

# NURBS-UTD 方法的爬行波射线寻迹算法

王楠, 梁昌洪, 张玉, 陈铭

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 针对一致性几何绕射理论方法不能处理任意弯曲模型这一缺陷, 研究了基于任意曲面模型的一致性几何绕射理论方法, 采用数值的微分几何手段提出了基于非均匀有理 B 样条建模技术的一致性几何绕射理论方法中在暗区占主要地位的爬行波射线的寻迹算法, 使得一致性几何绕射理论方法可应用到复杂电磁目标的分析中. 这种算法可以应用于已有的板、柱、锥模型, 并且可以有效地处理以往无法操作的任意光滑凸曲面.

**关键词:** 非均匀有理 B 样条; 一致性几何绕射理论; 爬行波; 射线寻迹

**中图分类号:** TN011; TN015 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2007)04-0600-05

## Study on the creeping ray-tracing algorithm of NURBS-UTD

WANG Nan, LIANG Chang-hong, ZHANG Yu, CHEN Ming

(Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** To overcome the drawback that the method of the uniform geometrical theory of diffraction can not be applied to arbitrary curved targets, the method of the uniform geometrical theory of diffraction based on models constructed by arbitrary curved surfaces is studied and the algorithm that traces the creeping rays which are in the highest flight in the shadow region is presented where the numerical differential geometry method is introduced in the process of ray-tracing. What is studied here makes the method of the uniform geometrical theory of diffraction able to be applied to analyze complex electromagnetic targets which can not be dealt with before. The algorithm can be applied to models constructed by arbitrary curved surfaces including the board, cylinder and cone that are already used and the validity and usefulness can be seen from numerical results.

**Key Words:** non-uniform rational B-spline; uniform geometrical theory of diffraction; creeping ray; ray tracing

在研究电大尺寸目标的高频电磁特性问题时, 一致性几何绕射理论(UTD)是广泛采用的方法之一. UTD方法以射线为基础, 没有射线的寻迹就不可能进行进一步电磁特性的分析, 因此应用UTD方法首先需要解决的问题是射线寻迹. UTD方法对复杂模型一般使用板、柱、锥等典型几何体的组合对模型进行逼近, 文献[1, 2]已经用解析方法实现了柱体和锥体的一些射线寻迹工作. 但是, 仅仅使用板、柱、锥逼近的模型与实际中的几何物体有一定的差距, 如图1所示的一个简单的飞机模型, 它的机翼一般使用平板模拟, 机身使用圆柱模拟, 头部则只能使用锥体或锥台进行模拟. 由于UTD方法只能处理典型几何体的组合模型而对任意弯曲的曲面模型不能操作, 使得UTD方法的应用范围受到了很大的限制, 这样基于任意曲面建模的UTD方法就显现其理论与应用价值.

在建模技术中, 国际标准化组织在1991年正式颁布了关于工业产品几何定义的STEP作为国际标准, 其中将非均匀有理B样条(NURBS)方法作为定义产品形状的惟一数学方法. 在对该方法的研究不断深入的同时, 越来越多的商业CAD/CAM系统, 如国际上有名的CATIA、UGII等三维CAD/CAM软件都先后开发和扩充了NURBS功能.

1992年西班牙学者J. Perez发表文章, 提出基于NURBS的RCS计算(采用物理光学(PO)方法), 首次

收稿日期: 2006-11-15

基金项目: 2005年教育部博士学科点基金资助(20050701001)

作者简介: 王楠(1981-), 男, 西安电子科技大学博士研究生.

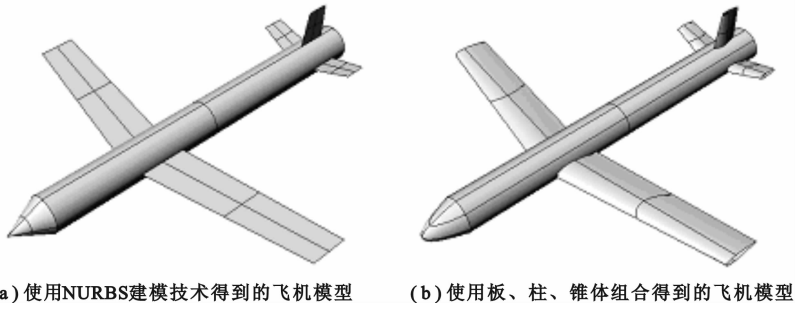


图 1 不同建模技术得到的模型

将 NURBS 曲面建模技术引入到电磁计算领域当中<sup>[3]</sup>, 文献[4]在此方面有一定的研究, 文献[5]也对 NURBS 建模的 UTD 方法展开研究. 由于在 UTD 暗区起主要作用的是沿爬行射线传播的绕射场, 射线形式相对复杂, 因此更加需要对爬行波射线寻迹算法进行研究.

