

非线性左手材料中的差频耦合

陈 亮, 梁昌洪, 吴 边, 朱 诚

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 基于非线性电磁理论, 推导了无耗非线性左手材料中差频耦合波方程, 由此方程分析了相位匹配条件下信号波与差频波的反向能量转换过程及其空间分布. 发现有限厚度的非线性左手介质板能够得到比右手材料更大的信号波和差频波能量输出. 因此可利用非线性左手材料制备更加小型化的微波放大器, 并通过参量调节来控制材料的左、右手特性, 从而实现信号波输出方向可调的小型微波放大器件.

关键词: 左手材料; 非线性效应; 差频耦合; 相位匹配

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2008)06-1015-05

Difference-frequency coupling in nonlinear left-handed metamaterials

CHEN Liang, LIANG Chang-hong, WU Bian, ZHU Cheng

(Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: Based on the nonlinear electromagnetic theory, general coupled-mode equations for difference-frequency coupling in nonlinear left-handed metamaterials (LHM) are studied. The co-directed energy conversion process and spatial distribution of the signal wave and difference-frequency wave under the phase-matching condition are investigated. It is shown that through a finite LHM slab, more output power of the signal wave and difference-frequency wave than through an RHM slab with the same thickness can be obtained. For this peculiar property, the nonlinear LHM may be utilized to design novel compact RF/microwave amplifiers. And through parameters adjustment of the material to control left-handed or right-handed properties, compact microwave amplifiers of the tunable output direction may be realized.

Key Words: left-handed metamaterials; nonlinear effect; difference-frequency coupling; phase-matching condition

近年来的理论分析^[1,2]和实验结果^[3,4]已经证明人们能够制造出一种表现出负折射率特性的微观结构材料. 尤其是将金属开口谐振环和金属杆排列成的周期紧致结构表现出有效介电常数和磁导率的实部为负值的特性. 这种材料通常被称之为左手材料或负折射率材料. 前苏联科学家 V. G. Veselago^[5]在很多年前就对这种材料的奇异特性做出了假设, 而这些特性却只在近年来才得到证明. 媒质因具有负折射率而会表现出很多奇特的性质, 如反多普勒效应(Doppler effect)、反 Snell 定律、反切伦柯夫辐射(Cerenkov radiation). 人们对左手材料的研究主要集中在线性范围内, 即材料的介电常数和磁导率与电场和磁场的强度无关. 然而, 为了实现对左手材料的可调, 即通过场强的变化来控制材料的传输特性, 则需要对非线性左手材料进行深入的研究.

2003年, Zharov等提出将构成左手系材料的带缝环状谐振器(SRRs)和金属线条嵌入非线性电介质中会产生磁滞非线性效应, 而非线性电介质(如二极管)填充SRRs的缝隙也会产生相应的非线性效应^[6], 并从试验上证明了变容二极管加载SRR环结构的本征谐振频率能够在很大的频率范围内变化^[7], 并观察到自感非线性效应. 波在非线性左手材料中传播, 将会产生许多奇异的物理现象, 包括孤立波、二次谐波的产生以

收稿日期: 2007-12-21

基金项目: 国家自然科学基金资助(60601028)

作者简介: 陈 亮(1983-), 男, 西安电子科技大学博士研究生, E-mail: chli198301@tom.com.

及三波耦合等等. 文献[8]和[9]分别研究了相位畸变小信号条件下的半无限大非线性左手材料和有限厚度非线性左手平板中的二次谐波现象, 假设入射基波为双负特性而二次谐波为双正特性, 从而在非线性材料中产生反向流动的奇异现象.

现有对非线性左手材料的研究仅限于和频耦合过程, 笔者将其推广到差频耦合过程, 通过推导无耗非线性左手材料中的曼利-诺关系及差频耦合基本方程, 分析了非线性左手平板中, 相位匹配条件下信号波和差频波的能量转换过程和空间分布, 发现了一些新特性. 同时给出有限厚度平板中场强分布数值结果, 对文中结论进行了验证.

