

三维复杂目标电磁散射的 FDFD 分析

胡晓娟, 葛德彪

(西安电子科技大学 物理系, 陕西 西安 710071)

摘要: 根据 Yee 元胞中电场分量的分布特点, 对矢量 Helmholtz 方程进行差分离散, 得到关于各电场节点的 FDFD 方程式。基于等效原理, 在总场-散射场 (TF/SF) 边界处设置等效电磁流, 通过将 TF/SF 边界附近各电场节点 FDFD 方程式中的相关节点加上或减去相应的入射场, 将平面波引入总场区。导体立方体表面电流幅值与相位分布的计算结果与文献结果的比较验证了该方法的正确性。

关键词: 频域有限差分 (FDFD) 方法; 电磁散射; 复杂目标; TF/SF 方法

中图分类号: TN011 文献标识码: A 文章编号: 1001-2400(2007)S1-0132-04

3D FDFD analysis of electromagnetic scattering from a complex target

HU Xiao-juan, GE De-biao

(Department of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The finite-difference frequency-domain (FDFD) equations of electric field nodes are derived by differentiating the Helmholtz equation, based on the distribution of electric field nodes in Yee cells. Based on the equivalence principle, the incident wave is introduced in the total-field region by setting equivalent electromagnetic currents on the total-field/scattered-field (TF/SF) boundary. The FDFD equations of the nodes located near the TF/SF boundary are modified to fulfill the conditions that all nodes involved belong either to the total-field or to the scattered-field. The method is validated by comparing the amplitude and phase of the surface current on a perfectly electric conductor cube, which are calculated by the FDFD method, with the result presented in the literature.

Key Words: FDFD method; electromagnetic scattering; complex targets; TF/SF technique

近年来, 一种基于 Yee 算法原理的频域数值方法——频域有限差分 (FDFD) 方法^[1]得到了迅速发展。该方法采用 Yee 元胞对目标进行网格化剖分, 并将各元胞赋予相应的电磁参数进行建模, 可以方便地分析复合目标的电磁散射问题。根据 Yee 元胞中各电场分量的分布特点, 通过将矢量 Helmholtz 方程进行差分离散得到了关于各电场节点的 FDFD 方程式。基于 FDTD 方法中通过总场-散射场 (TF/SF)^[2, 3]边界引入入射波的思想, 分析了 FDFD 方法中如何通过 TF/SF 边界将入射波引入总场区。导体立方体表面电流幅值及相位分布的计算结果与文献结果的比较验证了这种方法。最后用该方法计算了某导弹模型的双站散射特性, 显示了这种方法在处理复合目标电磁散射时的优越性。

1 三维 FDFD 中入射波的引入及矩阵方程求解

1.1 FDFD 基本方程式

矢量 Helmholtz 方程为

收稿日期: 2007-06-08

基金项目: 国防预研基金资助

作者简介: 胡晓娟 (1979-), 女, 西安电子科技大学博士研究生。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

其中 k_0 为自由空间波数, ε_r 和 μ_r 分别为复相对介电系数和复相对导磁系数。

假设Yee元胞沿 x , y , z 方向的尺寸分别为 Δx , Δy , Δz , 根据Yee元胞中各电场节点的排布特点, 对式(1)进行差分离散, 可得关于各电场分量节点的FDFD方程式, 其中计算 $E_x(i+1/2, j, k)$ 的方程式为

$$\begin{aligned} & C_{x0} \cdot E_x(i+1/2, j, k) \\ & + C_{x1} \cdot E_x(i+1/2, j-1, k) + C_{x2} \cdot E_x(i+1/2, j+1, k) + C_{x3} \cdot E_x(i+1/2, j, k-1) + C_{x4} \cdot E_x(i+1/2, j, k+1) \\ & + C_{y1} \cdot E_y(i, j+1/2, k) + C_{y2} \cdot E_y(i+1, j+1/2, k) + C_{y3} \cdot E_y(i, j-1/2, k) + C_{y4} \cdot E_y(i+1, j-1/2, k) \\ & + C_{z1} \cdot E_z(i, j, k+1/2) + C_{z2} \cdot E_z(i+1, j, k+1/2) + C_{z3} \cdot E_z(i, j, k-1/2) + C_{z4} \cdot E_z(i+1, j, k-1/2) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