## 1 NURBS 曲面建模

研究 NURBS 建模的电磁计算方法, 首先要介绍有关 NURBS 曲面的基本概念. NURBS 曲面的数学表达式为<sup>[6]</sup>

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} \mathbf{P}_{ij} N_p^i(u) N_q^j(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} N_p^i(u) N_q^j(v)} \longrightarrow \begin{cases} u \in [0, 1] \\ v \in [0, 1] \end{cases}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{P}_{ij}$  称为 NURBS 曲面的控制点,  $\alpha_{ij}$  是对应的权值.  $N_p^i(t)$  是规范化的  $p$  阶 B 样条基函数, 递归定义如下:

$$N_0^i(t) = \begin{cases} 1, & t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

$$N_p^i(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p} - t_i} N_{p-1}^i(t) + \frac{t_{i+p+1} - t}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} N_{p-1}^{i+1}(t), \quad (2)$$

式中  $t_i$  称为节点, 规定  $\frac{0}{0} = 0$ .

因为在确定 NURBS 表达式的导数时缺少一种简单稳定的数值算法, 所以在设计算法的过程中需要将 NURBS 曲面转换为贝齐尔形式的曲面片. NURBS 曲面可以很容易地转化为贝齐尔曲面片, 使用的是 Cox-De Boor 算法<sup>[7]</sup>, 贝齐尔曲面相应的定义如下:

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} \mathbf{P}_{ij} B_n^i(u) B_m^j(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} B_n^i(u) B_m^j(v)} \longrightarrow \begin{cases} u \in [0, 1] \\ v \in [0, 1] \end{cases}, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{P}_{ij}$  是贝齐尔曲面的控制点,  $\alpha_{ij}$  是对应的权值.  $B_n^i(t)$  是  $n$  阶伯恩斯坦基函数. 对于所有的整数  $n$  ( $n \neq 0$ ) 的  $n$  阶伯恩斯坦多项式  $B_n^i(t)$  定义为

$$B_n^i(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}. \quad (4)$$

## 2 NURBS-UTD 爬行波射线寻迹算法

当从源点发出的射线沿曲面的切线方向入射到曲面上时, 它会被限制在沿曲面上的测地线上继续前进, 并最终沿切线方向出射到场点, 如图 2 所示.

需要考虑的路径为 3 段: 第 1 段由源点沿切向入射到曲面上一点  $Q_1$ ; 第 2 段为曲面上  $Q_1$  点到  $Q_2$  点的测

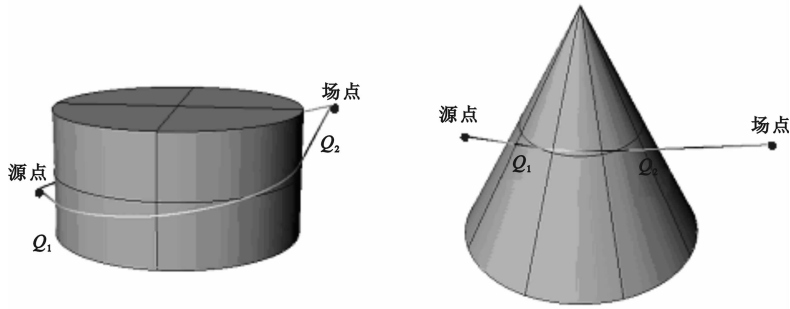


图 2 爬行射线的实例

地线;第 3 段是从  $Q_2$  点沿切向出射到场点,这样就可以构造算法:

对于多曲面系统,首先需要判断哪些曲面上可能存在入射射线.只需要考虑那些可能存在切向入射射线的曲面,这样可以减少一部分计算量.对于一个可以发生入射的曲面,在源点投射的阴影线上确定一组采样点作为测地线的起始点,这些点在这个曲面上且满足

$$([\mathbf{r}(u, v) - \mathbf{S}] / |\mathbf{r}(u, v) - \mathbf{S}|) \cdot \mathbf{n}(u, v) = 0 \quad (5)$$