1 非线性左手材料的差频耦合基本方程

3 个频率的波在非线性介质中的耦合, 使得其中任何一对波一起感应一个极化, 这个极化的振荡频率就是第 3 束波的频率. 如果满足条件 $k_1 + k_2 - k_3 = 0$, 那么只要考虑 ω_1, ω_2 和 ω_3 这 3 个频率的波的耦合即可, 而完全可以不考虑这 3 个频率的波与其他频率的波的任何耦合. 为保证储能为正, 实际左手材料必然是色散及有耗的, 然而损耗对非线性左手材料中各次谐波解影响很小^[8]. 这里引用文[8]模型: $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2, \mu(\omega) = 1 + F\omega^2/(\omega_0^2 - \omega^2)$, 二阶非线性磁化率张量 $\chi_c^{(2)}$ 定义为

$$\chi_c^{(2)} = ((\pi a^2)^3 \omega_0^4 / (c^3 d^3 U_c R_d \omega^2)) (\omega_0^2/\omega^2 - 1)^{-2}.$$

分别选择参数 $f_0 = 5 \text{ GHz}, f_p = 7 \text{ GHz}, F = 0.3, a = 3 \text{ mm}, d = 8 \text{ mm}, U_c R_d = 1$, 其中 a 为谐振环半径, R_d 为二极管电压为零时的微分电阻, U_c 为由二极管伏安特性 $I = I_0 (\exp(U/U_c) - 1)$ 定义的特性参数. 材料参数 ϵ 和 μ 随频率变化曲线如图 1 所示, 图中实线为磁导率 $\mu(\omega)$, 虚线为介电常数 $\epsilon(\omega)$, 点线为折射率 n . 在双负区域中选择信号频率 ω_1 , 泵浦频率 ω_3 和差频频率 $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ 位于双正区域中, 则有 $\mu(\omega_1) < 0, \epsilon(\omega_1) < 0, \mu(\omega_{2,3}) > 0, \epsilon(\omega_{2,3}) > 0$, 那么 S_{ω_1} 与波矢 k_1 方向相反, 而 $S_{\omega_{2,3}}$ 与波矢 $k_{2,3}$ 方向相同.

引入模型, 假设一无耗非线性介质板(如图 2), 具有图 1 中媒质特性, 厚度为 L . 一信号频 ω_1 的平面波 S_{ω_1} 沿 $-z$ 方向垂直入射介质板, 假设信号波在 $z = L$ 处全入射, 由于实际中信号波产生的反射只在介质外产生波形叠加, 而这里主要讨论介质中波的变化过程, 并分别得到各频率波分量的数值解, 故在分析过程中忽略信号波的反射. 由于材料在信号频率表现双负特性, 则波矢 k_1 方向与 S_{ω_1} 相反, 沿 z 方向. 泵浦波及闲频波的波矢 $k_{3,2}$ 与能流密度 $S_{\omega_{3,2}}$ 同向, 亦沿 z 方向. $H_1(\omega, z), H_2(\omega, z), H_3(\omega, z)$ 分别为 3 平面波的标量复振幅. 左手材料的非线性效应主要由波的磁分量引起^[6], 而无耗均匀磁性介质的二阶非线性磁化率可分别表示为

$$M^{(2)}(\omega_1, z) = \mu_0 \chi_c^{(2)}(\omega_3, -\omega_2): \mathbf{a}(\omega_2) \mathbf{a}(\omega_3) \times H(\omega_3, z) H^*(\omega_2, z) \exp[-j(k_3 - k_2)z], \quad (1)$$

$$M^{(2)}(\omega_2, z) = \mu_0 \chi_c^{(2)}(\omega_3, -\omega_1): \mathbf{a}(\omega_3) \mathbf{a}(\omega_1) \times H(\omega_3, z) H^*(\omega_1, z) \exp[-j(k_3 - k_1)z], \quad (2)$$

$$M^{(2)}(\omega_3, z) = \mu_0 \chi_c^{(2)}(\omega_1, \omega_2): \mathbf{a}(\omega_1) \mathbf{a}(\omega_2) \times H(\omega_1, z) H(\omega_2, z) \exp[-j(k_1 + k_2)z], \quad (3)$$

