

MIMO 系统中的低复杂度迭代树搜索算法

杨 远, 胡军锋, 王 伟, 张海林

(西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 提出了应用于 Turbo-MIMO 系统的基于比特的迭代树搜索检测算法. 利用自然二进制映射和扩展信道矩阵的 QR 分解, 使迭代树搜索算法(ITS)中的度量计算转换为逐比特进行, 这样大大减小了树中每层需要进行的度量更新和排序的运算量. 在此基础上, 再利用先验信息进一步减小度量更新的计算量. 由于扩展信道矩阵的秩等于发射天线数, 该算法对信道缺秩的情况不敏感. 仿真结果表明: 在误码率性能上, 该算法略次于使用自然二进制映射的基于符号的 ITS 算法, 与使用格雷映射的基于符号的 ITS 算法只有 1 dB 左右的差距; 而该算法的计算量在高信噪比时只相当于基于符号的 ITS 算法的 6%~40%.

关键词: 多输入多输出(MIMO)系统; 迭代检测解码; 树搜索算法

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2007)05-0687-06

Low complexity iterative tree search detection for MIMO systems

YANG Yuan, HU Jun-feng, WANG Wei, ZHANG Hai-lin

(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper presents a low complexity bit-level iterative tree search (ITS) detector for Turbo-MIMO wireless communication systems. When combining natural binary bit mapping and QR decomposition on the augmented channel matrix with the symbol-level ITS, we get a bit-level ITS algorithm. In this algorithm the metric is computed in a bit-by-bit fashion. In this way the computational complexity of metric updating and sorting can be greatly reduced. Based on the bit-level ITS, the complexity can be further reduced using the a priori information from the decoder. Because the rank of the augmented channel matrix is always equal to the number of transmitting antennas, the algorithm can work well in an ill-conditioned channel. Simulation shows that the proposed algorithm can achieve similar performance to that of the ITS using natural binary bit mapping and has about 1 dB gap with the ITS using Gray bit mapping. In the high SNR region, the complexity of the proposed bit-level ITS is about 6%~40% of the symbol-level ITS.

Key Words: MIMO; iterative detection and decoding; tree searching algorithm

使用 V-BLAST 结构的空时传输结构能够极大地提高无线通信系统的传输速率, 提高频谱利用率. 而与信道编码结合考虑的联合检测解码系统指出了一条接近 MIMO 信道容量的途径, 通常称这种系统为 Turbo-MIMO 系统. 在文献[1,2]中提出了在 MIMO 系统中使用软输入软输出检测器和信道解码器进行联合检测解码的方法. 能够实现软输入软输出的最优 MIMO 检测器是最大似然检测器(MLD), 但 MLD 的复杂度和每个 MIMO 符号中的比特数成指数关系, 这限制了 MLD 的广泛应用. 文献[3]中提出的列表球形算法(LSD)算法应用于 Turbo-MIMO 系统中能够取得近似 MLD 的性能, 但它的复杂度和发射天线数目近似为多项式关系, 在最坏情况下复杂度和每 MIMO 符号中的比特数成指数关系. 文献[4]中提出了基于 M 算法的迭代树搜索算法(ITS), 它以发射天线数目作为树的深度, 在每一层搜索时保留 M 个路径, 通过最终保留的 M 个路径计算得到发射比特的软信息. 迭代树搜索算法能在保持较小算法复杂度的情况下, 得到和 ML 算法非常接近的性能. 但基于符号的 ITS 算法在大天线数量和大维度星座调制情况下, 复杂度依然较高, 而

收稿日期: 2006-12-23

基金项目: 国家自然科学基金重大计划资助项目(90104019)

作者简介: 杨 远(1980-), 男, 西安电子科技大学博士研究生.

且其算法复杂度不随迭代次数和信噪比变化而改变. 笔者将文献[4]中基于符号的 ITS 算法扩展至基于比特的 ITS 算法, 并利用反馈回来的先验信息进一步减小 ITS 算法的复杂度. 仿真结果表明, 在使用自然二进制星座映射时, 该算法和基于符号的 ITS 算法在性能上差距很小, 但在高信噪比情况下却能减小 60%~94% 的检测器的运算时间.

