

基于 Bayes 准则的 STAP 协方差矩阵估计算法

刘聪锋, 廖桂生

(西安电子科技大学 雷达信号处理重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对杂波功率随距离缓变的非均匀环境, 提出了一种新的基于 Bayes 准则的加权最大似然估计 (WMLE) 算法, 以改善空时自适应处理 (STAP) 中的协方差矩阵估计. 通过对训练数据进行事件定义, 利用 Bayes 准则给出了加权系数的准确计算方法, 解决了 WMLE 中加权系数的求解难题. 仿真分析验证了所提出算法的正确性和有效性.

关键词: 空时自适应处理; 非均匀环境; 协方差矩阵估计; 数据加权; Bayes 准则

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2008)02-0223-05

Covariance matrix estimation for the STAP based on the Bayes criterion

LIU Cong-feng, LIAO Gui-sheng

(Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: For the environment in which the clutter power changes slowly with distance, a novel weighting maximum likelihood estimation (WMLE) algorithm is proposed that uses the Bayes criterion to improve the approximative covariance matrix estimation for Space-Time Adaptive Processing (STAP). By the event definition and the Bayes criterion, the precise computing method for the weight coefficient is given, this method also gives the efficient solution to finding the weight coefficient for WMLE. Simulation attests its correctness and effectiveness.

Key Words: Space-time adaptive processing; nonhomogeneous condition; covariance matrix estimation; data weighting; Bayes criterion

空时自适应处理 (STAP)^[1] 作为动目标检测的关键技术, 必须进行杂波协方差矩阵的估计. 当利用二次数据进行协方差矩阵估计时, 所有二次数据必须满足独立同分布 (i. i. d) 条件, 而且数据的数量至少为协方差矩阵维数的两倍, 这样才可能避免严重的估计性能损失.

当前 STAP 协方差矩阵的估计主要是通过丢弃二次训练样本中离群点的方法来实现, 常用的非均匀检测 (NHD) 方法是广义内积^[2], 以及其他方法^[3,4], 而且 NHD 的效果取决于基于最大似然 (ML) 算法估计的样本协方差矩阵. 样本选择方法对于离散型的非均匀环境具有优良的性能, 但是, 对于杂波功率随距离变化的缓变非均匀环境, 在均匀和非均匀之间并没有清晰的界限时, 很难利用数据选择的方法对受到污染的数据进行检测和剔除. 因此, 对于缓变的非均匀环境, 可以通过加权函数来弥补非均匀特性的影响, 即对部分或全部的二次数据应用加权函数, 来控制并改善协方差矩阵的估计误差, 称该方法为“数据加权”. 数据加权的优点是对于可能的非均匀数据应用较小的权值, 以减小非均匀特性对估计结果的影响.

关于数据加权方法的文献较少, 主要是问题的公式化比较困难, 加权函数的设计和求解很难给出满意的结果. Ho-Hsuan Chang^[5] 对该问题进行了阐述和分析, 但是并没有给出可行解, Fabian D. Lapierre 等人提出了利用数据加权对非侧视时的协方差矩阵进行估计^[6], 它是基于补偿功率谱中随距离变化的部分来获得性能的改善. 而 Amin G. Jaffer 等人是通过估计系统的配置参数来改善缓变非均匀环境下的协方差矩阵估计性能^[7]. 笔者将数据融合中的 Bayes 互联算法^[8,9] 思想用于 STAP 的加权协方差矩阵估计, 并得到了准确的加权系数, 解决了数据加权方法中确定加权系数的难题. 仿真结果表明该算法能够比较准确地估计非均匀

收稿日期: 2007-06-01

基金项目: 国家自然科学基金资助 (60472097, 60502045)

作者简介: 刘聪锋 (1973-), 男, 讲师, 西安电子科技大学博士研究生, E-mail: cfliu@mail.xidian.edu.cn.

环境下的协方差矩阵,并具有良好的检测性能.

