

文章编号:1001-9081(2006)07-1715-03

基于前向推理的平面解析几何自动推理系统研究与实现

李涛¹,张波¹,李传中²

(1. 华南农业大学 现代教育技术中心, 广东 广州 510642; 2. 广州大学 计算机教育软件研究所, 广东 广州 510006)

(cyclin@163.com; litao@scau.edu.cn)

摘要:采用传统的前向推理策略,使用了代数和几何相结合的推理方法,把解方程作为核心思想,较完善地实现了平面解析几何的自动推理系统。实践证明,本系统可以对大部分初等平面解析几何问题进行自动解题。

关键词:自动推理;平面解析几何;前向推理;解方程;谓词

中图分类号:TP181;G434 **文献标识码:**A

Automatic reasoning system of plane analytic geometry based on forward reasoning

LI Tao¹, ZHANG Bo¹, LI Chuan-zhong²

(1. Modern Education and Technology Center, South China Agriculture University, Guangzhou Guangdong 510642, China;

2. Computer Education Software Institute, Guangzhou University, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: Using traditional forward reasoning strategy, combined algebra reasoning method and geometry reasoning method, an automatic reasoning system of plane analytic geometry was carried out perfectly. Its core was solving the equations. Experiments show that this system can resolve the most problems in elementary plane analytic geometry automatically.

Key words: automated reasoning; plane analytic geometry; forward reasoning; resolving equation; predicate

0 引言

在过去的几十年,几何定理机器证明取得了惊人的突破,中国在这一领域取得的成就尤其引人注目。吴文俊方法^[1]的成功使一度冷落的几何定理机器证明研究活跃起来,面积法、消点法等使几何定理可读证明的自动生成这一难题得到突破,推动了几何问题机器证明领域的研究^[2]。自动推理的软件也出现了很多,尤其平面几何方面的教育软件已经比较常见^[3],但是对于解析几何的自动推理系统目前还少有人涉及。本文采用自动推理中传统的前推搜索法,使用了代数和几何相结合的推理方法,实现一个平面解析几何的自动推理系统。

本系统采用 Microsoft Visual C++ 6.0 作为开发工具,使用 Microsoft Foundation Class (MFC) 微软基础类库中基于模板的链表集合类 CTypedPtrList 来定义表示几何信息的数据结构。平面解析几何中几何对象的属性和几何对象之间的关系构成谓词,通常的定义、公理、定理、公式等通称为规则。本系统采用 C++ 枚举变量存储谓词并对每一条规则自定义函数来实现其功能。

1 推理策略分析^[2-6]

传统的前向推理是从已知信息出发,利用规则推出新信息。这一推理策略曾在平面几何自动解题软件中得到广泛的应用,平面解析几何的推理思想和这并无二致,所不同的是具体的推理方法。当初笛卡尔创立解析几何的初衷就是尝试用代数方法来解决几何问题,现在我们用计算机进行自动推理,用电脑来解决解析几何中的命题,同样要用到代数的方

法。在平面解析几何中,直观的几何图形化成了抽象的代数方程,因此在推理过程中对几何对象处理时,必然要对代数方程进行处理,因此求方程的根是首先要解决的问题。本推理系统在推理过程中不但要对几何对象进行处理,还要对代数方程进行处理,因此本系统使用的推理方法是几何和代数相结合的方法。

本系统提供一百多条平面解析几何中的规则构成推理规则库;计算机读了题目之后,把题目提供的几何信息记在自定义链表里,这些表就形成了一个几何信息库。当我们运用那一百多条规则对几何信息库中的已知信息进行推理时,如果推出了新信息,就把新信息加入几何信息库中;如果不能推出新信息,但是可以推出一个方程,这时就把方程存入方程库中。在推理的时候需要指定方程里含有的未知量,否则系统会把所有的变量全部当成已知量。然后系统对方程库里的方程组求解,求出未知变量的值,接着就会在所有的几何信息库里查找,看哪个点或者线里会含有这个未知变量,一旦找到表示这个未知变量的字母,就用已经求得的变量值进行变量代换,这个时候就又产生新的几何信息,再把新的几何信息存入几何信息库中,此时原来的信息就不再用了,系统会自动标记为作废。在此基础上再对更新后的几何信息库运用规则进行推理,再得出新方程,再解方程,求出新解,再进行变量代换,得出新信息……如此循环往复,直到方程库里的方程解不出来为止。这个时候就表明几何信息库再也不能扩大了,于是就达到了推理不动点。这时,如果几何信息库中包含了所要证明的结论或待求的几何量,则解题成功,否则解题失败。平面解析几何推理系统中的不动点,本质上就是平面解析几何中的代数方程解不出来。