其中  $\mathbf{r}(u, v)$  是采样点,  $\mathbf{S}$  是源点,  $\mathbf{n}(u, v)$  是采样点单位法向矢. 一个合理的阴影点应该满足两个条件: 当  $v$  为常数时  $d(u_{\text{sol}}, v) = 0$ ; 当  $u = u_{\text{sol}}$  时  $d(u_{\text{sol}}, v_{\text{sol}}) = 0$ . 得到的  $(u_{\text{sol}}, v_{\text{sol}})$  就是阴影点的参数坐标, 上面的函数  $d(u)$  和  $d(v)$  即是要进行优化的函数:

$$\begin{aligned} d(u) &= [\mathbf{r}(u, c) - \mathbf{S}] \cdot [\mathbf{r}_u(u, c) \times \mathbf{r}_v(u, c)] \quad (6) \\ d(v) &= [\mathbf{r}(c, v) - \mathbf{S}] \cdot [\mathbf{r}_v(c, v) \times \mathbf{r}_u(c, v)] \end{aligned}$$

式中  $c$  为常数. 当  $d(u)$  和  $d(v)$  最小值为零时认为这一点在阴影线上, 函数  $d(u)/d(v)$  的偏导数为

$$\begin{aligned} \partial d(u) / \partial u &= [\mathbf{r} - \mathbf{S}] \cdot [\mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_v + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uv}] \quad (7) \\ \partial d(v) / \partial v &= [\mathbf{r} - \mathbf{S}] \cdot [\mathbf{r}_{vv} \times \mathbf{r}_u + \mathbf{r}_v \times \mathbf{r}_{uv}] \end{aligned}$$

优化时采用黄金分割法, 并在曲面上取  $25 \times 25$  的采样点网格. 对于得到的每一个候选点, 在曲面上确定以此候选点为起始点的测地线. 测地线是曲面上连接两个阴影点之间最短距离的曲线. 测地线的确定是一个微分几何问题, 参数曲面  $\mathbf{r}(u, v)$  上的测地线可以通过求解下面的非线性常微分方程得到:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{ds^2} + R_{11}^1 \left( \frac{du}{ds} \right)^2 + 2R_{12}^1 \left( \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + R_{22}^1 \left( \frac{dv}{ds} \right)^2 &= 0 \quad (8) \\ \frac{d^2 v}{ds^2} + R_{11}^2 \left( \frac{du}{ds} \right)^2 + 2R_{12}^2 \left( \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + R_{22}^2 \left( \frac{dv}{ds} \right)^2 &= 0 \end{aligned}$$

其中  $s$  为曲线弧长,  $R_{ij}^k$  是  $\mathbf{r}$  的各个偏导数的函数. 在参数点  $(u, v)$  可以得出:

$$\begin{aligned} R_{11}^1 &= \frac{GEu - 2FFu + FEv}{\Delta}, \quad R_{12}^1 = \frac{GEv - FGv}{\Delta}, \quad R_{22}^1 = \frac{2GFv - GGu - FGv}{\Delta} \quad (9) \\ R_{11}^2 &= \frac{2EFu - EEv - FEu}{\Delta}, \quad R_{12}^2 = \frac{EGu - FEv}{\Delta}, \quad R_{22}^2 = \frac{EGv - 2FFv + FGv}{\Delta} \end{aligned}$$

$E, F, G$  是曲面第一基本形式:  $E = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u$ ;  $F = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v$ ;  $G = \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v$  .

$\Delta = EG - F^2$ , 它们的导数为

$$\begin{aligned} E_u &= 2\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_{uu}; \quad E_v = 2\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_{uv}; \quad F_u = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_{uv} + \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_{uu}; \\ F_v &= \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_{vv} + \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_{uv}; \quad G_u = 2\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_{uv}; \quad G_v = 2\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_{vv} \end{aligned} \quad (11)$$

使用一阶差分近似求解微分方程(8), 得

$$u_{j+2} = u_j + t(A) \quad , \quad v_{j+2} = v_j + t(B) \quad , \quad (12)$$

$$t(A) = 2(u_{j+1} - u_j) - R_{11}^1 (u_{j+1} - u_j)^2 - 2R_{12}^1 (u_{j+1} - u_j)(v_{j+1} - v_j) - R_{22}^1 (v_{j+1} - v_j)^2 \quad , \quad (13)$$

$$t(B) = 2(v_{j+1} - v_j) - R_{11}^2 (u_{j+1} - u_j)^2 - 2R_{12}^2 (u_{j+1} - u_j)(v_{j+1} - v_j) - R_{22}^2 (v_{j+1} - v_j)^2 \quad .$$

从以上各式可以逐点得出测地线的上一系列点的参数坐标, 由此可以得到一条测地曲线. 射线显然需要在多个曲面上行进, 当前曲面上的测地线行进到曲面边界而不能满足出射条件时, 就需要考虑测地线要跨越到与之相邻的曲面上去, 其实质也就是找到在相邻曲面上的测地线初始点, 这一过程可以分为如下步骤:

(1) 当测地线到达曲面边界时,可以得到超出边界范围的那个点的坐标,这样就给出了三维空间中的一个新点.