1 加权最大似然估计

在高斯噪声存在情况下的雷达信号检测中,噪声协方差矩阵通常可以利用二次数据进行估计.基于最大似然准则估计(也称为最大似然估计:MLE)的协方差矩阵可以表示为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{y}(i) \mathbf{y}^H(i) \quad , \quad (1)$$

其中, $\mathbf{y}(i)$ ($i = 1, 2, \dots, K$) 为均匀环境下的二次数据矢量,并服从相同的分布 $CN_N(0, \mathbf{R})$.

但是,在非均匀环境下,并不是所有的二次数据都是独立同分布(i. i. d.)的,即:

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i) + \delta\mathbf{y}(i) \quad , \quad (2)$$

其中 $\mathbf{c}(i)$ 为杂波分量, $\mathbf{n}(i)$ 为噪声分量, $\delta\mathbf{y}(i)$ 为由非均匀环境引起的附加干扰项.如果利用这些非均匀数据进行协方差矩阵估计,样本协方差矩阵将会产生一个由非均匀特性引起的附加项 $\Delta\hat{\mathbf{R}}_0$, 即

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}} &= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{y}(i) \mathbf{y}^H(i) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i) + \delta\mathbf{y}(i)][\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i) + \delta\mathbf{y}(i)]^H = \\ &= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i)][\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i)]^H + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [\delta\mathbf{y}(i)\delta\mathbf{y}^H(i) + \delta\mathbf{y}(i)(\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))^H + \\ &(\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))\delta\mathbf{y}^H(i)] = \hat{\mathbf{R}}_0 + \Delta\hat{\mathbf{R}}_0 \quad , \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\hat{\mathbf{R}}_0$ 是由均匀数据形成的协方差矩阵部分,即 $E\{\hat{\mathbf{R}}_0\} = \mathbf{R}$, 而误差项 $\Delta\hat{\mathbf{R}}_0$ 是由所有的单个非均匀数据组合而形成的.

显然,从估计误差控制的角度来看,通过 MLE 方法估计的协方差矩阵不是一种有效的方法,因为在非均匀环境中,并不是所有的受污染的坏数据贡献相同的误差程度.但是,该方法对于所有数据具有相同的加权系数 ($1/K$). 因此,如果对于坏数据分配较小的加权系数,而给好数据分配较大的加权系数,则可以很好地控制协方差矩阵的估计误差,并减小由于非均匀数据引起的检测性能下降.

为了区别于 MLE,称基于数据加权的协方差矩阵估计方法为加权最大似然估计(WMLE).通过 WMLE 方法估计的协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}} &= \sum_{i=1}^K \omega_i \mathbf{y}(i) \mathbf{y}^H(i) = \sum_{i=1}^K \omega_i [\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i) + \delta\mathbf{y}(i)] \cdot [\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i) + \delta\mathbf{y}(i)]^H = \\ &= \sum_{i=1}^K \omega_i [\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i)][\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i)]^H + \sum_{i=1}^K \omega_i [\delta\mathbf{y}(i)\delta\mathbf{y}^H(i) + \delta\mathbf{y}(i)(\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))^H + \\ &(\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))\delta\mathbf{y}^H(i)] = \tilde{\mathbf{R}}_0 + \Delta\tilde{\mathbf{R}}_0 \quad , \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $0 \leq \omega_i \leq 1$ ($i = 1, 2, \dots, K$) 为加权系数.如果加权系数满足下面的约束条件

$$\sum_{i=1}^K \omega_i = 1 \quad , \quad (5)$$

则,通过对上面的两个协方差矩阵估计表达式分别求期望,可得

$$E\{\hat{\mathbf{R}}\} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{R} + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \delta\mathbf{R}_i = \mathbf{R} + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \delta\mathbf{R}_i \quad , \quad (6)$$

$$E\{\tilde{\mathbf{R}}\} = \sum_{i=1}^K \omega_i \mathbf{R} + \sum_{i=1}^K \omega_i \delta\mathbf{R}_i = \mathbf{R} + \sum_{i=1}^K \omega_i \delta\mathbf{R}_i \quad , \quad (7)$$

其中 $\delta\mathbf{R}_i = E\{\delta\mathbf{y}(i)\delta\mathbf{y}^H(i) + \delta\mathbf{y}(i)(\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))^H + (\mathbf{c}(i) + \mathbf{n}(i))\delta\mathbf{y}^H(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, K$, (8)

从上面的表达式可以看出,当加权系数的和为 1 时,在均匀环境下,WMLE 和 MLE 方法所估计的协方差矩阵相同,但是在非均匀环境下,可以通过控制加权系数来减小估计的误差项.

