

# UTD 算法中平板二阶场的求解

王 萌, 陈晓洁, 梁昌洪

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 根据惠更斯原理, 平板二阶场的求场可以转化为一阶场的迭加, 因此射线追踪就是平板二阶场计算的关键. 按照镜像法思想, 提出了平板二阶场的射线追踪方法. 对于反射—反射, 反射—绕射, 以及绕射—反射都可以根据源点或场点关于板的镜像点很容易得到解析结果; 对于绕射—绕射, 采用几何与代数相结合的办法, 将二阶场的射线追踪转化为方程组的求解, 给出了必要的理论证明以及算例, 结果表明该方法精度和速度与数值搜索方法相比都有所提高.

**关键词:** 一致性几何绕射理论; 平板; 射线追踪; 二阶射线

**中图分类号:** TN820 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2007)03-0433-05

## Computation of double reflection and the diffraction field of plane for UTD

WANG Meng, CHEN Xiao-jie, LIANG Chang-hong

(Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** According to Huygens' Principle, the computation of the second rank field of a flat plane can be solved by calling the first rank field function twice, so ray trace is the key. The method for the computation of the second rank field of the flat plane is deduced using the image method in this paper. For the ray trace of reflection-reflection, reflection-diffraction, and diffraction-reflection, the result can be easily obtained by using the image point of the source point or field point. For the diffraction-diffraction case, geometry is hybrid together with algebra to change the ray trace for the calculation of the equations system. Examples and analytical deduction show the validity of the method. Compared to the method of searching the points used before, the method derived in this paper is better in accuracy and speed.

**Key Words:** uniform theory of diffraction; flat plane; ray trace; second rank ray

一致性几何绕射理论(UTD)在电大目标的计算中有着广泛的研究与应用<sup>[1~4]</sup>. 然而, 由于一致性几何绕射理论是由几个典型部件推广而来, 因此采用 UTD 方法计算时, 往往以简单几何模型(平板、圆柱、圆锥)进行建模. 平板是最重要的模块, 某些大型的模型往往全部由平板构成. 由于 UTD 是一种高频近似算法, 因此一阶计算往往无法满足工程需要, 此时二阶计算就显得非常必要. 圆柱与圆锥的二阶计算已经有文献报道<sup>[5]</sup>, 但是最重要的板与板的二阶计算尚未见报道. 由于模型往往由多块板组成, 而且以前板与板的二阶往往借助于搜索寻迹, 因此计算时间太长, 无法在实际工程中应用.

笔者给出板与板的二阶计算方法, 与 MOM 计算结果比较表明, 计算时间、精度都可以满足工程需要.

## 1 二阶射线追踪

射线追踪是 UTD 算法的第一步, 也是二阶计算中最重要的一步. 由于一阶反射以及绕射射线的寻迹已经非常成熟, 也非常简单, 因此在此不再赘述一阶射线的寻迹, 而是将一阶射线的寻迹作为已知条件<sup>[6]</sup>.

收稿日期: 2006-08-09

基金项目: 2005 年博士点基金资助(20050701001)

作者简介: 王 萌(1980-), 男, 西安电子科技大学博士研究生.

### 1.1 平板的反射—反射二阶寻迹

图 1 所示为反射—反射二阶寻迹. 首先要得到源点  $R_s$  关于第一个板的镜像点  $R'_s$ , 同时得到  $R_0$  关于第 2 个板的镜像点  $R'_0$ , 连接  $R'_s$  与  $R'_0$ , 与两个板的交点即为两个反射点  $P_{r1}, P_{r2}$ .  $R_s - P_{r1} - P_{r2} - R_0$  即为第 1 个板到第 2 个板的反射—反射二阶射线.

证明 显然  $\overrightarrow{R_s P_{r1}}$  和  $\overrightarrow{P_{r1} P_{r2}}$  与第 1 个面的夹角相等; 并且  $\overrightarrow{P_{r1} P_{r2}}$  和  $\overrightarrow{P_{r2} R_0}$  与第 2 个面的夹角也相等.

因此, 根据费马原理以及惟一性定理,  $P_{r1}, P_{r2}$  分别在第 1 个板与第 2 个板上得到反射点. 所以,  $R_s - P_{r1} - P_{r2} - R_0$  即为第 1 个板到第 2 个板的反射—反射二阶射线.