(2) 利用从(1)中得到的新点,在相邻曲面上使用共轭梯度法(CGM)对距离函数进行优化得到与这一点最近的一点,这样就可以得到第 2 个曲面上测地线的一个起始点.

有了测地线的起始点,就可以进行测地线的递推继续对射线路径进行寻迹.当测地线到达由场点投射的阴影线时,射线沿切向离开曲面.在每次迭代中,如果满足以下两个条件,就可以认为得到一个出射点:①出射点与场点相互可见,即  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V} \geq 0$ ;②出射射线沿切向外射,即  $(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{V} = 0$ ,其中  $\mathbf{n}$  是出射点处的单位法向量, $\mathbf{V}$  是连接场点与出射点的单位矢量, $\mathbf{r}_{i+1}$  是需要判断的点, $\mathbf{r}_i$  是前一次迭代得到的点.最后需要对以上所得的射线进行遮挡判断以保证射线能够成立<sup>[8]</sup>.

用上述算法对离散采样点进行操作,可以通过改变采样点的密度控制计算精度,这里也体现了一种精度与速度之间进行取舍的思想.

### 3 计算结果

为了验证算法的有效性,将算法应用于典型几何体上.

例 1 圆柱曲面,它的半径为 1.0,高度为 40,源点坐标(0.0,2.0,2.0),场点为球坐标下矢径  $\rho = 1000$  的空间点集,部分结果见表 1.

表 1 圆柱面上的入射点与出射点

$\theta$		$\Phi$ 为 $245^\circ$	
		第一个入射点	第一个出射点
80°	文中算法	(4.8066,8.7691,6.2667)	(9.0163,-4.3251,8.7424)
	解析结果	(4.8066,8.7691,6.2991)	(9.0197,-4.3180,8.8361)
100°	文中算法	(4.8066,8.7691,3.6000)	(9.0180,-4.3215,0.8644)
	解析结果	(4.8066,8.7691,3.6239)	(9.0197,-4.3180,0.9364)

$\theta$		$\Phi$ 为 $245^\circ$	
		第二个入射点	第二个出射点
80°	文中算法	(-7.3027,6.8316,6.2667)	(-9.1086,4.1271,6.7998)
	解析结果	(-7.3027,6.8316,6.3146)	(-9.1055,4.1339,6.8666)
100°	文中算法	(-7.3027,6.8316,3.6000)	(-9.1088,-4.1266,3.0107)
	解析结果	(-7.3027,6.8316,3.6087)	(-9.4312,3.3246,2.8681)

表 2 圆锥台上的出射点

$\theta$		$\Phi$ 为 $310^\circ$	
		第一个入射点	第一个出射点
75°	文中算法	(0.6601,3.1823,13.5000)	(1.9931,2.1387,14.1531)
	解析结果	(0.6626,3.1941,13.4757)	(2.0023,2.1549,14.1168)
140°	文中算法	(0.9309,4.4878,10.8333)	(7.9697,0.3157,4.0660)
	解析结果	(0.9365,4.5148,10.7781)	(8.1767,0.3294,3.6333)

$\theta$		$\Phi$ 为 $310^\circ$	
		第二个入射点	第二个出射点
75°	文中算法	(-2.3730,1.3897,14.5000)	(-1.7149,-1.1165,15.9073)
	解析结果	(-2.3771,1.3922,14.4904)	(-1.7262,-1.1167,15.8883)
140°	文中算法	(-3.6673,2.1479,11.5000)	(-1.7399,-7.9988,3.6283)
	解析结果	(-3.6689,2.1488,11.4964)	(-1.7477,-8.0112,3.6007)

例 2 圆锥台曲面,上底面半径 2.0,下底面半径 10.0,高度 16.0,源点坐标(-2.0,4.5,12.0),场点为球坐标下矢径  $\rho = 1000$  的空间点集,部分结果见表 2.

