# 一种新的 OFDM 符号定时和频率同步方案

## 孙 献 璞, 金 华 峰, 王 悦

(西安电子科技大学 通信工程学院,陕西 西安 710071)

摘要:提出了一种新的基于单个训练符号的 OFDM 系统的时频同步算法.该算法在基于单个训练符号 同步算法的基础上,通过对训练符号的重新设计,以一种新的方式引入了伪随机序列加权因子,极大地 提高了 OFDM 的同步性能.仿真结果表明,该算法可实现极高的符号定时性能,同时保证了即使在多径 信道下算法还具有很高的频偏估计精度.

关键词:正交频分复用;符号定时;频率同步;多径信道

中图分类号:TN919.3 文献标识码:A 文章编号:1001-2400(2006)06-0931-04

## A new timing and frequency synchronization method for OFDM systems

SUN Xian-pu, JIN Hua-feng, WANG Yue

(School of Telecommunications Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** A novel timing and frequency synchronization algorithm is proposed for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems requiring only one training symbol. Based on the analysis of the conventional methods, the proposed algorithm redesigns a modified training symbol which is weighted by the pseudo-noise (PN) sequence in a new manner. This algorithm can improve the synchronization performance greatly. Simulation results show that the proposed algorithm not only possesses better timing synchronization performance than the conventional method, but also ensures a higher accuracy of frequency synchronization estimation even in the multipath fading channel.

Key Words: OFDM; timing synchronization; frequency synchronization; multipath fading channel

正交频分复用(OFDM)高效的频谱特性越来越受到人们的关注. 但是 OFDM 系统对时偏和频偏十分敏感,容易引起载波间干扰. 因此,在 OFDM 通信系统中,进行精确的时频偏移估计和补偿显得极为重要,同步问题已成为 OFDM 系统研究的主要内容.

在面向分组突发传输的 OFDM 系统中,通常利用同步训练符号实现同步.其中,最典型的是 Schmidl 提出的一种利用两个特殊结构的训练符号来做定时和频偏估计的同步算法<sup>[1]</sup>.在此基础上,为了减少系统开销,Y.H.Kim 提出了一种用单个训练符号进行时频同步的改进算法<sup>[2]</sup>.但是由于循环前缀(CP)的影响,这两种算法都存在很大的定时估计方差.文献[3~5]提出了几种利用训练符号的定时估计改进算法.这些算法都大大减小了定时估计的方差,提高了定时估计的精度,但是它们都没有实现频率同步.文献[6]通过引入伪随机加权因子设计了一种新型的同步训练符号,并提出基于该训练符号的时频同步算法.该算法利用伪随机加权因子优良的相关特性,极大地提高了符号定时的性能.但在多径信道下,由于伪随机序列加权因子的影响,该算法的频率同步精度较文献[1,2]明显下降,且估计范围也不够大.

针对这些问题,笔者通过对训练符号重新设计,改进了伪随机序列加权因子的引入方式,提出了一种新 的时频同步方案,以便同时解决 OFDM 系统的符号定时和频率同步精度问题.

收稿日期:2006-04-26

基金项目:陕西省自然科学基础研究计划资助项目(2004F07)

#### OFDM 系统模型 1

在 OFDM 系统的复基带等效模型中,发送端的 OFDM 复基带已调信号可表示为

$$x_n = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(j 2\pi k n/N) \quad , \qquad n = 0, 1, \cdots, N-1 \quad , \tag{1}$$

式中 N 为系统子载波的数目, $X_k$  为第 k 个子载波上的调制复数据.

该信号经过信道传输后,接收端的符号定时偏移通常表示为接收信号的时延,载波的频率偏移通常表示 为时域上的相位失直,因而具有符号定时偏移和载波频偏的 OFDM 系统的接收信号可表示为

$$\begin{cases} r_n = y_{n-n_{\varepsilon}} \exp(j2\pi\varepsilon(n-n_{\varepsilon})/N) + w_n &, \\ y_n = \sum_{m=0}^{L-1} h_m x_{n-m} &, \end{cases}$$
(2)

式中 n<sub>e</sub>表示未知的符号定时偏移, e表示用载波间最小间隔归一化的载波频偏, w<sub>n</sub>表示信道中的零均值加性 高斯白噪声,h.,表示信道的冲击响应,L表示信道中的多径数.