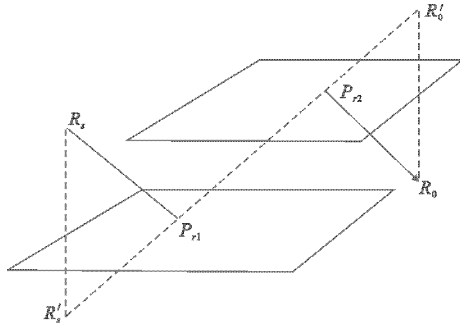


图 1 反射—反射二阶寻迹

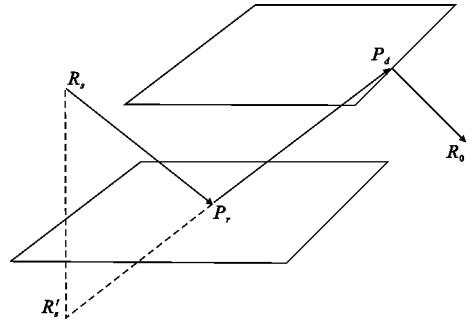


图 2 反射—绕射二阶寻迹

### 1.2 平板的反射—绕射二阶寻迹

图 2 所示为平板的反射—绕射寻迹. 首先得到源点  $R_s$  关于第 1 个板的镜像点  $R'_s$ , 然后以  $R'_s$  为“源点”,  $R_0$  为场点, 在第 2 个板上循环找出各个边的绕射点.  $R_s - P_r - P_d - R_0$  即为第 1 个板到第 2 个板的一条反射—绕射二阶射线.

证明 显然  $\overrightarrow{R_s P_r}$  和  $\overrightarrow{P_r P_d}$  与第 1 个面的夹角相等, 因此,  $P_r$  是第 1 个板的反射点. 又因为  $P_d$  是第 2 个板的边缘绕射点, 因此, 根据费马原理以及惟一性定理,  $R_s - P_r - P_d - R_0$  为第一个板到第二个板的一条反射—绕射二阶射线.

### 1.3 平板的绕射—反射二阶寻迹

平板绕射—反射的二阶寻迹和平板反射—绕射二阶寻迹是一样的, 完全可以用同一套程序. 根据对称性, 只需要将源点与场点互换, 所得就是绕射—反射射线. 图 3 中  $R_s - P_d - P_r - R_0$  即为第 1 个板到第 2 个板的一条绕射—反射二阶射线. 由于绕射—反射与反射—绕射是相似的情况, 其证明也是一样的. 其实, 反射—反射、反射—绕射、绕射—反射都是非常简单的, 二阶射线寻迹的关键是绕射—绕射射线寻迹.

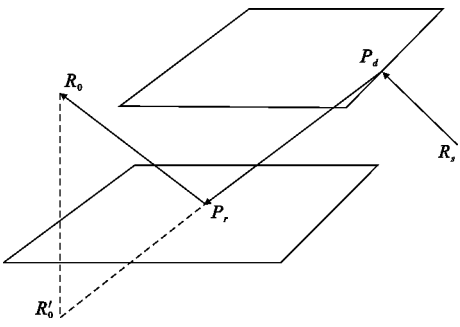


图 3 绕射—反射二阶寻迹

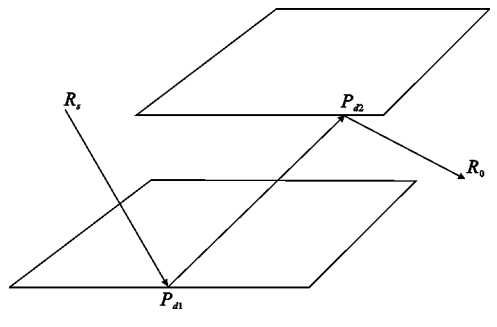


图 4 绕射—绕射二阶寻迹

### 1.4 平板的绕射—绕射二阶寻迹

平板的绕射—绕射二阶寻迹是一个难点, 图 4 为绕射—绕射二阶寻迹示意图. 由于采用搜索寻迹法进行数值搜索很费时, 精度又无法保证, 因此实际计算时往往无法应用. 在此, 笔者提出源点与场点在空间中任意两条直线上绕射点的求解办法.

