

# 基于 CRE 和 MPI 的腔体 RCS 快速并行计算

张鹏飞, 龚书喜

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 根据波前  $Q$  矩阵的定义点总位于波束轴上极值点的特点, 提出了三维复射线近轴近似相位校正因子计算公式. 该公式不用考虑主方向和主曲率的计算和坐标旋转, 直接计算相位校正因子, 从而简化了复射线展开法(CRE)的近轴近似计算. 在此基础上提出了按 RCS 计算角度间隔分配计算任务的大粒度计算并行计算方法. 计算结果显示电大尺寸开口腔体的 RCS 计算速度相对于传统的射线弹跳法提高了两个量级.

**关键词:** 电大尺寸开口腔体; 复射线展开; 并行计算

中图分类号: O441 文献标识码: A 文章编号: 1001-2400(2007)01-0082-05

## Fast parallel calculation of the radar cross section for large open-ended cavities based on CRE and MPI

ZHANG Peng-fei, GONG Shu-xi

(Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** According to the characteristic that the definition point of the  $Q$  matrix of wave front is always located on the extremum point on the axis of the beam, a three-dimensional formula for the rectificative factor of phase in complex ray paraxial approximation is proposed, which calculates the rectificative factor of phase directly without considering the calculation of the main directions and curvatures and the rotation of the coordinates, thus simplifying the paraxial approximation calculation by the complex ray expansion (CRE) method. A big cell parallel calculating method is proposed, by which the calculation tasks are distributed to the processes, evenly spaced, according to RCS calculating angles. Results show that the calculating speed of the Large Open-ended Cavities' RCS is about  $10^2$  higher than that of the traditional shooting and bouncing ray (SBR).

**Key Words:** large open cavities; complex ray expansion; parallel calculation

对于平面波照射下各种电大尺寸凹槽和腔体散射场的研究产生了多种射线计算方法, 包括射线弹跳法<sup>[1]</sup>、高斯波束法<sup>[1]</sup>、以及复射线展开法<sup>[2]</sup>、物理光学迭代<sup>[3]</sup>等. 复射线展开方法由于需要计算的射线较少, 寻迹简单, 并且可以直接计算空间电磁场分布而不用基尔霍夫等效源, 大大减少了计算时间而被广泛应用. 由于电大尺寸散射体的高精度雷达截面(RCS)计算需求, 并行计算成为电磁散射研究的一个重要的发展方向. 笔者采用复射线展开法在消息传送结构(MPI)环境下开发了电大尺寸开口腔体 RCS 快速并行计算程序.

## 1 复射线展开法

这里主要考虑通过口径耦合进入腔体内部电磁场的后向散射, 即腔体内部的散射机制. 复射线展开法(CRE)计算腔体散射的步骤为: (1) 给定腔体的几何形状以及入射场; 平面波离散为一系列复源点; 对复源点发出的复射线轴线进行追踪给出射线路径. (2) 反射计算、幅度和相位追踪. 其中要涉及到射线管的扩散因子、场量的反射系数以及相位因子累计等, 最后得到射出口径面的复射线轴向场. (3) 通过复射线近轴近似进行远区 RCS 计算.

由文献<sup>[4]</sup>进一步推导可得到入射到腔体上的沿  $k_i$  方向传播平面波  $E_0$ . 展开公式为

$$E(x, y, z) \approx E_0 \exp(jkz) = \sum_s \left( \frac{4\pi}{j\lambda} \Delta l^2 \exp(-kb) E_0 \right) (\exp(jk\tilde{R}) / (4\pi\tilde{R})) \quad (1)$$

其中  $\tilde{R} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ . 如图 1 所示入射平面波用一系列纵横间隔均为  $\Delta l$  的均匀分布于与  $k_i$  垂直的一个零相位参考面上的复源点所发出的场来拟合. 对应于实空间位置为  $(x_0, y_0, z_0)$  的点源的复坐标为  $\mathbf{r}'(r_0 + jb_x, y_0 + jb_y, z_0 + jb_z)$ . 复源点的幅度为:  $\Delta l^2 \frac{4\pi}{j\lambda} \exp(-kb)$ ,  $b$  为展开参数 (一般取  $\lambda/2$ ),  $b$  的大小决定了波束的近场腰宽和远区聚束性.