因此,对于 WMLE,关键是获得加权系数,使得非均匀项引起的误差尽可能小.笔者采用数据融合中的 Bayes 互联算法思想,考虑所有接收的二次数据,根据不同的相关情况利用 Bayes 公式计算出每一个训练数据来自均匀数据的概率,然后利用这些概率值作为 WMLE 的加权系数,进行协方差矩阵估计.

2 基于 Bayes 准则的协方差矩阵估计

假设空时数据的个数为 K , 即 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K$, 其中 \mathbf{x}_k 为第 k 个距离单元的回波. 定义数据集合

$$\mathbf{X}_K = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^K = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K\} \quad (9)$$

为了分析的方便, 定义如下事件: $\theta(i) = \{\mathbf{x}_i$ 为有效均匀数据样本, 即, 有效训练数据 $\}, i = 1, 2, \dots, K$.

如果已知空时快拍数据集合 \mathbf{X}_K , 则第 k 个空时快拍数据为有效训练数据的条件概率为

$$\beta_K(k) = p\{\theta(k) | \mathbf{X}_K\} \quad (10)$$

因此, 当得到 \mathbf{X}_K 时, 空时协方差矩阵的条件均值为

$$\tilde{\mathbf{R}}_K = E\{\mathbf{R}_K | \mathbf{X}_K\} = \sum_{k=1}^K E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H | \theta(k), \mathbf{X}_K\} \cdot p\{\theta(k) | \mathbf{X}_K\} = \sum_{k=1}^K \beta_K(k) \cdot E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H | \theta(k), \mathbf{X}_K\} \quad (11)$$

其中 $E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H | \theta(k), \mathbf{X}_K\}$ 为当 \mathbf{X}_K 已知时, 而且第 k 个快拍数据 \mathbf{x}_k 为有效训练数据条件下, 由 \mathbf{x}_k 估计的协方差矩阵的条件均值.

$$\text{由于} \quad \beta_K(k) = p\{\theta(k) | \mathbf{X}_K\} = p\{\theta(k) | \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_{K-1,k}\} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{X}_{K-1,k}$ 表示 \mathbf{X}_K 中除去 \mathbf{x}_k 后剩余的空时快拍数据所组成的集合, 即

$$\mathbf{X}_{K-1,k} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{x}_{k+1}, \dots, \mathbf{x}_K\} \quad (13)$$

对公式(12)应用 Bayes 准则, 可得:

$$\beta_K(k) = p\{\theta(k) | \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_{K-1,k}\} = \frac{p\{\mathbf{x}_k | \theta(k), \mathbf{X}_{K-1,k}\} \cdot p\{\theta(k) | \mathbf{X}_{K-1,k}\}}{\sum_{j=1}^K p\{\mathbf{x}_j | \theta(j), \mathbf{X}_{K-1,j}\} \cdot p\{\theta(j) | \mathbf{X}_{K-1,j}\}} \quad (14)$$

由于 $p\{\mathbf{x}_k | \theta(k), \mathbf{X}_{K-1,k}\}$ 为当 $\mathbf{X}_{K-1,k}$ 已知时, 而且事件 $\theta(k)$ 满足条件下空时快拍数据 \mathbf{x}_k 的条件概率. 因此,

$$p\{\mathbf{x}_k | \theta(k), \mathbf{X}_{K-1,k}\} = p\{\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_K\} = N(\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K) \quad (15)$$

其中 $\hat{\mathbf{R}}_K$ 表示由 \mathbf{X}_K 估计的协方差矩阵, 而且

$$N(\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\hat{\mathbf{R}}_K|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{x}_k^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_k\right] \quad (16)$$