如图 5 所示, 设直线  $A, B$  的方向向量分别为  $(x_a, y_a, z_a), (x_b, y_b, z_b)$ ; 源点  $R_s(x_s, y_s, z_s)$ ; 场点  $R_0(x_0, y_0, z_0)$ ;  $R_s$  在  $A$  的垂足为  $(x_{a1}, y_{a1}, z_{a1})$ , 距离  $R_a$ ;  $R_0$  在  $B$  的垂足为  $(x_{b1}, y_{b1}, z_{b1})$ , 距离  $R_b$ ; 直线  $A$  上点  $a_0$  为  $(x_{a0}, y_{a0}, z_{a0})$ ; 直线  $B$  上点  $b_0$  为  $(x_{b0}, y_{b0}, z_{b0})$ .

在垂直于直线  $A$  的平面内做一个圆  $C_a$ , 圆上任意一点  $R'_s(x_{s1}, y_{s1}, z_{s1})$ ; 同样在垂直于直线  $B$  的平面内做

一个圆  $C_b$ , 圆上任意一点  $R'_0(x_{01}, y_{01}, z_{01})$ .  $a_0, b_0, R'_s, R'_0$  共线的条件为

$$\frac{x_{a0} - x_{a1}}{x_a} = \frac{y_{a0} - y_{a1}}{y_a} = \frac{z_{a0} - z_{a1}}{z_a} \quad (1)$$

$$\frac{x_{b0} - x_{b1}}{x_b} = \frac{y_{b0} - y_{b1}}{y_b} = \frac{z_{b0} - z_{b1}}{z_b} \quad (2)$$

$$\frac{x_{a0} - x_{s1}}{x_b} = \frac{y_{a0} - y_{s1}}{y_b} = \frac{z_{a0} - z_{s1}}{z_b} \quad (3)$$

$$\frac{x_{b0} - x_{01}}{x_{a0} - x_{01}} = \frac{y_{b0} - y_{01}}{y_{a0} - y_{01}} = \frac{z_{b0} - z_{01}}{z_{a0} - z_{01}} \quad (4)$$

$$x_a(x_{s1} - x_s) + y_a(y_{s1} - y_s) + z_a(z_{s1} - z_s) = 0 \quad (5)$$

$$x_b(x_{01} - x_0) + y_b(y_{01} - y_0) + z_b(z_{01} - z_0) = 0 \quad (6)$$

$$(x_{s1} - x_{a1})^2 + (y_{s1} - y_{a1})^2 + (z_{s1} - z_{a1})^2 = R_a^2 \quad (7)$$

$$(x_{01} - x_{b1})^2 + (y_{01} - y_{b1})^2 + (z_{01} - z_{b1})^2 = R_b^2 \quad (8)$$

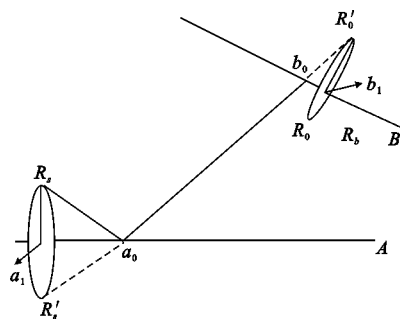


图 5 空间中两条直线

式(1)~(8)是 12 个方程, 有 12 个未知量.  $a_0, b_0, R'_s, R'_0$  的坐标为未知量. 其中  $a_0, b_0$  是笔者所关心的未知量.

定理 如果存在绕射点  $a_0, b_0$ , 则绕射点  $a_0, b_0$  必定满足方程组(1)~(8).

证明 假设存在绕射点  $a_0, b_0$ , 则连接  $a_0, b_0$  的直线与直线 A 的夹角等于  $R'_s$  与  $a_0$  的连线与直线 A 的夹角(费玛定理). 因此直线必定在以  $R'_s - a_1$  为半径、以  $a_0$  为顶点的锥面上, 且直线必定与  $C_a$  存在交点. 同样道理, 直线也必定与  $C_b$  存在交点.

所以  $a_0, b_0$  必定是方程组的解. 解方程组, 其中必定有一组解是满足费玛原理的绕射点坐标. 但是方程组的解未必都是绕射点, 需要根据以下原则排除非绕射点的解:

(1) 连接  $R'_s - a_0 - b_0 - R'_0$ , 相邻两个矢量之间夹角为锐角, 即射线不会走“回头路”.

(2) 当两条直线共面时, 可能会出现解方程的麻烦. 此时是一种特例, 其实也是应用最广泛的一种情况, 因为模型中两条边平行、共面的情况是非常普遍的.