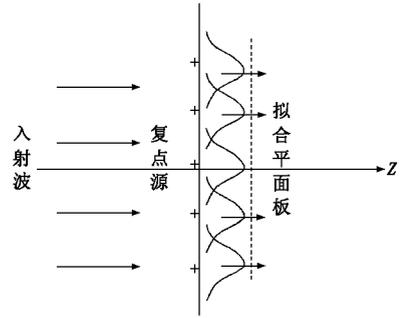


图 1 复源点拟合平面波

由文献[5~7]可知复射线轴线的轨迹和实空间的几何光学射线轨迹是一致的, 射线轴线上的场经过多次反射后可简单地表示为

$$E = \prod \bar{\Gamma}_i \tilde{D} F_i \exp[jk(\sum s_i - jb)] \cdot \left( \frac{C_0}{-jb4\pi} \exp(jk(-jb)) E_i \right) \quad (2)$$

其中  $s_i, \bar{\Gamma}_i, \tilde{D} F_i$  分别表示第  $i$  到  $i+1$  次反射点的相位变化、反射系数和复振幅扩散系数. 计算公式参见文献[8]. 得到了离开口径面的复射线轴向场后, 采用近轴近似来计算各条射线在观察方向的场贡献. 复射线的场离开轴线后快速衰减, 能量主要聚束在一个  $\theta_w = \arcsin(\lambda/(\pi b))^{1/2}$  角度内, (对应  $1/e$  衰减). 对某一出射复射线, 首先判断  $\hat{k}^r$  和观察方向  $\hat{r}$  的夹角, 如果该夹角大于  $\theta_w$ , 则忽略该射线的贡献. 如果该角度小于  $\theta_w$  则近轴近似计算.

如图 2 所示, 观察点为  $p'$ . 首先计算出场点  $p'$  在出射线上的垂足  $p$  点的场. 假设最后一次反射点为  $M$ , 该点的反射场为  $E_M$ , 波前矩阵为  $\tilde{Q}$ ,  $M$  点到  $p$  点的距离为  $l_{Mp}$ , 则  $p$  点场为

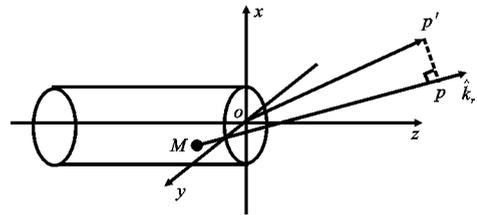


图 2 复射线近轴近似示意图

$$E_p = E_M \exp(jk(l_{Mp})) \cdot \left( \frac{1}{1 + 2l_{Mp}(\tilde{Q}_{11} + \tilde{Q}_{22}) + \det \tilde{Q} l_{Mp}^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

那么该条射线场点  $p'$  的贡献为<sup>[8]</sup>  $E(p') = E(p) \exp(jk\tilde{\delta})$ .

$\tilde{\delta}$  为相位校正因子. 通过对所有进入腔体内部的复射射线的追踪,

并采用近轴近似计算其对观察点散射场贡献, 再应用叠加定理, 就可得到腔体的远区散射场和 RCS.

## 2 相位校正因子

相位校正因子  $\tilde{\delta}$  在各个文献中有不同的形式: 文献[9]中表示为

$$\tilde{\delta} = d^2 / (2(D - jb)) \quad (4)$$

其中  $D$  和  $d$  分别表示远区观察点对最后一次反射的镜像复源点的轴向距离和偏轴距离, 未考虑反射后波阵面不再是球面波所带来的影响. 文献[5]给出的是二维的计算公式. 文献[10]给出的公式为  $\tilde{\delta} = d^2 / (2(\tilde{\rho}_M + S_M))$ , 其中  $\tilde{\rho}_M$  为最后一次反射波束的波前曲率半径,  $S_M$  为最后一次反射点到观察点的距离. 此公式未说明到底是哪个波前曲率半径, 也未给出计算公式, 容易理解为式(4)的形式. 仔细分析  $\tilde{\delta}$  的物理含义, 应该是偏轴点相对于轴向点的相位校正. 当波前不再为球面时式(4)的计算形式将变得较为复杂. 笔者就相位校正因子应该采用的计算形式进行了探讨, 提出了新的计算方式.