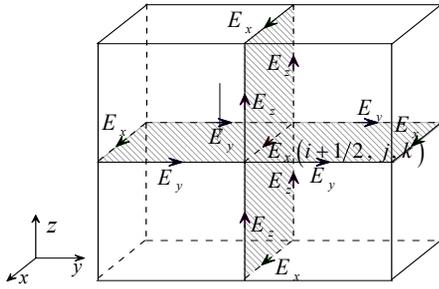


图1 关于节点 $E_x(i+1/2, j, k)$ 的 FDFD 方程式中所涉及的 13 个节点

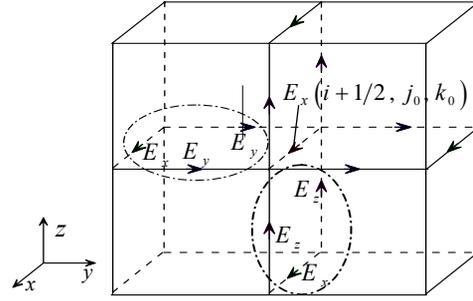


图2 TF/SF边界左下棱边上 E_x 节点 FDFD 方程式中属于散射场区的节点

由式(2)知, 计算 $E_x(i+1/2, j, k)$ 的值时涉及到该节点本身及与其相邻的 12 个节点, 如图 1 所示。同理, 可由式(1)得到关于节点 $E_y(i, j+1/2, k)$ 和 $E_z(i, j, k+1/2)$ 的 FDFD 方程式。

1.2 TF/SF 方法

基于文献[3]中TF/SF方法的思想, 将FDFD计算区也分为总场区和散射场区, 在TF/SF边界处将入射波引入总场区。设TF/SF边界是由 $i = i_0, i_a, j = j_0, j_b$ 和 $k = k_0, k_c$ 六个平面构成的封闭长方体。长方体表面及其内部的节点属于总场区, 长方体表面以外的节点属于散射场区。根据等效原理, 要将入射波引入总场区, 需要在TF/SF边界上设置等效面电磁流, 即在TF/SF边界面上设置入射波电磁场的切向分量, 使式(2)中所涉及到的节点必须同为总场或同为散射场。在三维FDFD的总场区中引入入射波时, 需根据边界附近节点所处位置的不同, 将计算相应节点的FDFD方程式进行特殊处理^[3], 使得方程式中的所有节点满足均为总场或均为散射场的条件。例如, 对于图 2 所示的TF/SF边界左下棱边上的节点 $E_x(i+1/2, j_0, k_0)$, 计算该节点的方程中有 6 个节点属于散射场区, 则相应的关于该节点的方程式应写为

$$\begin{aligned} & C_{x0} \cdot E_x(i+1/2, j_0, k_0) \\ & + C_{x1} \cdot [E_x^s(i+1/2, j_0-1, k_0) + E_x^i(i+1/2, j_0-1, k_0)] + C_{x2} \cdot E_x(i+1/2, j_0+1, k_0) \\ & + C_{x3} \cdot [E_x^s(i+1/2, j_0, k_0-1) + E_x^i(i+1/2, j_0, k_0-1)] + C_{x4} \cdot E_x(i+1/2, j_0, k_0+1) \\ & + C_{y1} \cdot E_y(i, j_0+1/2, k_0) + C_{y2} \cdot E_y(i+1, j_0+1/2, k_0) \\ & + C_{y3} \cdot [E_y^s(i, j_0-1/2, k_0) + E_y^i(i, j_0-1/2, k_0)] + C_{y4} \cdot [E_y^s(i+1, j_0-1/2, k_0) + E_y^i(i+1, j_0-1/2, k_0)] \\ & + C_{z1} \cdot E_z(i, j_0, k_0+1/2) + C_{z2} \cdot E_z(i+1, j_0, k_0+1/2) \\ & + C_{z3} \cdot [E_z^s(i, j_0, k_0-1/2) + E_z^i(i, j_0, k_0-1/2)] + C_{z4} \cdot [E_z^s(i+1, j_0, k_0-1/2) + E_z^i(i+1, j_0, k_0-1/2)] = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