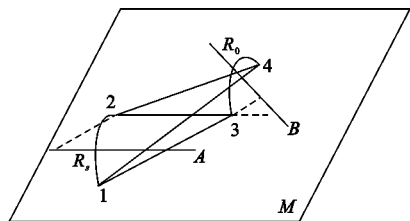


图 6 两直线共面

假设直线 A、B 都位于面 M(如图 6), 在垂直于 A 的平面上以源点在 A 上的垂足为圆心做圆与 M 交于点 1, 2; 同样做场点与面的交点 3, 4, 分别连接 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 得到 4 条直线. 其中 3 条直线(图中带虚线的)不满足条件(1), 因此只有直线 1-4 与直线 A、B 的交点为绕射点.

## 2 求 场

根据惠更斯原理, 可以将 UTD 求场中的绕射点、反射点作为二阶场的源点, 将绕射点、反射点处的场作为二阶场的入射场进行求解. 因此二阶场的求解是非常方便的, 可以等效为两个一阶场的叠加. 以绕射—绕射为例, 介绍其求场的程序流图, 见图 7.

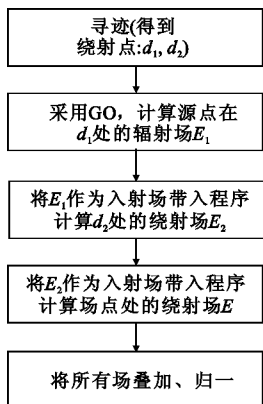


图 7 程序流图

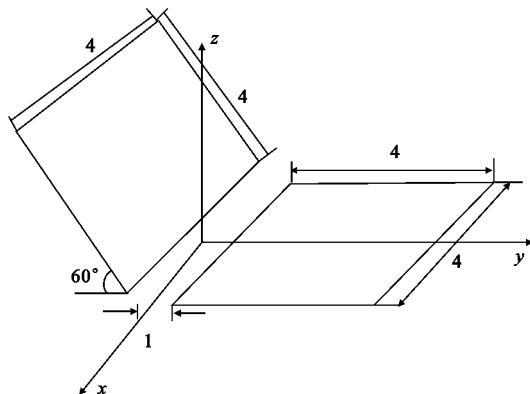


图 8 计算模型

### 3 算 例

计算模型如图 8 所示. 两个边长为 4 的正方形夹角  $120^\circ$ , 天线位于  $(0, 2, 2)$ , 指向  $x$  轴正向. 计算的是  $XOZ$  面、 $YOZ$  面的方向图. 计算结果与商业软件 FEKO 采用矩量法的结果进行了对比, 如图 9 和图 10 所示. UTD 方法非常适合计算电大平台, 因此这里以简单算例与 FEKO 对比, 以验证 UTD 二阶计算算法的有效性, 最后再给出一个工程计算实例.

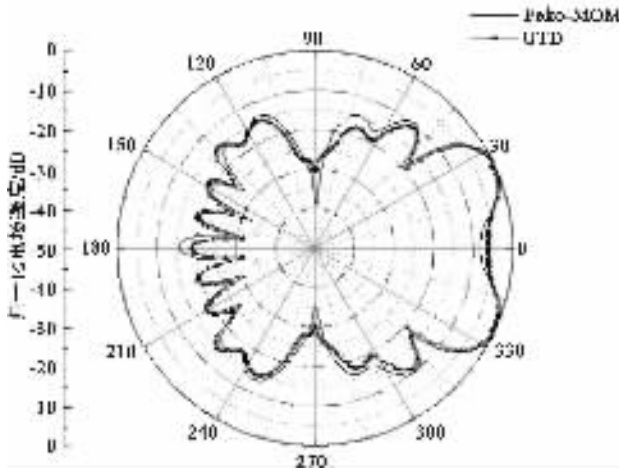


图 9  $XOZ$  面方向图

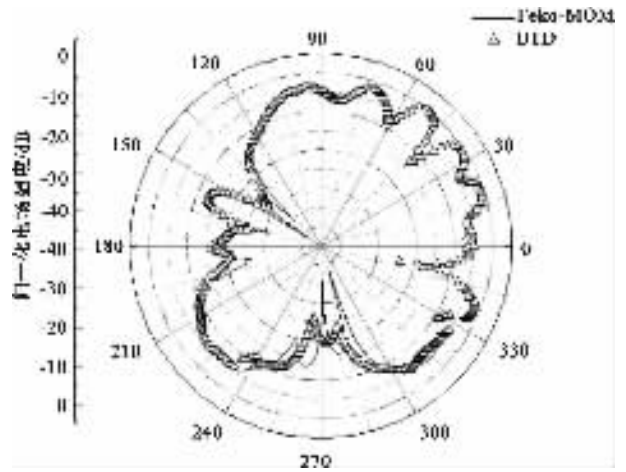


图 10  $YOZ$  面方向图

采用 UTD 方法计算了直升机挂载的天线辐射方向图, 计算结果如图 11 所示.