$p\{\theta(k) | \mathbf{X}_{K-1,k}\}$ 为当 $\mathbf{X}_{K-1,k}$ 已知时, $\theta(k)$ 的条件概率, 即当 $\mathbf{X}_{K-1,k}$ 获得时, \mathbf{x}_k 为有效训练样本的条件概率, 因此可得:

$$p\{\theta(k) | \mathbf{X}_{K-1,k}\} = N(\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_{K-1,k}) \approx N(\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K) \quad (17)$$

其中 $\hat{\mathbf{R}}_{K-1,k}$ 表示由 $\mathbf{X}_{K-1,k}$ 估计的协方差矩阵. 即当检测单元的相邻单元统计特性已知时, 检测单元为均匀训练样本的概率. 由于非均匀性的相对性, 即 \mathbf{x}_k 为有效训练样本是相对于相邻检测单元而言的, 进而可以认为是相对于所有训练数据, \mathbf{x}_k 为有效训练样本的概率, 因此上面的近似式成立, 而且可以大大降低运算量.

因此将式(15)和式(17)代入式(14), 可得:

$$\beta_K(k) \approx \frac{N[\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K] \cdot N[\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K]}{\sum_{j=1}^K N[\mathbf{x}_j, 0, \hat{\mathbf{R}}_K] \cdot N[\mathbf{x}_j, 0, \hat{\mathbf{R}}_K]} = \frac{[N(\mathbf{x}_k, 0, \hat{\mathbf{R}}_K)]^2}{\sum_{j=1}^K [N(\mathbf{x}_j, 0, \hat{\mathbf{R}}_K)]^2} \quad (18)$$

将式(16)代入式(18), 经过简单化简可得:

$$\beta_K(k) = \frac{\exp[-\mathbf{x}_k^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_k]}{\sum_{j=1}^K \exp[-\mathbf{x}_j^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_j]} = \frac{1}{C_B} \cdot \exp[-\mathbf{x}_k^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_k] \quad (19)$$

其中 C_B 为常数, 并且对于 $i = 1, 2, \dots, K, C_B$ 由下式给出:

$$C_B = \sum_{j=1}^K \exp[-\mathbf{x}_j^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_j] \quad (20)$$

常用的广义内积(GIP)^[2]非均匀检测方法的检验统计量 G_{CUT} 为检测单元(CUT)快拍 \mathbf{x}_{CUT} 的复广义内积, 即:

$$G_{\text{CUT}} = \mathbf{x}_{\text{CUT}}^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_{\text{CUT}} \quad (21)$$

对照式(19)和式(21)可以看出, G 为 Bayes 准则的加权系数在复数据域的实现. 如果 GIP 检验统计量较大,

则 WMLE 的加权系数较小,因此,被 G 检测出的离群点将会在基于 Bayes 准则的协方差矩阵估计中贡献较小,故可以将数据选择方法近似看作数据加权方法的一种特例.相对于剔除离群点的 MLE 算法,基于 Bayes 准则的 WMLE 算法不需要确定判决门限,而且两者的运算量基本相同,即两者都需要 $O(K(2N^2K + N^2 + 2N^2 + 2N))$ 运算量计算 G 结果,而 WMLE 还需 $O(2K)$ 运算量计算加权系数,因此所提出方法在实际应用中更加方便和有效.

综上所述,基于 Bayes 准则的协方差矩阵估计算法可以总结如下:

(1) 利用 MLE 算法计算训练数据的样本协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_K$;

(2) 计算统计量 $\gamma_k = \exp[-\mathbf{x}_k^H (\hat{\mathbf{R}}_K)^{-1} \mathbf{x}_k]$, $k = 1, 2, \dots, K$, 并计算 $C_B = \sum_{k=1}^K \gamma_k$;

(3) 利用 WMLE 算法计算加权协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_K = \frac{1}{C_B} \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{y}(k) \mathbf{y}^H(k)$, 相应的 $\omega_k = \frac{\gamma_k}{C_B}$ ($k = 1, 2, \dots, K$).