收稿日期:2006-01-10;修订日期:2006-04-07

作者简介:李涛(1978-),男,湖北黄冈人,助理试验师,硕士研究生,主要研究方向:计算机自动推理与应用软件、计算机网络;张波(1973-),男,广东揭西人,工程师,硕士研究生,主要研究方向:计算机网络;李传中(1963-),男,河南商丘人,副研究员,硕士研究生,主要研究方向:计算机自动推理与应用软件。

2 平面解析几何自动推理系统的实现

2.1 核心数据结构设计

平面解析几何自动推理系统需要创建并维护 3 个核心的 C++ 类。描述几何对象,存放用于推理的信息和推理产生的新信息,被定义为信息类(CInfo);推理所需要的推理规则,被定义为规则类(Clemma);具体的推理机制和推理过程,被定义为推理类(Creasoning)。推理类定义了事实表,为了存储方便,本系统将谓词相同的信息放到同一个表中,即将事实表按照谓词的不同划分为若干个子表,分别定义针对直线和二次曲线的子表等。推理类是整个程序的核心部分,实现了自然语言向内部语言的转化、进行前向搜索推理和生成证明过程等。此外,为了简化推理过程和提高推理效率,采用等价类的概念进行了信息压缩。

2.2 系统推理过程

推理过程的 C++ 语言描述如下:

```
void CReasoning::Prove(CDrawView * pView, BOOL bOnce)
{
    int oldCount;
    TriAngleIni();
    CTime t = CTime::GetCurrentTime();
    //读取几何信息库中信息,开始第一轮推理
    do {
        ModifyInfoNum();
        oldCount = m_infoCount;
        POSITION pos = m_lemma.GetHeadPosition();
        SetCursor(AfxGetApp()->LoadCursor(IDC_PROVE));
        //循环使用规则进行前向推理
        while(pos != NULL) {
            Clemma * pLemma = m_lemma.GetNext(pos);
            if(!pLemma->m_nPredication) continue;
            CString dstr;
            dstr.Format("正在用规则%d推理",
                pLemma->m_nLemmaNo);
            pView->SetIndicator(1, dstr);
            dstr.Format("信息数:%d", m_infoCount);
            pView->SetIndicator(2, dstr);
            LemmaPrf(pView, pLemma);
        }
        //提取推理产生的信息
        Subst2(m_pointCoors);
        SubstInfo(m_line);
        SubstInfo(m_circle);
        SubstInfo(m_pointLineJuLi);
        SubstInfo(m_ellipse);
        SubstInfo(m_hyperbola);
        SubstInfo(m_parabola);
        //推理没有达到不动点就继续下一轮推理
    } while(oldCount != m_infoCount && !bOnce);
    CTime t1 = CTime::GetCurrentTime();
    double s = t1.GetSecond() - t.GetSecond();
    CString ts;
    ts.Format("时间: %f 秒", fabs(s));
    pView->SetIndicator(1, ts);
    pView->SetIndicator
        (0, "推理结束,初始化推理信息库,请稍候...");
    AddLocusEq(pView);
    SetGraphVariable();
}
```

2.3 系统流程图

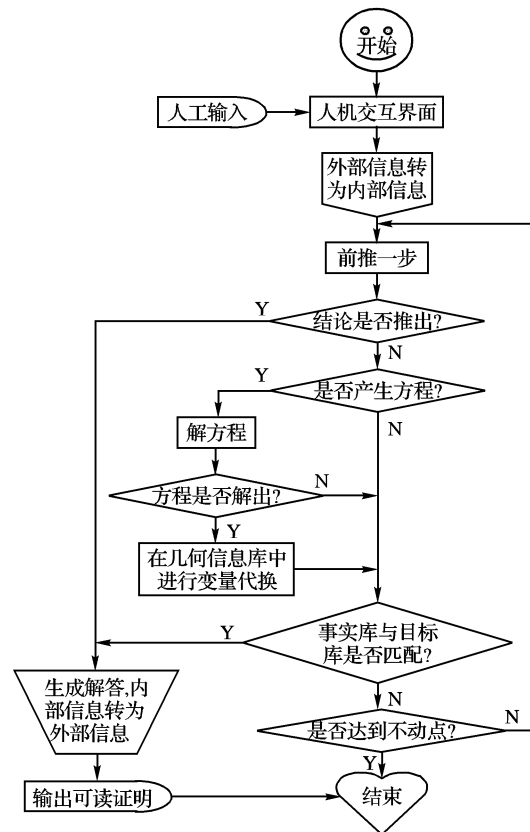


图1 平面解析几何自动推理系统流程

3 几个关键技术的实现

3.1 事实表的设计^[4,5,7]

