3):225~234.
- 3 Shpitalni M, Koren Y, Lo C C. Real-time curve interpolator[J]. Computer-aided Design, 1994, 26(11): 832~838.
- 4 Bedi S, Ali I, Quan N. Advanced interpolation technique for CNC machine[J]. ASME J. Engng. Ind., 1993, 115:329~336.
- 5 高荣,王治森,董伯麟,等. 智能移动设备的数控系统研究[J]. 农业机械学报, 2008, 39(2):139~143.  
Gao Rong, Wang Zhisen, Dong Bolin, et al. Research on CNC based on smart mobile device[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(2): 139~143. (in Chinese)
- 6 张代治,赵继,王义强,等. 自由曲面研抛加工的直接插补控制[J]. 农业机械学报, 2006, 37(4):136~141.  
Zhang Daizhi, Zhao Ji, Wang Yiqiang, et al. Direct interpolation control of polishing free-form surfaces[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(4): 136~141. (in Chinese)
- 7 Kong T, Narayanawami R. A parametric interpolator with confined chord errors, acceleration and deceleration for machining [J]. Computer-aided Design, 2003, 35(13): 1 249~1 259.
- 8 Xianbing Liua, Fahad Ahmad, Kazuo Yamazaki, et al. Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2005, 45(4~5):433~444.
- 9 任锬,傅建中,陈子辰. 高速加工中速度前瞻控制新算法研究[J]. 浙江大学学报, 2006, 40(11):1 985~1 988.  
Ren Kun, Fu Jianzhong, Chen Zichen. New look-ahead algorithm for velocity control in high speed machining[J]. Journal of Zhejiang University, 2006, 40(11):1 985~1 988. (in Chinese)
- 10 Piegl L, Tiller W. The NURBS book[M]. Heidelberg: Springer, 1995.