同理, TF/SF边界上其余 3 条平行于 x 轴的棱边, 以及 4 个侧面内的节点的 FDFD 方程式应进行相似的处理。

由于计算节点 $E_x(i_0+1/2, j, k)$ 和 $E_x(i_a-1/2, j, k)$ ($j_0+1 \leq j \leq j_b-1$, $k_0+1 \leq k \leq k_c-1$) 的方程式中所涉及的节点都属于总场区, 所以不必对这些节点进行上述处理。在TF/SF边界外侧, 距TF/SF边界一个或半个元胞处的 E_x 节点属于散射场区, 计算这些节点的场值时需对属于总场区的节点扣除相应的入射场。对TF/SF边界处 E_y 和 E_z 节点的处理方式与以上所分析的 E_x 节点类似。

在介质分界面处, 采用文献[2]中的等效介质参数进行处理, 以避免由于介质参数突变而引起的Maxwell方程微分形式的失效。截断边界处采用Mur吸收边界条件^[1]外向行波以模拟开域电磁散射问题。

1.3 FDFD 矩阵方程的形成及求解

为了将计算域内各节点的关系式写为矩阵方程, 需将FDFD区节点的三维编号改换为一维数组。笔者采用依次对 E_x 、 E_y 和 E_z 进行编号的方式。假设FDFD计算域内沿 x 、 y 、 z 三个方向上的元胞个数分别为 N_x 、 N_y 、 N_z , 整个计算域中 E_x 、 E_y 、 E_z 节点的个数分别为 N_{ex} 、 N_{ey} 、 N_{ez} , 则节点 $E_x(i+1/2, j, k)$ 、 $E_y(i, j+1/2, k)$ 、 $E_z(i, j, k+1/2)$ 对应的编号分别为 $[i+j \times N_x+k \times N_x \times (N_y+1)]$ 、 $N_{ex}+[i+j \times (N_x+1)+k \times (N_x+1) \times N_y]$ 、 $N_{ex}+N_{ey}+[i+j \times (N_x+1)+k \times (N_x+1) \times (N_y+1)]$ 。此时, 节点关系式可写为如下矩阵形式:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (4)$$

其中待求矢量 \mathbf{x} 中的各元素分别对应于计算域内各电场节点的场值。系数矩阵 \mathbf{A} 为稀疏的复数方阵; 右端矢量 \mathbf{b} 表示激励源, 即将式(3)中表示入射波的项移到方程右端。笔者采用随机存储方式只存储 \mathbf{A} 中的非零元素, 用复数共轭梯度法^[4]求解矩阵方程(4)。

2 数值结果

2.1 算例验证

下面给出典型目标——理想导体立方体表面电流的算例, 验证FDFD算法的可靠性。设理想导体立方体边长为 s , 电尺寸 $k_0s=2.0$ 。将该立方体沿 x 、 y 、 z 三个方向均剖分为 8 个元胞。平面波沿 y 轴正向入射 (垂直于立方体的一个表面), 电场 \mathbf{E}^i 为 z 方向极化。

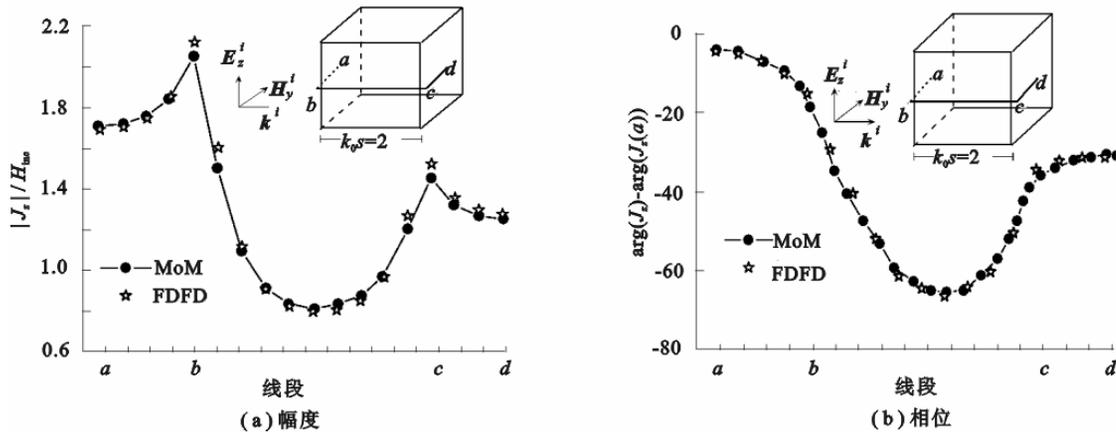


图3 导体立方体上折线段 $abcd$ 上 z 向电流幅度和相位分布

图3(a)和(b)为沿导体表面位于 $z=0.5s$ 处平行于入射磁场的折线段 $abcd$ 上的沿 z 轴方向的电流的幅度和相位分布, 其中相位分布以 a 点为参考零相位, 横坐标表示从 a 点开始的等份点序列。由图可见, 两者的结果相吻合, 说明了FDFD方法的正确性。