前向推理过程中产生的纷繁复杂的几何信息是如何组织分类存放的呢? 通常我们在概念上把存放几何信息的地方称作几何信息库,在实际的系统中,前向推理系统需要创建并维护一个核心的数据表-事实表。事实表用于存放已知事实和前向推理过程中产生的新事实。事实表的数据结构可采用统一的形式:

(谓词,点组, ..., 理由标志,理由号码)

其中,谓词表示几何对象的属性和几何对象之间的关系,点组即涉及此信息的点的集合,理由标志用来标志此子事实或子目标是否有理由,如果这个事实是由条件(结论)直接分析得出的,则没有理由,其值为-1,否则为0。理由号码是该信息的父信息在事实表中的编码,设定此编码以便在证明的生成过程中查找到此信息对应的理由。系统将事实表划分为若干子表,具有相同谓词的几何信息放在同一个表中。

3.2 用户输入的可识别处理

用户在屏幕上作图后,系统会自动产生表示几何图形的字符串。对用户输入的可识别处理分两步进行,首先对字符串进行分析,提取信息的谓词和涉及的点组,然后根据谓词的不同将输入信息转化为程序内部的数据结构。系统将屏幕上的几何信息转化为谓词信息后,就可以对这些信息进行操作,根据不同的谓词就可以判断属于哪一类信息。例如对于中点信息,程序内部定义的中点数据结构就是{谓词,点组...},系统在识别该信息的时候会自动将此信息的谓词的 m_nType 赋值为 mdpoint,将它的点组变量 m_npoints 赋为(D B A),这样“D是AB的中点”就是表示成(mdpoint D A B)。

3.3 解方程解出两个不相等实根的处理办法

平面解析几何自动推理系统不可避免要对方程进行求解,如果解出两个相等的实根,方程自然只有一个解,如果解出两个虚根就全部舍弃掉,这个时候方程无解,这两种情况都不存在矛盾。但是如果解出了两个不相等的实根,系统会自动舍弃一个保留另外一个。保留哪一个这取决于屏幕上图形的画法,解题前用户在屏幕上用鼠标画出某个未知点,系统会记下该点在屏幕上的实际位置坐标,当推理过程中解方程求出这个未知点的坐标后,系统会比较解出的两个根表示的点坐标和实际画点坐标的距离,系统会自动保留距离近的而舍弃距离远的。这个比较的过程封装成一个专门的函数来实现,每次比较系统都会自动调用。

3.4 不动点的判断

如前所述,平面解析几何推理系统中的不动点,本质上就是平面解析几何里的代数方程无解。系统定义若干条规则来实现解方程的功能,目前只能对初等平面解析几何的方程求解。当几何信息库中没有新信息产生,也就是没有新的方程出现,对以前的方程再求解也不会解出什么;另外的情况是生成了一个新方程但是用已知的规则解不出有意义的根,此时就达到了不动点,到达不动点后系统结束推理循环,给出提示信息。对不动点信息的判断采用广度优先的搜索法。

3.5 可读证明的产生^[7,8]

对于前推过程,每个新信息被推出的同时,系统记录下该信息产生的依据。先定义一个前推链表,从表头出发,将结论信息放在前推链的第一个位置,根据该信息的理由号码和理由谓词在事实库中找到该信息的理由,作为前推链中的第二个信息,这样做一直到某个信息的理由谓词和理由号码都空,说明这个信息本身就是题目的已知条件了。最后根据前推链中的信息,按照分析综合法的形式表示出来。

下面是证明提取过程的部分程序:

```
CString CReasoning::GetProve(CInfo * pInfo)
{
```

```
CInfoList proveList;
proveList.AddHead(pInfo);
GetNextProve(pInfo, proveList);
AdjustProve(proveList);
CString prfStr;
int index = 0;
POSITION pos = proveList.GetHeadPosition();
while(pos != NULL) {
    CInfo * info = proveList.GetNext(pos);
    CString No;
    No.Format("%d", index++);
    CString str = GetPrfString(info, proveList);
    if(index == 1)
        prfStr += " " + str + " " + No;
    else{
        CString nstr = prfStr;
        prfStr.Format("%s\r\n %s %s", nstr, str, No);
    }
}
return prfStr;
```