式中 $\mathbf{a}(\omega_i)$ 为波极化矢量的单位矢量. 将极化率代入入向性介质中波的混合过程的基本方程^[9], 可得所要求的差频过程耦合波方程组, (1) 式中由于 $\epsilon(\omega_1) < 0$, 故“ $-$ ”留在根号外:

$$\frac{dH(\omega_1, z)}{dz} = -j \frac{\omega_1}{c} \left(\frac{\epsilon(\omega_1)}{\mu(\omega_1)} \right)^{1/2} \chi_c^{(2)} H(\omega_3, z) H^*(\omega_2, z) \exp[j\Delta kz], \quad (4)$$

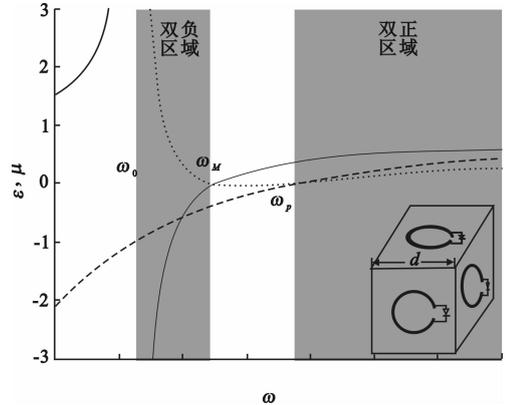


图 1 媒质参数 ϵ 和 μ 随频率变化曲线
(插图单元 SRRs 栅格结构)

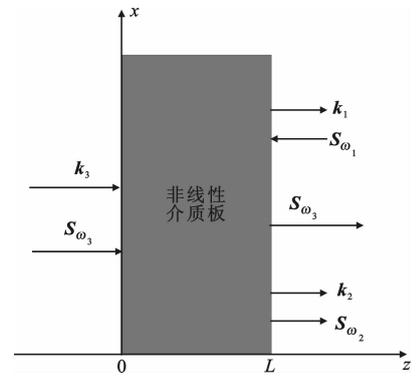


图 2 非线性介质差频过程模型图

$$\frac{dH(\omega_2, z)}{dz} = j \frac{\omega_2}{c} \left(\frac{\epsilon(\omega_2)}{\mu(\omega_2)} \right)^{1/2} \chi_c^{(2)} H(\omega_3, z) H^*(\omega_1, z) \exp[j\Delta kz] \quad (5)$$

$$\frac{dH(\omega_3, z)}{dz} = j \frac{\omega_3}{c} \left(\frac{\epsilon(\omega_3)}{\mu(\omega_3)} \right)^{1/2} \chi_c^{(2)} H(\omega_1, z) H(\omega_2, z) \exp[-j\Delta kz] \quad (6)$$

上式中 c 为光速, $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$ 为差频过程的波矢失配。

2 差频过程的曼利-诺关系及能量分布

令场量 $A_i = (\mu(\omega_i)/\epsilon(\omega_i))^{1/4} H(\omega_i, z)/(\omega_i)^{1/2}$, $i=1,2,3$, 且满足差频过程中的共线波矢相位匹配 $\Delta k = 0$ 。假设是泵浦波 ω_3 无损耗的小信号相互作用, 那么 $dA_3(z)/dz \approx 0$, 于是耦合波方程组简化为

$$dA_1(z)/dz = -jgA_2^*(z) \quad (7)$$

$$dA_2(z)/dz = jgA_1^*(z) \quad (8)$$

式中 g 为非线性耦合增益系数, 定义为

$$g = \frac{\chi_c^{(2)}}{c} A_3(0) \left(\frac{\epsilon(\omega_1)\epsilon(\omega_2)\epsilon(\omega_3)}{\mu(\omega_1)\mu(\omega_2)\mu(\omega_3)} \right)^{1/4} (\omega_1\omega_2\omega_3)^{1/2} \quad (9)$$