首先分析文献[5]中二维情况下对  $\tilde{\delta}$  的推导: 如图 3 所示,  $\tilde{\delta}$  为  $p'$  与  $p$  的相差, 由于  $p$  与  $p''$  同相, 所以  $\tilde{\delta}$  等效为  $p'$  点到点  $p''$  相差, 假设  $p'$  到轴向点  $p$  的距离为  $d$ ,  $p''$  和  $p$  点处于波前等相位圆弧上.

假设  $op = op'' = l_0, op' = l_1$ , 采用勾股定理:

$$\delta = l_1 - l_0 = (l_0 + d^2)^{1/2} - l_0 = l_0(d^2 / (2l_0^2) - d^4 / (8l_0^3) + \dots) = d^2 / (2l_0) \quad ,$$

或者令  $\overline{op}$  和  $\overline{op''}$  的夹角为  $\theta$ , 则有

$$\delta = \frac{l_0}{\cos \theta} - l_0 = \frac{l_0}{1 - 2 \sin^2(\theta/2)} - l_0 \approx l_0(1 + 2 \sin^2(\theta/2)) - l_0 = 2 l_0 \sin^2(\theta/2) \quad ,$$

$\sin(\theta/2) \approx \theta/2 \approx d / (2l_0)$ , 代入上式可得  $\delta = d^2 / (2l_0)$ . (5)

在复延拓后变为  $\tilde{\delta} = d^2 / (2(l_0 - jb))$ , 等效于公式(4).

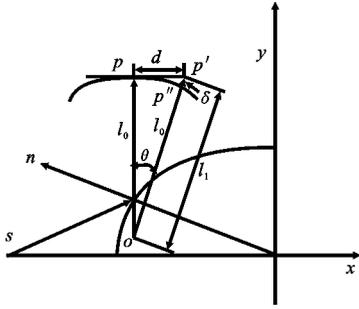


图 3 二维近轴近似相位校正

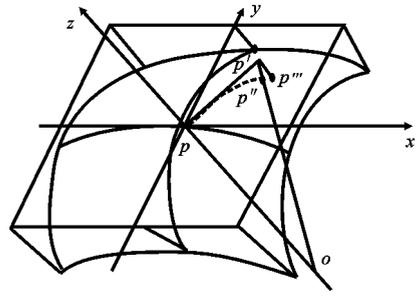


图 4 三维近轴近似相位校正

三维情形如图 4 所示,  $\tilde{\delta}$  为  $p'$  与  $p$  的相差,  $p$  与波阵面上  $p''$  的相位相同, 所以  $\tilde{\delta}$  为  $p'$  与  $p''$  的相差, 若波阵面为球面, 采用计算式(4)是准确的. 但通常复源点经过数次反射后其波前已经发生较大变化, 不再是球面波, 下面分析如何进行相位校正. 为保持和参考文献一致, 改用  $\hat{u}, \hat{v}$  取代  $\hat{x}, \hat{y}$  来表示波前两个  $\tilde{Q}$  矩阵定义方向. 假设定义在  $\hat{u}, \hat{v}$  上的波前曲率矩阵为  $\tilde{Q}$ . 由  $\hat{u}, \hat{v}, \hat{n}$  组成的波前临时坐标系中, 波前切面上  $\overrightarrow{pp'} = u_0 \hat{u} + v_0 \hat{v}$ , 曲面表达式  $\mathbf{r}(u, v) = \{x(u, v), y(u, v), z(u, v)\}$ , 此时可表示为  $\mathbf{r} = (u, v, n)$ , 令  $\mathbf{r}_u$  表示  $\mathbf{r}$  对  $u$  的一阶导数, 令  $\mathbf{r}_v$  表示  $\mathbf{r}$  对  $v$  的一阶导数, 则有<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned}
 E &= \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u, & F &= \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v, & G &= \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v, \\
 L &= \frac{\mathbf{r}_{uu} \cdot (\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)}{(EG - F^2)^{1/2}}, & M &= \frac{\mathbf{r}_{uv} \cdot (\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)}{(EG - F^2)^{1/2}}, & N &= \frac{\mathbf{r}_{vv} \cdot (\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)}{(EG - F^2)^{1/2}}, \\
 Q_{11} &= \frac{LG - MF}{EG - F^2}, & Q_{12} &= \frac{ME - LF}{EG - F^2}, & Q_{21} &= \frac{MG - NF}{EG - F^2}, & Q_{22} &= \frac{NE - MF}{EG - F^2},
 \end{aligned}$$