3.6 推理过程的优化

一般前向推理系统的匹配过程是:由前推系统对事实库中的事实和前推规则库中的各规则的条件进行匹配,符合条件的规则被激活,产生新的事实存放到事实库。然而在基于规则的系统中,匹配过程是反复进行的,匹配问题变成一个动态的过程,在每个循环中,由于信息的增加,必须对满足条件的规则进行匹配。如果能标记出每个周期中哪些事实和子目标是已经匹配的,需要重新考虑的只是增添进去的事实和子目标,那么不必要的重复就可以避免。本系统的解决办法是对事实子库中的事实进行两两结对,组成的每一对就是一个应用条件,结对优化的基本思想是:将每个循环中匹配过程的状态保留下来,仅对事实库中新添进来的事实进行规则的重新匹配。通过在三个核心类中增加变量记录信息变化并且写出专门函数来动态更新信息库来实现这一功能。

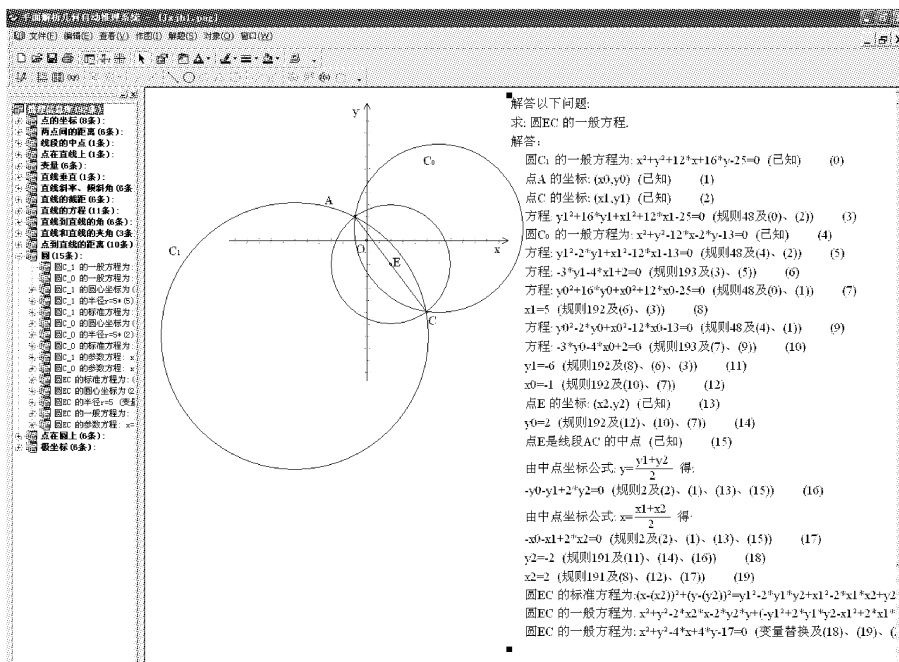


图2 两圆公共弦问题求解

```

<aaf: template page = "/templates/waptemp.jsp" >
  < card title = "防汛指挥系统" id = "system"
    newcontext = "false" >
    < p >
      < a href = "/sms/sms.jsp" title = "选择" >短信服务 </a >
      ...
      < anchor title = "选择" >综合业务
        < go href = "/bus/zonghe.jsp" method = "get" >
          < postfield name = "referPage" value = "" / >
          < postfield name = "referAction" value = "" / >
          < postfield name = "action" value = "query" / >
        </go >
      </anchor >
      ...
    </p >
  </card >
</aaf: template >

```

2.4 中文编码问题

WML 是 XML 的一种应用,而其缺省编码是 UTF-8,即 Unicode 的 8 位编码方式。因此,对于采用 GB2312 方式编码的中文汉字,会出现显示乱码现象^[6]。解决方法主要有以下 4 种:

1) 设定或添加服务器中的 MIME 类型为“text/vnd.wap.wml; charset = UTF-8”。

2) 在动态页面中处理。如在 JSP 文件头部的 page 指令中加入如下代码:

```
contentType = "text/vnd.wap.wml; charset = UTF-8"
```