同步的主要任务是估计符号定时偏移 *n*ε和频偏ε,并通过补偿来消除或减弱同步误差对系统性能的 影响

#### 符号定时和频率同步方案 2

在 Schmidl 和 Y. H. Kim 提出的算法<sup>[1,2]</sup>中,由于 CP 的存 在,理论上在整个 CP 区间上符号同步判决函数都可取到最大 值.在实际系统中这个区间内所有的值也都非常接近最大值,因 此定时估计在  $n_{e}$  点的附近存在一个"高原"区(如图 1 虚线所 示),这样就给定时估计带来了不确定性,导致定时估计的方差 过大,从而影响了定时的性能.

为了消除传统算法的高原区,减小定时误差的方差,使符号 同步判决函数在正确同步点处具有单值单峰特性,这里在原训

练符号时域数据的基础上,引入伪随机加权因子构成新的同步训练符号:

$$T_1 = \begin{bmatrix} B_{N/2} & A_{N/2} \end{bmatrix}$$
 ,

式中  $B_{N/2}$  和  $A_{N/2}$  是长度为 N/2 的时域 PN 序列, N 是子载波数目. 两者满足  $B_{N/2}(i) = A_{N/2}(i) \cdot v_i, i = 0$ ,  $1, \dots, N/2 - 1$ . 其中  $v_i$  是长度为 N/2 的伪随机序列,为了保持 OFDM 信号平均功率的稳定,取  $|v_i| = 1$ . 文 中算法中  $v_i \in \{1, i, -1, -i\}$ .为了用同一训练符号做整数倍的频偏估计,训练符号在 IFFT 变换前对应的 偶数子载波上的调制数据应满足:

$$C_k = X_{2k+2}/X_{2k}$$
 ,  $k = 0, 1, \cdots, (N/2) - 2$  , (4)

 $C_{i}$ 为伪随机序列,且在接收端取值已知.

根据式(3)定义的训练符号特点,利用其所包含数据序列的重复性和伪随机因子的相关特性进行符号定 时偏移估计,定义新的符号定时偏移估计函数为

$$M_{1}(d) = |P_{1}(d)|^{2} / (c_{1}(d))^{2} , \qquad (5)$$

$$P_{1}(d) = \sum_{k=0}^{N/2-1} v_{k} r^{*} (d+k) \cdot r(d+k+N/2) , \qquad (5)$$

$$c_{1}(d) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} |r(d+k)|^{2} .$$

其中

$$c_1(d) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} |r(d+k)|^2 \quad .$$

定时偏移估计为

= arg max  $(M_1(d)$ 

(6)

(3)

由于 PN 序列的相关性以及训练符号前后两部分的重复性,使得其符号定时偏移估计函数在训练符号正确



图 1 符号同步判决函数

起始点处的峰值远大于其他点,表现出很强的尖锐性(如图 1 实线所示),从而消除了 Schmidl 算法中符号同 步判决函数存在的"高原"区,提高了符号同步的估计精度.

频率偏移估计算法同 Y. H. Kim 算法<sup>[2]</sup>类似,也是在做完符号定时后,先进行小数倍频偏同步,再做 FFT 恢复到频域数据,然后利用式(4)给出的前后数据的差分关系估计出整数倍频偏.具体过程这里不再赘述.最后可估计的频偏范围为子载波间隔的 N 倍,相对于文献[6]算法的 2<sup>t</sup>(l 为小于 log<sub>2</sub> N 的正整数)倍子载波间隔有所提高.但由于该算法中,训练符号引入的 PN 序列前后两半部分不一致,故同文献[6]的算法一样,只适用于加性高斯白噪声信道.

在多径信道下,由式(2)可知,由于引入了伪随机序列加权因子,文献[6]中系统的接收信号可表示为

$$r_{k} = \exp(j2\pi\varepsilon(k-n_{\varepsilon})/N) \sum_{m=0}^{L-1} h_{m}x'_{k-n_{\varepsilon}-m} + w_{k} \quad , \qquad (7)$$

式中, $x'_{k} = x_{k}s_{k}, s_{k}$ 是取值为-1或1的伪随机序列.在完成符号定时和去加权因子处理后,接收信号可表示为

$$r'_{k} = \exp(j2\pi\epsilon k/N) \ (h_{0}x_{k} + \sum_{m=1}^{L-1} h_{m}x_{k-m}s_{k-m}) + w_{k}s_{k} \quad ,$$
(8)

$$\dot{r}_{k+N/2} = \exp(j\pi\epsilon) \exp(j2\pi\epsilon k/N) (h_0 x_k + \sum_{m=1}^{L-1} h_m x_{k-m} s_{k+N/2-m}) + w_{k+N/2} s_{k+N/2} \quad .$$
(9)