其中  $E, F, G$  为曲面的第一基本量,  $L, M, N$  为曲面的第二基本量. 曲面方程在轴向点邻域内类似于  $z = f(x, y)$  可表示为  $n = f(u, v)$ . 由于波前  $\tilde{Q}$  矩阵的定义点总是处于波前的高斯波束轴向极值点上, 此时曲面沿  $\hat{n}$  为极值点, 则有  $\partial n / \partial u = 0, \partial n / \partial v = 0$ , 则  $\mathbf{r}_u = (1, 0, 0), \mathbf{r}_v = (0, 1, 0)$ , 则  $E = 1, F = 0, M = 0$ , 此时的  $\tilde{Q}$  矩阵为:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix}.$$

根据曲面第二基本量的几何含义可得到表示点  $p'$  到曲面距离的第二基本量  $p'p''$  的计算公式为

$$p'p'' = [L du^2 + 2M du dv + N dv^2] / 2,$$

对照  $\tilde{Q}$  矩阵就以得到  $p'p'' = (\tilde{Q}_{11} du^2 + (\tilde{Q}_{12} + \tilde{Q}_{21}) du dv + \tilde{Q}_{22} dv^2) / 2$ .

对照图 3 将  $u, v$  换为  $x, y$  坐标, 并在小角度下采用  $p'p'' \approx p'p'''$  的近似就可得小角度近似相位因子的校正公式

$$\delta = p'p'' \approx p'p''' = (\tilde{Q}_{11} x_0^2 + (\tilde{Q}_{12} + \tilde{Q}_{21}) y_0 x_0 + \tilde{Q}_{22} y_0^2) / 2. \tag{6}$$

波前为球面时, 定义在两个主方向  $\hat{x}' = \hat{x}, \hat{y}' = \hat{y}$  上的  $Q = \begin{bmatrix} 1/R & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix}$ , 代入式(6)可以看出:

$$\delta = (\tilde{Q}_{11} x_0^2 + (\tilde{Q}_{12} + \tilde{Q}_{21}) y_0 x_0 + \tilde{Q}_{22} y_0^2) / 2 = (x_0^2 + y_0^2) / (2R) = d^2 / (2R),$$

与公式(5)一致. 复延拓后与公式(4)一致. 可看出, 所提出的新校正因子在球面波的情况下与原有公式一致, 但在非球面波的情况下可以更准确拟和波前.

### 3 MPI 并行计算

MPI 是并行计算的消息传递接口标准, 是全球工业、政府和科研部门联合推出的适合进程间进行标准消息传递的并程序序设计平台. MPICH 是基于 MPI 的软件, 它提供了 MPI 库函数, 实现了消息发送、消息接收和其他消息传递操作, 从而达成并行运算功能(采用阻塞式消息传递). 这里是基于 4 台 windows\_NT 系统的 DELL PC 构建机群, 编程选用 Compaq Visual Fortran Version 6. 6 和 MPICH. NT. 1. 2. 5. 硬件配置为: PC 配置为 CPU 3. 0 G, 内存为 1 G; 网卡为 10~100 Mb 自适应, 交换机为 TP\_link 10~100 Mb 自适应.