3 仿真分析

为了验证所提出算法的正确性和有效性,进行了如下的仿真分析.参数设置为:天线阵为 8 个阵元的理想正侧视均匀线阵,子阵间距 $d = 0.1$ m, 载机高度 $H_a = 8$ km, 载机速度 $V_a = 100$ m/s, 波长 $\lambda = 0.2$ m, $f_r = 1.4$ kHz, 相干脉冲数 $K = 64$. 由于随距离缓变的非均匀环境在仿真中很难准确地实现,而仿真主要验证基于 Bayes 准则的 WMLE 算法,故可以将离散的非均匀作为缓变非均匀的一种特例进行验证.仿真场景中,杂波与噪声的相对功率为 40 dB,其中有 5 个目标类型的离群点注入在杂波和噪声的阵列快拍中,而目标相对于噪声的相对功率如表 1 所示.比较内容包括改善因子(IF)和最优处理器输出.

表 1 目标相对于噪声的相对功率

| 目标序号 | 距离单元 | 目标与噪声的相对功率/dB | 目标序号 | 距离单元 | 目标与噪声的相对功率/dB |
|------|------|---------------|------|------|---------------|
| 1 | 20 | 30 | 4 | 100 | 25 |
| 2 | 40 | 25 | 5 | 160 | 30 |
| 3 | 80 | 30 | | | |

基于 Bayes 准则估计协方差矩阵的加权系数如图 1 所示,从加权系数曲线可以看出,相对于其它的快拍数据,用于协方差矩阵估计的离群点具有相对较小的加权系数,因此可以较好地控制估计误差.

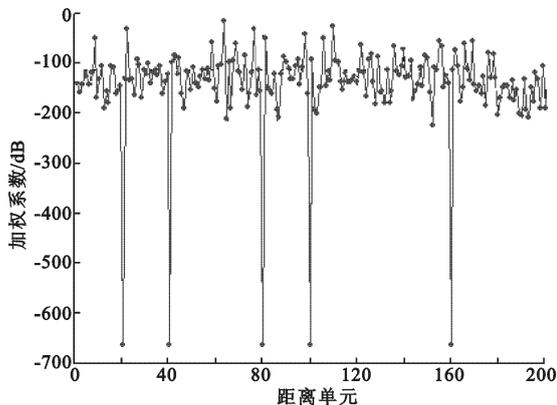


图 1 WMLE 的加权系数

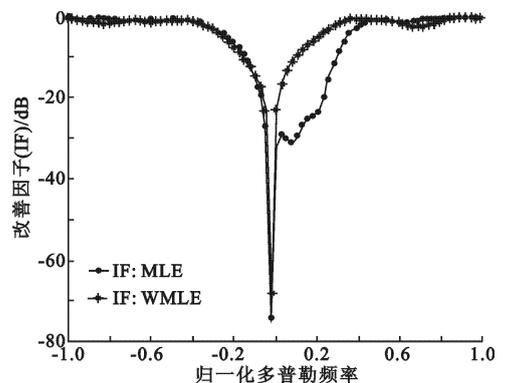


图 2 改善因子曲线

改善因子(IF)曲线如图 2 所示,在非均匀环境下,由于非均匀快拍数据的存在,基于 MLE 估计的协方差矩阵所对应的 IF 曲线(IF: MLE)具有较宽的凹槽,因此具有较差的低速运动目标检测性能,但是基于 Bayes 准则估计的协方差矩阵所对应的 IF 曲线(IF: WMLE)具有相对较窄的凹槽,因此对低速目标的检测性能有一定的改善.从 IF 曲线的比较可以看出,所提出的算法能够较准确地估计杂波协方差矩阵,而且具有较好的杂波抑制能力,以及良好的低速运动目标检测性能.