对式(7)求导, 再把式(8)的共轭代入其中, 得到

$$d^2 A_1(z)/dz^2 + g^2 A_1(z) = 0 \quad (9)$$

该式的通解为 $A_1(z) = c_1 \cos(gz) + c_2 \sin(gz)$, c_1, c_2 为任意常数。 $z=L$ 时的初始边界条件为: $A_1(z=L) = A_1(L)$, $A_2(z=0) = 0$ 。所以式(9) 满足边界条件的解为: $c_1 = A_1(L)/\cos(gL)$, $c_2 = 0$ 。 则有

$$A_1(z) = A_1(L) \cos(gz)/\cos(gL) \quad (10)$$

$$A_2^*(z) = -j A_1(L) \sin(gz)/\cos(gL) \quad (11)$$

由于 $\omega |A(z)|^2 \propto S_\omega$, 且两者只相差一个常数, 在 $z=0$ 时的边界条件为 $A_2(z=0) = 0$, 差频波的能量转换效率为

$$\eta = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{|A_2(L)|^2}{|A_1(L)|^2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \tan^2(gL) \quad (12)$$

可见差频与信号频能量之比随着非线性材料板厚度的增加而周期性地变化, 在 $gL \rightarrow (2n-1)\pi/2, n=1,2,3, \dots$ 时 $\eta \rightarrow \infty$, 如图 3 所示。与和频过程不同, 差频过程限制能量输送的是泵浦波能量, 因而在某些介质厚度的情况下, 信号波能够得到放大。

将式(10)与式(11)模量相加, 得到

$$|A_1(z)|^2 + |A_2(z)|^2 = \frac{|A_1(L)|^2}{\cos^2(gL)} = c \quad (13)$$

上式为非线性左手材料中差频的曼利-罗关系式 $S_{\omega_1}/\omega_1 - S_{\omega_2}/\omega_2 = c$ 的另一表示形式, 式中 c 表示常数, 而右手材料中的表示式为

$$|A_1(z)|^2 - |A_2(z)|^2 = |A_1(0)|^2 = c \quad (14)$$

两者表达式上的区别, 决定了材料中信号波与差频波能量分布的不同, 如图 4。

图 4(a) 为非线性左手材料中信号波与差频波的能量分布图, 介质板厚度 $gL = 2$, 信号波 ω_1 由介质板右侧入射, 差频波 ω_2 在板内向右传播, 两者在非线性和相互作用中在介质内部周期地相互转化。作为对比, 图 4(b) 为非线性右手材料情况, 介质板厚度不变, 可见信号波与差频波能量均沿传播方向单调地增大。