CRE 并行算法分析腔体散射 6 个步骤: (1) 输入腔体的几何形状、入射场以及计算参数; (2) 启动 MPI;

(3)向各进程广播腔体的几何形状、入射场以及计算参数;(4)向各进程分配计算任务;(5)各进程处理自己计算任务;(6)进行数据聚合,由指定进程将计算结果合并输出。

为达到减少通信开支的目的,采用大粒度并行计算,任务以单站 RCS 单个计算角度为一个任务单元分配到各进程。另外,在 CRE 算法中随着计算角度偏离开口腔体,射线在腔体内部反射次数逐步增大,每一个计算角度对应的计算量也随之增大。在任务分配中为达到负载平衡,采用间隔分配的方法,即让各台计算机的计算角度平均分布在  $1^\circ \sim 50^\circ$  的计算区间内,第  $k$  台主机计算的角度为  $\{\theta = k + n \times 4 \mid n = 0, 1, \dots, \text{int}(\max \theta / 4)\}$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ , 这样就达到了较好的负载平衡。

### 4 计算结果及性能分析

采用上述的 CRE 并行计算方法,计算了如图 5(a)所示的腔体结构的单站  $RCS_{\theta}$ 。为便于比较同时采用射线弹跳(SBR)编制了关于腔体 RCS 的计算程序,图 5(b)给出了 CRE 和 SBR 计算的结果(归一化到  $\lambda^2$ )。与文献结果[10]进行比较可看出计算结果在强散射区正确显示了 RCS 的变化趋势,达到了电大尺寸腔体 RCS 预估的目的。

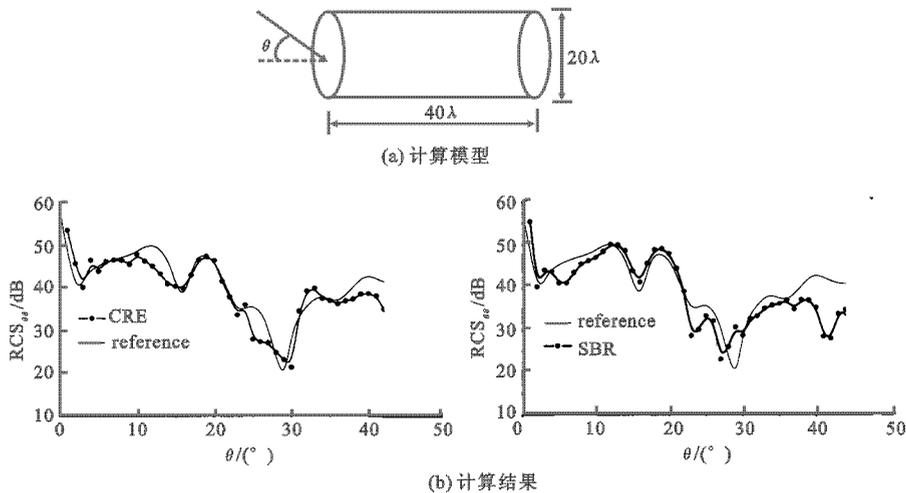


图 5  $r = 10\lambda, l = 40\lambda$  的  $RCS_{\theta}$

表 1 对串行、并行 CRE 与 SBR 方法进行了比较,给出并行计算结果分析。可看出 CRE 方法大大提高了腔体 RCS 计算速度,从串行 SBR 到并行 CRE, RCS 的计算速度加快了两个量级。所采用的并行算法实现了较好的并行度,在计算加速比和并行效率上均取得较好的结果,验证了前面所采用的任务分配和负载平衡策略的正确性。由于通信任务在 SBR 和 CRE 中是一样的,这样在 CRE 中由于计算速度的加快,计算时间的减少,通信时间所占的比重增大,并行效率下降。但是可以预计,对于电尺寸更大的结构由于计算任务的增大,计算时间增大,通信时间所占的比重减小,并行效率又将得以提高。综上所述,论文内容对电大尺寸开口腔体的快速计算具有较大的实用价值。笔者所提出的方法可用于与其他方法结合<sup>[12]</sup>计算有涂敷介质情形下的散射体的 RCS 计算。

表 1 SBR 与 CER 比较

方法	$\lambda^2$ 上的寻迹密度/条	CPU 个数	计算时间/s	加速比	并行效率/%
串行 SBR	400	1	104.984 219	3.738 259	93.456
并行 SBR	400	4	28.083 719		
串行 CRE	16	1	3.953 125	2.542 712 7	63.568
并行 CRE	16	4	1.554 688		

### 参考文献:

[1] Pathak P H, Burkholder R J. Modal, Ray, and Beam Techniques for Analyzing the EM Scattering by Open-ended Waveguide Cavities [J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1989, 37(3): 635-647.