基于 MLE 估计的协方差矩阵所对应的 STAP 处理器输出如图 3 所示.由于估计的协方差矩阵中含有

非均匀项引起的误差,从 STAP 处理器的输出中很难找到任何有用的信息用于动目标的检测,信号的输出完全淹没在杂波的输出中。

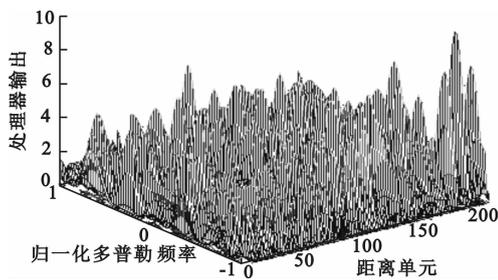


图 3 基于 MLE 算法的 STAP 处理器输出

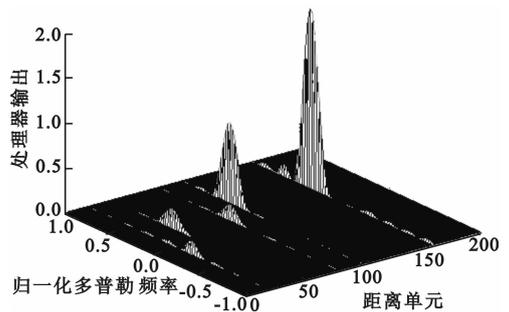


图 4 基于 WMLE 算法的 STAP 处理器输出

基于 Bayes 准则估计的协方差矩阵所对应的 STAP 处理器输出如图 4 所示. 由于利用了比较准确的协方差矩阵,从 STAP 处理器的输出可以有效地对动目标进行检测,并进行目标运动参数的估计. 信号输出得到了清楚的显示,而杂波输出得到了成功的抑制,目标分别位于第 20, 40, 80, 100, 160 个距离单元. 其中第 20, 40, 80 个距离单元的信号幅度较小,是因为这些目标具有较小的径向运动速度,因此具有较低的改善因子,这也可以从图 2 中的 IF 曲线看出,高速目标的 IF 曲线要明显优于慢速目标.

通过比较 STAP 处理器输出和 IF 曲线,可以清楚地看出,基于 Bayes 准则的 WMLE 算法能够比较准确地估计非均匀环境下的 STAP 协方差矩阵,并且具有良好的运动目标检测性能.

4 结束语

利用空时自适应处理中空时快拍数据的统计特性,提出了基于 Bayes 准则的加权最大似然估计算法,并用于非均匀环境下的 STAP 协方差矩阵估计,理论和仿真结果表明该算法可以比较准确地估计非均匀环境下的近似协方差矩阵,并具有良好的检测性能.

参考文献:

- [1] Brennan L, Reed I. Theory of Adaptive Radar[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2): 237-252.
- [2] Chen P. Screening Among Multivariate Normal Data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 1999, 69(5): 10-29.
- [3] Schoening G N, Picciolo M. Improved Detection of Strong Nonhomogeneities for STAP Via Projection Statistic[C]//2005 IEEE International Radar Conference. Arlington: IEEE, 2005: 720-725.
- [4] Wang Yong-liang, Chen Jian-wen, Bao Zheng, et al. Robust Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar in Nonhomogeneous Clutter Environments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(1): 70-81.
- [5] Chang H H. Improving Space-Time Adaptive Processing (STAP) Radar Performance in Nonhomogeneous Clutter[D]. Italy: Syracuse University, 1997.
- [6] Lapierre F D, Van D M, Verly J. G. New Methods for Handling the Range Dependence of the Clutter Spectrum in Non-sidelooking Monostatic STAP Radars [C]//2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing: Vol. 5. Hong Kong: IEEE, 2003: 73-76.
- [7] Jaffer A G, Himed B, Ho P T. Estimation of Range-Dependent Clutter Covariance by Configuration System Parameter Estimation[C]//2005 IEEE International Radar Conference. Arlington: IEEE, 2005: 596-601.
- [8] Tomasini B, Gauvrit M, Siffredi B. Bayesian Adaptive Filters for Multiple Maneuvering Target Tracking with Measurements of Uncertain Origin[C]//Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control: Vol. 2. Tampa: IEEE, 1989: 1397-1399.
- [9] Pan Quan, Zhang Hongcai, Xiang Yangzhao. Multitarget Tracking Using Dominant Probability Data Association[C]//Proceedings of 1994 American Control Conference: Vol. 1. Baltimore: IEEE, 1994: 1047-1050.