2.2 导弹目标的双站 RCS

图 4(a) 为某型号导弹模型。入射波波长 $\lambda = 0.3\text{m}$ (频率为 1GHz)，FDFD 网格尺寸为 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \lambda/15 = 2\text{cm}$ 。平面波迎导弹头部方向入射，入射角 $\theta^i = 90^\circ$ ， $\varphi^i = 0^\circ$ ，极化角 $\alpha = 0^\circ$ 。FDFD 计算区域为 $151\Delta x \times 49\Delta y \times 49\Delta z$ 。图 4(b) 为该导弹模型在 xoy 面内的双站 RCS，其中 $\varphi^s = 0^\circ$ 即为后向散射方向， $\varphi^s = 180^\circ$ 即为前向散射方向。

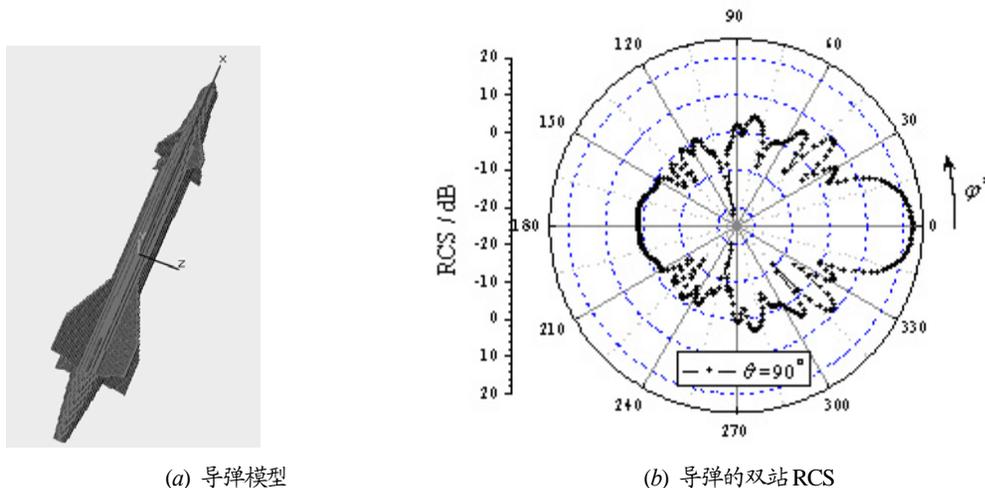


图 4 某型号导弹模型及其双站 RCS

3 结论

由于 FDFD 方法通过对目标进行网格离散化，并将各元胞赋予相应的电磁参数来进行建模，所以可以方便地分析复合目标的电磁散射问题。文中通过对导体立方体的表面电流分布的计算，验证了 FDFD 方法的正确性。最后用 FDFD 方法分析了某导弹目标的电磁散射特性，说明 FDFD 方法是分析复合目标电磁散射问题的一种有效方法。此外 FDFD 方法还可以用于分析涂层目标等的电磁散射问题，有着一定的应用前景。

参考文献

- [1] Wang J, Yin L, Hong W. The Application of Domain Decomposition Method in Scattering Analysis of 3-D Objects [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2000, 15 (3): 334-338.
- [2] Taflove A, Hagness S C. Computational Electrodynamics the Finite-difference Time-domain Method [M]. Third Edition. Boston: Artech House, 2005.
- [3] Zheng K S, Ge D B. Implementation of the Total-field/Scattered-field Technique in the 2D ADI-FDTD [J]. Journal of Xidian University, 2006, 33(2): 205-210.
- [4] 胡家骥. 线性代数方程组的迭代解法[M]. 北京: 科学出版社, 1991.