图 11 天线单元的方向图



图 12 机载相控阵天线方向图

机载  $80 \times 8$  单元的相控阵天线工作频率为 3.25 GHz, 根据方向图乘积定理, 天线的未受扰方向图由单元因子与阵因子相乘得到。天线单元因子方向图见图 11。飞机采用平板建模, 考虑了板与板之间二次效应的方向图如图 12 所示。

## 4 结束语

作为一种高频近似方法, 在 UTD 算法中采用二阶场提高计算精度是非常必要的。除了平板之间的二阶场外, 还需要对其他几何体之间的二阶射线的寻迹作更深入的研究。

### 参考文献:

- [1] 王萌, 张玉, 梁昌洪. 有限元法与 UTD 结合计算机载天线方向图[J]. 电波科学学报, 2005, 20(3): 395-399.
- [2] 翟会清, 王莉娜, 梁昌洪. 利用 UTD 修正 MOM-PO 混合算法研究[J]. 电波科学学报, 2003, 18(5): 529-533.
- [3] 项铁铭, 曹祥玉, 马凤国, 等. 机载相控阵天线辐射方向图的分析[J]. 电波科学学报, 2002, 17(2): 204-207.
- [4] 刘子梁, 张玉, 梁昌洪. 用 MoM-UTD 混合方法求解电大导体上天线间的隔离度[J]. 西安电子科技大学学报, 2005, 32(6): 861-864.
- [5] Zhang Y, Liang C H, Wang M, et al. MPI Based Parallel UTD Analytical Methods to Determine Reflection Points on Cylinders and Cones[J]. JEMWA, 2005, 19(3): 355-371.
- [6] 汪茂光. 几何绕射理论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.

(编辑: 郭 华)

(上接第 432 页)

惯性器件预测模型。克隆规划使优化过程具有局部、全局搜索能力, 种群多样性有效地避免了局部极值; 交叉验证对泛化误差的无偏估计性抑制了训练中的“过拟合”、“欠拟合”; 预测建模实验表明: 模型具有较高的预测精度, 为惯性器件的动态补偿、故障预测提供了依据。

### 参考文献:

- [1] Chen Chen, Pei Changxin, Zhu Changhua, et al. A Time Series Model for Accurately Predicting the WLAN Traffic[J]. Journal of Xidian University, 2006, 33(3): 337-340.
- [2] Chapelle O, Vapnik V N, Bousquet O, et al. Choosing Multiple Parameters for Support Vector Machines[J]. Machine Learning, 2002, 46(1): 131-159.
- [3] Vapnik V N, Chapell O. Bounds on Error Expectation for Support Vector Machine[J]. Neural Computation, 2000, 12(9): 2013-2036.
- [4] 朱永生. 二次损失函数支持向量机性能研究[J]. 计算机学报, 2003, 26(8): 982-989.
- [5] 刘威. 基于实数编码遗传算法的神经网络成本预测模型及应用[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 423-431.
- [6] Andrew W M, Mary S L. Efficient Algorithms for Minimizing Cross Validation Error[C]//International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufman Publishers, 1994: 190-198.
- [7] Lee M M S, Keerthi S S, Ong C J, et al. An Efficient Method for Computing Leave-one-out Error in Support Vector Machines with Gaussian Kernels [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2004, 15(3): 750-757.
- [8] Du H F, Gong M G, Jiao L C, et al. A Novel Artificial Immune System Algorithm for High-dimensional Function Numerical Optimization [J]. Progress in Natural Science, 2005, 15(5): 463-471.
- [9] Kim J, Bentley P. Towards an Artificial Immune System for Network Intrusion Detection: An Investigation of Dynamic Clonal Selection [C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. Washington: IEEE Press, 2002: 1015-1020.
- [10] Suykens J A K, Vandewalle J. Least Squares Support Vector Machine Classifiers[J]. Neural Proceeding Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [11] 武方方. 最小二乘 Littlewood-paley 小波支持向量机[J]. 信息与控制, 2005, 34(5): 604-609.

(编辑: 齐淑娟)