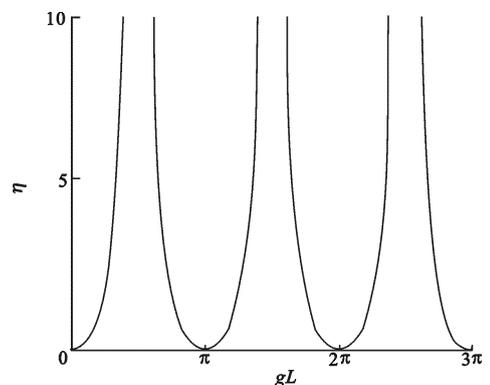


图 3 信号波向差频波能量转化效率随非线性介质厚度变化曲线图

3 数值结果与分析

为直观理解上述结论, 下面对左手材料平板内场及能量分布进行仿真分析, 并以图的形式给出, 图 1 中

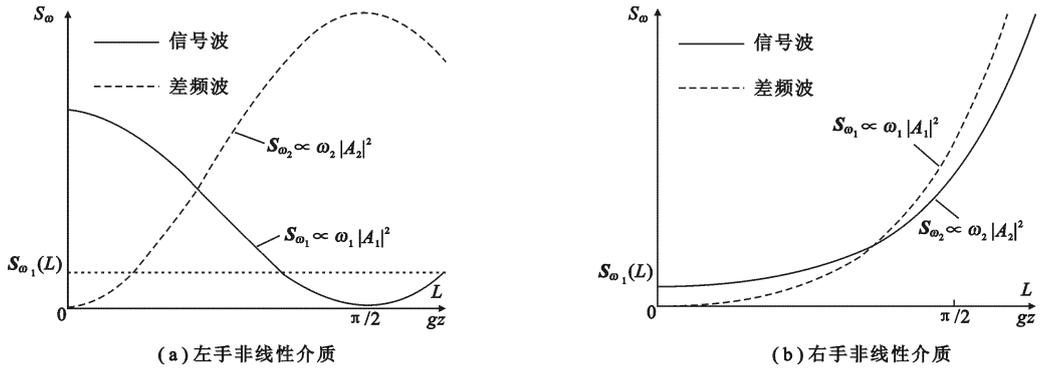


图 4 相位匹配条件下,非线性介质板内信号波与差频波能流分布图

模型满足差频过程中共线波矢相位匹配条件的信号波频率为 $f_1 = 5.278$ GHz, 差频波频率为 $f_2 = 7.943$ GHz, 则泵浦波频率为 $f_3 = 13.221$ GHz. 同时分别计算出左、右手介质板中归一化(对输入信号波场)场分布数值结果, 如图 5, 选择介质厚度为接近于 $\pi/2$ 的 $gL = 1.56$.

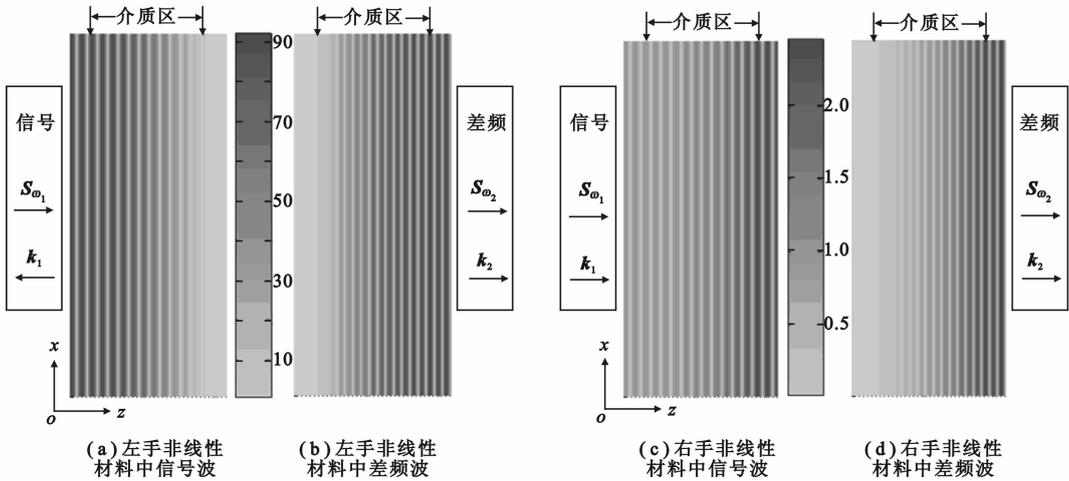


图 5 场强分布图

图 5(a)为信号波场分布, 信号波由介质板右侧入射, 其场强在介质内沿 $-z$ 方向逐渐增大. 图 5(b)为波形更密的差频场分布, 其场强在介质区内沿 z 方向由 0 逐渐增大. 同时计算得到了右手材料中场分布数值结果, 为保证相位匹配条件, $\epsilon(\omega)$ 和 $\mu(\omega)$ 均取左手材料中该值的绝对值, 而其他值不变. 图 5(c)和(d)分别为信号波与差频波的场分布. 对比左、右手情况中的场值大小, 可观察到左手介质板可将信号波和差频波放大达 90 多倍, 而同样厚度的右手介质板只能放大两倍多. 即证明了非线性左手介质板可将信号波和差频波向相反方向放大, 且在厚度 $gL \rightarrow (2n-1)\pi/2, n=1, 2, 3, \dots$ 情况下左手介质板可获得更大的能量输出. 根据该性质, 可利用非线性左手材料制备更加小型化的微波放大器, 同时由于左手材料的可调特性^[7], 可通过对参数 ϵ 和 μ 的控制来调节和频率处材料的左、右手特性, 从而实现信号波输出方向可调的微波放大器件.