3) 使用字符转换工具,如 Ch2Wap 等。

4) 采用字符转换的方式。

在防汛指挥系统中,我们采用第二种方法解决中文乱码问题。

2.5 请求发送与定制发送

请求发送是指用户向服务器发出数据请求,服务器根据 URL 定位的具体内容发送给用户作为对其响应。定制发送是用户事先向服务器定制所需要的数据,服务器则自行检测用户所定制的信息是否发生变化,若已发生变化,则将变化的信息发送给用户,使用户实时了解^[7]。防汛指挥系统从形式上看,需要提供两方面的功能:一是防汛实时信息的发布,以便防汛人员及时了解汛情的变化;二是信息的浏览、查询和发送等操作。前者涉及的数据要求能够迅速、准确,加入定制发送可以减少用户操作次数,同时用户又能把握防汛信息的变化;后者可采用请求发送的方法,用户将自己的委托指令发送

给服务器,服务器将接受的结果反馈给用户。由此可见,在将 WAP 技术应用于防汛指挥时,采用请求发送与定制发送相结合的方法可最大限度地满足用户。

3 系统实现结果



图3 登录界面和功能主菜单

通过编程实现,在 M3Gate WAP 手机模拟器上运行该系统,得出如图 3 所示的运行结果。

4 结语

本文介绍了基于 WAP 的防汛指挥系统的设计。按照 MVC 设计模式,实现了业务逻辑的组件化,使 WAP 应用程序结构清晰、便于管理、便于模块重用,也为系统的维护和改进提供了方便。采用框架技术,提高 WAP 软件的开发水平与效率,增强软件的可维护性和可扩展性。采用请求发送与定制发送相结合的方法,使系统更加实用、更加灵活。基于用户/组/角色的权限控制机制提高了系统的安全性和可定制性。采用 WAP PUSH 技术,增强了信息的主动性和时效性。

参考文献:

- [1] 吴轶婷,姚琳. 基于 MVC 模式的 WAP 开发与设计[J]. 计算机应用, 2005, 25(8): 1887-1889.
- [2] 刘晓华. J2EE 企业级应用开发[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003. 188-191.
- [3] WAP Forum. WAP Push Message Specification[S/OL]. <http://www.wapforum.org>, 2006-01.
- [4] 吴晓琼,许剑勇,邵世煌. 基于 WAP 的校友通讯录模块的设计和实现[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(1): 126-128.
- [5] 刘英学. 基于 J2EE 的 WAP 增值应用软件的设计与实现[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(23): 144-148.
- [6] 李轶. 无线 WAP 应用开发研究[J]. 江汉大学学报(自然科学版), 2005, 33(3): 73-75.
- [7] 殷长友. 一种基于 WAP 的数据定制发送方法[J]. 计算机工程与设计, 2003, 24(9): 67-69.

(上接第 1717 页)

4 结语

本系统可以成功对初等平面解析几何的大部分问题进行自动证明和求解。对直线方程和二次曲线有非常完善的支持,对于一些较复杂的平面解析几何问题如抛物线双曲线问题也可以得到完善的求解,图 2 为使用本系统对两圆公共弦问题求解的结果。

参考文献:

- [1] 吴文俊. 几何定理机器证明的基本原理[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
- [2] 张景中. 计算机怎样解几何题——谈谈自动推理[M]. 北京: 清华大学出版社; 广州: 暨南大学出版社, 2000: 1-189.
- [3] 张景中,李传中. 自动推理与教育软件智能平台[J]. 广州大学

学报, 2001, 15(2): 1-6.

- [4] 张景中,高小山,周咸青. 基于前推法的几何信息搜索系统[J]. 计算机学报, 1996, 19(10): 721-727.
- [5] YANG L, GAO XS, CHOU SC, et al. Automated proving and discovering of theorems in non-Euclidean geometries[A]. WANG D, ed. Automated Deduction in Geometry[C]. Springer-Verlag, 1998, LNAI 1360. 171-188.
- [6] NEVINS AJ. Plane geometry theorem proving using forward chaining[J]. Artificial Intelligence, 1975, 6(1): 1-23.
- [7] 徐茜. 双向推理系统在初等几何自动解题中的实现[J]. 计算机应用研究, 2004, 21(11): 232-234.
- [8] 张景中,杨路,高小山,等. 几何定理可读证明的自动生成[J]. 计算机学报, 1995, 18(5): 380-393.