- [2] Einziger P D, Harmaty Y, Felsen L B. Complex Rays for Radiation from Discretized Aperture Distribution [J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1987, 35(9): 1031-1033.
- [3] Burkholder R J, Lundin T. Forward-backward Iterative Physical Optics Algorithm for Computing the RCS of Open-ended Cavities [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(2): 793 - 799.
- [4] 尧德中, 阮颖铮. 平面波的复射线束展开 [J]. 电子科学学报, 1994, 16(1): 72-75.
- [5] 阮颖铮. 复射线理论及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 1991.
- [6] 汪茂光. 几何绕射理论 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.
- [7] Deschamps G A. Ray Techniques in Electromagnetic [J]. IEEE, 1972, 60(9): 1022-1035.
- [8] 刘贤锋. 腔体电磁散射特性的建模与校模 [D]. 成都: 电子科技大学, 2000.
- [9] 高飞, 马凤国, 红霞, 等. 利用复射线法分析腔体的散射场 [J]. 电波科学学报, 2000, 15(6): 244-247.
- [10] 阮颖铮, 费尔森. 复射线近轴近似原理和应用 [J]. 应用科学学报, 1989, 7(3): 174-178.
- [11] 王一平, 陈逢时, 傅德民. 数学物理方法 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993.
- [12] Zhao Weijiang, Gong Shuxi, Ge Debiao. Applciation of Physical Optic to the RCS Computation of Coated Bodies Modeled with Facets[J]. Journal of Xidian University, 1998, 25(3): 329-332.

(编辑: 齐淑娟)

(上接第 37 页)

## 6 结 论

粒子群优化算法是一种基于群体搜索的算法, 在其优化过程中, 被称为粒子的个体是通过超维搜索空间“流动”的. 粒子在搜索空间中的位置变化是以个体成功地超过其他个体的社会心理意向为基础. 一个例子的搜索行为受到群中其他粒子的搜索行为的影响. 由此可见, 粒子群优化是一种共生合作的算法, 具有很广的应用性.

对于大空间的多点全局搜索, 采用均匀网格很大程度上限制了粒子群优化的搜索速度. 所以当粒子群优化算法与无网格布线相结合时, 对于大空间的布线区域, 粒子群优化算法的全局搜索能力就会充分显示出来, 在没有障碍图形的理想布线情况, 总体访问点阵中只有各线网端点以及线网端点扫描线的相互交叉点, 这样搜索起来会更加快捷, 可以很快找到最短路径. 笔者引入了图论中的最小生成树概念, 通过将 Prufer 数和模糊离散粒子群优化算法相结合的方法, 使优化得到的解必然是可行解, 大大减小了算法的搜索空间, 提高了算法的运行效率.

参考文献:

- [1] 洪先龙, 严晓浪, 乔长阁. 超大规模集成电路布图理论与算法[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 191-201.
- [2] 高海昌, 冯博琴, 朱利. 智能优化算法求解 TSP 问题[J]. 控制与决策, 2006, 21(3): 241-246.
- [3] Zhang Junying, Ao Lei, Jia Jiangtao, et al. An Improvements of the Ant Colony Algorithm for Solving TSP Problems [J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(5): 681-685.
- [4] Xu Dian, Shi Xiaowei, Cheng Rui. Returned Ant Algorithm[J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(6): 944-947.
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization [C]//Proc IEEE International Conference on Neural Networks. IV Piscataway: IEEE Service Center, 1995: 1942-1948.
- [6] 郭志坚, 孙晓君. 基于粒子群算法的随机和模糊混合机会约束规划研究[J]. 微计算机信息, 2006, 22(2): 174-175.
- [7] 刘淳安. 解多目标优化问题的新粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(2): 30-33.
- [8] Shi Y, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization: Developments, Applications and Resources [C]//Proc Congress on Evolutionary Computation 2001. IV Piscataway: IEEE Press, 2001: 81-86.
- [9] Coello C A, Pulido G T, Lechuga M S. Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [10] 宋海洲. 求解度约束最小生成树的单亲遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 4(4): 62-67.

(编辑: 郭 华)