以上两个例子是将上述方法应用于 UTD 中典型的柱体及圆台体上所得的结果,可以看到该方法所得结果与解析方法所得结果吻合良好.柱体和锥体可以进行解析寻迹,然而对于其他连解析表达式都不容易获得的曲面来说,一般无法进行寻迹,而该方法则可以应用于任意曲面的爬行波寻迹,下面给出两个例子.

例 3 一个部分球面,半径为 1,中心坐标为(0,0,0),源点坐标为(1.2,-1.0,0.6),场点为球坐标下矢径  $\rho = 1000$  的空间点集,部分寻迹结果见图 3(a).

例 4 一个任意的 NURBS 曲面,源点坐标为(1.81,-4.05,0.79),场点为球坐标下矢径  $\rho = 1000$  的空间点集,部分寻迹结果见图 3(b).

由于无法得到上述曲面的解析表达式,使用一般的定性方法无法实现寻迹.这两个例子说明文中的方法可以用于处理以往方法不能够进行寻迹的任意曲面,使得 NURBS-UTD 方法可以应用于更加广泛的空间,并可进一步应用于工程实践.

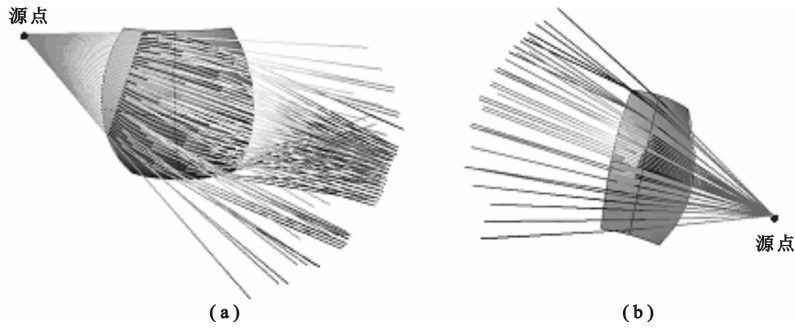


图 3 任意曲面上爬行射线的两个实例

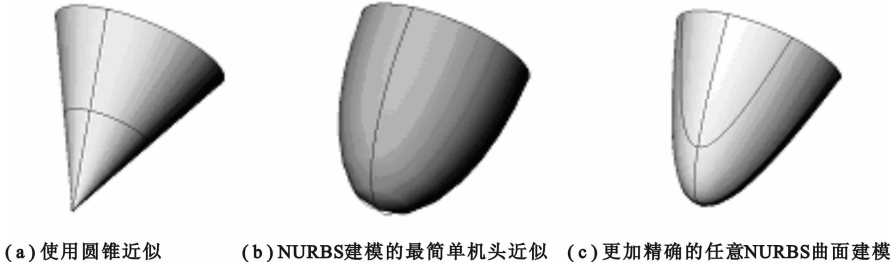


图 4 对飞机头使用不同方法建模

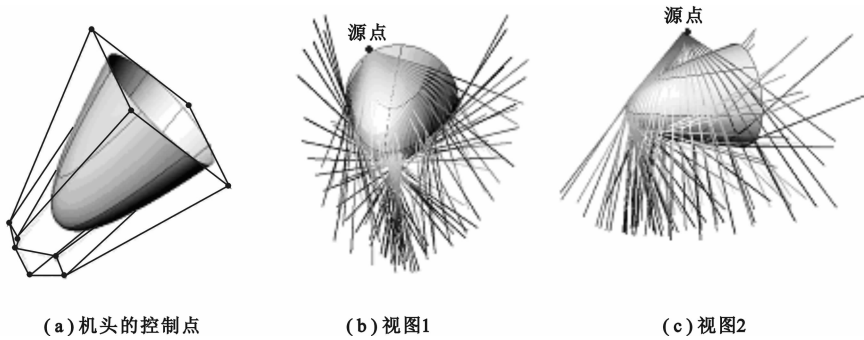


图 5 机头上的寻迹结果

例 5 对于图 1 中给出的简单飞机模型,其头部一般使用锥或锥台进行近似.而使用 NURBS 技术得到的机头则更加准确,在最简单的情况下也可以使用椭球面来近似飞机头,而精确建模则使用更加任意的曲面近似,如图 4 所示.图 5 给出了部分射线寻迹结果,其中源点坐标(-45,0.0,9.0),场点为球坐标下矢径  $\rho = 1000$  的空间点集.