4 结束语

基于电磁场理论, 从理论上推导了无耗非线性左手材料中差频耦合波方程, 分析了相位匹配条件下, 无耗非线性左手介质平板中信号波与差频波的反向能量转换过程和空间分布, 发现某些特定厚度的非线性左手介质板能够得到比右手材料更大的信号波和差频波能量输出. 同时给出有限厚度介质板中归一化场强分布数值结果, 验证了文中结论的正确性. 提出可利用非线性左手材料制备更加小型化的微波放大器, 并通过参量调节来控制材料的左、右手特性, 从而实现信号波输出方向可调的微波放大器件. 笔者的工作将非线性

理论扩展到了左手材料的领域,为实现左手材料的非线性应用奠定了基础.

参考文献:

- [1] Soukoulis C. Bending Back Light: the Science of Negative Index Materials [J]. Optics and Photonics News, 2006, 17(6): 18-21.
- [2] 翁子彬, 焦永昌, 王乃彪. 共形异向介质覆层在单极子天线上的应用[J]. 西安电子科技大学学报, 2007, 34(2): 219-221.
Weng Zibin, Jiao Yongchang, Wang Naibiao. Application of the Conformal Metamaterial in a Monopole Antenna [J]. Journal of Xidian University, 2007, 34(2): 219-221.
- [3] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, et al. Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostuctures [J]. Physical Review Letters, 1996, 76(25): 4773-4776.
- [4] 谭康伯, 梁昌洪, 袁浩波. 对射线传输系统的推广及应用[J]. 西安电子科技大学学报, 2006, 33(4): 622-625.
Tan Kangbo, Liang Changhong, Yuan Haobo. The Generalization and Application of Ray Optical Systems [J]. Journal of Xidian University, 2006, 33(4): 622-625.
- [5] Veselago V G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ [J]. Soviet Physics USPEKHI, 1968, 10 (4): 509-514.
- [6] Zharov A, Shadrivov I V, Kivshar Y S. Nonlinear Properties of Left-handed Metamaterials [J]. Physical Review Letters, 2003, 91(3): 1-4.
- [7] Shadrivov I V, Morrison S K, Kivshar Y S. Tunable Split-ring Resonators for Nonlinear Negative-index Metamaterials [J]. Optics Express, 2006, 14(20): 9344-9349.
- [8] Zharov A A, Zharov N A, Shadrivov I V, et al. Subwavelength Imaging with Opaque Nonlinear Left-handed Lenses [J]. Applied Physics Letters, 2005, 87(9): 1-3.
- [9] 陈亮, 梁昌洪, 党晓杰. 非线性左手材料中的二次谐波[J]. 物理学报, 2007, 56 (11): 6398-6402.
Chen Liang, Liang Changhong, Dang Xiaojie. Second-harmonic Generation in Nonlinear Left-handed Metamaterials [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(11): 6398-6402.

(编辑: 齐淑娟)

简 讯

- ◆ 2008年5月21日~25日,美国中佛罗里达大学(UCF)Jin J Liou来校进行学术访问. Liou教授是IEEE的Fellow, IEEE EDS副主席. 他在微/纳电电子学计算机辅助设计、RF器件的模型与仿真、静电防护设计与仿真等研究领域,曾获得过多项奖励.
- ◆ 2008年5月23日~26日,加拿大工程院院士、蒙特利尔大学终身教授D. Haccoun博士来校进行了讲学访问. D. Haccoun教授是蒙特利尔大学工学院的终身教授,分别在蒙特利尔大学、麻省工学院、McGill大学取得学士、硕士和博士学位. 他是IEEE终身高级会士(Life Fellow)和加拿大工程院院士(Fellow), IEEE高级会士(Fellow)提名和评委等.

摘自《西电情况》2008. 6. 13