比较式(8),(9)可知,由于伪随机因子  $s_k \neq s_{k+N/2}$ ,故即使不考虑噪声的影响, $r'_k$ 和  $r'_{k+N/2}$ 相差的也不仅仅只是由于小数倍频偏引起的相位差.因此估计出来小数倍频偏的精度会很低.

所以,在多径信道下,为了避免训练符号引入的伪随机加权因子破坏训练符号前后 N/2 个样点的重复性,从而影响频率偏移估计精度,所引入的伪随机因子必须也是前后重复.这里改进了伪随机加权因子的引入方式,设计了新的训练符号,保证了训练符号的前后重复性:

$$T_2 = \begin{bmatrix} C_{N/4} & D_{N/4} & C_{N/4} & D_{N/4} \end{bmatrix} , \qquad (10)$$

其中  $C_{N/4}$  和  $D_{N/4}$  是长度为 N/4 的时域 PN 序列. 且有  $C_{N/4}(i) = D_{N/4}(i) \cdot s_i, i = 0, 1, \cdots, (N/4) - 1.$ 

该训练符号的形成方法为:在第  $4k(k = 0, 1, \dots, N/4 - 1)$  个子载波上对应调制数据为一个随机复数, 其他 子 载 波 上 对 应 的 调 制 数 据 为 0; 则 经 过 IFFT 变 换 后 生 成 的 时 域 数 据 的 形 式 为  $\begin{bmatrix} D_{N/4} & D_{N/4} & D_{N/4} \end{bmatrix}$ ;再将其中的第 1,3 个  $D_{N/4}$  乘上相同的 PN 因子  $s_i$ ,这样就可得到  $T_2$ .

这个过程相当于给整个训练符号乘上长为 N 的序列  $s_N$ ,其中  $s_i = s_{i+N/2} \in \{1, i, -1, -i\}, s_{i+N/4} = s_{i+N/4+N/2} = 1.$ 

同样为了后面做整数倍频偏估计,这里第4k个子载波上对应的调制数据应满足:

$$C_k = C_{4k+4}/X_{4k}$$
 ,  $k = 0, 1, \cdots, (N/4) - 2$  . (11)

根据式(10)定义的训练符号特点,将符号定时偏移估计函数重新定义为

$$_{2}(d) = |P_{2}(d)|^{2}/(c_{2}(d))^{2}$$
, (12)

其中

$$c_2(d) = rac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} |r(d+k)|^2$$
 .

定时偏移估计为  $n_{\varepsilon} = \arg \max (M_2(d))$ .

M

(13)

这种符号同步算法利用 PN 加权因子的相关性以及训练符号 4 个部分的重复性,而免于受到 CP 的影响,进而消除了原算法中符号同步判决函数存在的"高原"区,保持了很高的符号同步估计精度.

 $P_2(d) = \sum_{k=1}^{1} \sum_{k=1}^{N/4-1} s_k r^* (d + Nm/2 + k) \cdot r(d + Nm/2 + k + N/4)$ ,

在完成了符号定时同步后,对接收到的训练符号进行去除加权因子处理.容易发现,在去掉伪随机加权 因子后,训练符号被分成了前后相等的4个块.利用前两个数据块间的重复关系以及后两个数据块间的重复 关系,便可以估计出-2~2倍子载波间隔的频偏.

$$F_{\rm F} = {\rm angle}(P_2(n_{\rm e}))/(\pi/2)) \quad . \tag{14}$$

同样因为码间干扰的影响,且 $s_k \neq s_{k+N/4}$ ,使得估计精度不高.为了提高估计精度,可利用训练符号前后 N/2 个样点的重复关系进一步估计小数倍频偏:

$$\varepsilon_F^{\epsilon} = \frac{1}{\pi} \operatorname{angle} \left( \sum_{k=0}^{N/2-1} r^* \left( n_{\varepsilon} + k \right) \cdot r(n_{\varepsilon} + k + N/2) \right) \quad , \tag{15}$$

其中

其中

$$r_{k} = \exp(j2\pi\epsilon k/N) \left(\sum_{m=0}^{L-1} h_{m} x_{k-m} s_{k-m}\right) + w_{k} \quad , \qquad (16)$$

$$r_{k+N/2} = \exp(j\pi\epsilon) \exp(j2\pi\epsilon k/N) \left(\sum_{m=0}^{L-1} h_m x_{k-m} s_{k+N/2-m}\right) + w_{k+N/2} \quad .$$
(17)

 $\epsilon_{F}^{*}$ 的估计范围为 $-1 \sim 1$ 倍子载波间隔.由 $T_{2}$ 可知, $s_{k} = s_{k+N/2}$ ,故比较式(16),(17)可知,在不考虑噪声影响 的情况下, $r_{k}$ 和 $r_{k+N/2}$ 相差的仅仅只是由于小数倍频偏引起的相位差.所以估计出来的小数倍频偏的精度会 保持很高,并且有 $\epsilon_{F}^{*} \approx 2q + \epsilon_{F}^{*}, q \in \{-1,0,1\}$ .因而q的估计可表示为 $q' = \arg\min_{q} |\epsilon_{F}^{*} - 2q - \epsilon_{F}^{*}|$ ,故有  $\epsilon_{F} = 2q' + \epsilon_{F}^{*}$ ,这样得到的 $\epsilon_{F}$ 估计范围为 $-2 \sim 2$ 倍子载波间隔,并且能保持很高的精度.

在做完符号定时和-2~2 倍子载波间隔频偏同步后,将数据 FFT 变换恢复成频域数据,然后利用式 (11)给出的前后数据的差分关系,可以估计出整数倍频偏. 判决函数为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{l} &= \arg \max_{g \in G} \left( F(g) \right) \quad , \qquad G = \left\{ 0, 1, \cdots, \left( N/4 \right) - 1 \right\} \quad , \\ F(g) &= \left| \sum_{k \in K} Y_{4k+4g} C_{k} Y_{4k+4g+4}^{*} \right|^{2} / \left( \sum_{k \in K} |Y_{4k+4g}|^{2} \right)^{2} \quad , \qquad K = \left\{ 0, 1, \cdots, \left( N/4 \right) - 2 \right\} \end{aligned}$$

 $Y_{4k+4g}$ 为训练符号在接收端经过 FFT 后得到的频域数据. 最后估计得到的归一化频偏为  $\epsilon = 4\epsilon_l + \epsilon_F$ . 可估 计的频偏范围为子载波间隔的 N 倍.

该算法同样适用于 AWGN 信道,不过复杂度较前面所提的算法要高,但性能差别不大.所以,如果是仅 仅在 AWGN 信道下应用的话,前面所介绍的算法更适用.

### 3 计算机仿真结果

仿真过程中,系统的主要参数为: N = 1024,循环前缀的长度为  $32, C_k \in \{1, i, -1, -i\}$ ;多径信道采用 COST259 城市环境无线信道模型,最大路径数为 18,假定信道相关时间远大于 OFDM 系统突发传输时间.

为了进行性能比较,还对文献[2,6]的算法进行了仿真.在仿真文献[6]的算法时,训练符号参数 / 取值 为 2. 仿真结果是在不同的信噪比下都进行 10 000次运算得到.





图 3 AWGN 信道下频偏估计均方误差曲线

图 2 和图 3 给出了在 AWGN 信道下笔者提出算法和 Y. H. Kim 算法<sup>[2]</sup>符号定时估计和频率偏移估计的均 方误差曲线. 由图可看出,在符号定时估计性能上,由于笔者提出算法消除了 Y. H. Kim 算法中同步判决函数存 在的"高原"区,故其性能明显优于 Y. H. Kim 算法;在频率同步估计上,两种算法性能相当. 所以,在 AWGN 信 道下的文中算法相对于 Y. H. Kim 算法在不降低频偏估计精度的基础上大大提高了符号定时估计性能.

图 4 和图 5 给出了在多径信道下笔者所提算法和文献[2,6]算法符号定时估计和频率偏移估计的均方 误差曲线.由图可看出,当 SNR 大于 5 dB时,在符号定时估计方面,由于笔者所提算法的同步判决函数具有 尖锐的单峰特性,因此其性能明显优于 Y. H. Kim 算法<sup>[2]</sup>,且与文献[6]的性能相当;在频率同步估计上,由