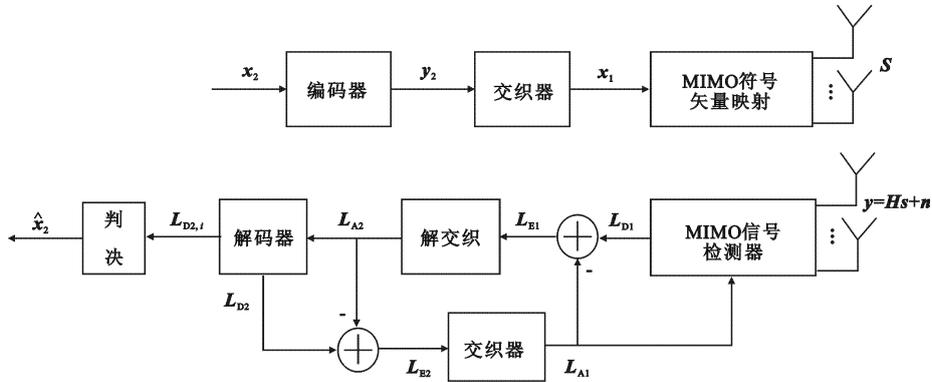


图 1 迭代检测解码的 MIMO 系统

1 Turbo-MIMO 系统模型

考虑一个如图 1 所示的具有 N_t 个发射天线和 N_r 个接收天线的 MIMO 系统, 在发射端使用空时比特交织编码调制(ST-BICM), 在接收端使用迭代接收机. 在所有发射天线上使用相同的调制方式, 每个星座点由 M_c 个比特表示. 称这样的一个系统为 Turbo-MIMO 系统^[1]. 图 1 中的 x_2 代表未编码的信息比特矢量, x_1 代表经过信道编码和交织后的比特矢量. 在后文中为表达方便使用 x 来代替 x_1 . 在这样系统中经过编码和交织的比特矢量 x 可以表示为

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{N_t M_c}]^T \quad (1)$$

这样的矢量 x 经过串并变换映射为符号矢量 $\mathbf{s} = [s_1 \quad \cdots \quad s_{N_t}]^T$. 在 MIMO 信号经过衰落信道之后得到接收信号矢量:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

这里假定信号经过平坦衰落信道, 并且接收端获得了完全的信道信息. $N_r \times N_t$ 维信道矩阵 \mathbf{H} 由随机生成的独立同分布的复高斯变量组成, 其中每个元素均值为零, 方差为 1. \mathbf{n} 为 $N_r \times 1$ 维加性白高斯噪声矢量.

MIMO 信号检测器首先根据接收到的信号矢量 \mathbf{y} 和先验信息 L_{A1} 得到关于比特矢量 x 的外信息 L_{E1} , 在解交织之后作为 x 的先验信息 L_{A2} 输入信道解码器, 软输入软输出的解码器产生关于编码比特的的外信息 L_{E2} 再经过交织器作为 x 的先验信息输入 MIMO 信号检测器. 这样就完成了一次接收机的迭代检测解码过程. 在几次迭代收敛之后, 就可以通过信道解码器输出信息比特的软信息 $L_{D2,i}$ 做硬判决.

2 MIMO 检测器的设计

在 Turbo-MIMO 系统中最优的软输出检测器是最大后验概率(MAP)检测器, 在 MAP 检测器中, 计算每一比特的后验概率都需要遍历比特矢量 x 的所有可能情况, 将比特后验信息写为对数似然比(LLR)的形式^[3]:

$$L_{D1}(x_k | \mathbf{y}) = \ln \frac{P(x_k = +1 | \mathbf{y})}{P(x_k = -1 | \mathbf{y})} = \ln \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_{k,+1}} \exp(\mu(s))}{\sum_{x \in \mathcal{X}_{k,-1}} \exp(\mu(s))} = L_{A1}(x_k) + L_{E1}(x_k | \mathbf{y}) \quad (3)$$

式(3)中后验信息分子和分母中指数上的度量可以写为^[3]

$$\mu(s) = -\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T L_{A1} \quad (4)$$

这里的 $x_{k,+1}$ 代表了 $2^{N_r M_c - 1}$ 种可能的比特矢量 \mathbf{x} 的集合, 其中每一矢量中的 $x_k = +1$.

$$x_{k,+1} = \{\mathbf{x} \mid x_k = +1\}, \quad x_{k,-1} = \{\mathbf{x} \mid x_k = -1\}. \quad (5)$$

在文献[4]的 ITS 算法中, 在计算外信息 L_{E1} 时, 并不使用集合 $X_{k,+1}$ 和 $X_{k,-1}$, 而是在使用 M 算法选择出 M 个度量最大的路径所形成的矢量集合 L 之后, 分别使用集合 $L \cap X_{k,+1}$ 和 $L \cap X_{k,-1}$, 由于集合 L 中元素数量限定为 M , 因此大大减小了检测器的复杂度. 又因为集合 L 的选择根据式(4) 度量的大小分步选择, 能以较大的概率得到度量最大的 M 个路径, 所以 ITS 算法能够得到良好的性能. 但这种基于符号的 ITS 算法并没有扩展至信道矩阵缺秩的情况, 而且这种 ITS 算法在 M 和 M_c 较大时, 排序算法会有较大的计算量. 随信噪比和迭代次数的增加, 基本的 ITS 算法并没有利用先验信息来减小计算量.

笔者基于符号的 ITS 算法提出基于比特的 ITS 算法, 它能有效减小排序算法的计算量, 并且对于信道缺秩情况并不敏感, 随着信噪比和迭代次数的增加, 该算法能够进一步减小系统的计算量.

首先, 假定使用自然二进制数映射星座^[6], 在这种情况下, 一个 2^{M_c} 大小的星座中的每一个星座点都可以表示为 M_c 个比特符号与权重因子的乘积和的形式. 例如 16QAM 星座中的每一星座点 s_k 都可以使用权重因子向量 $\mathbf{w} = [2 \quad 1 \quad 2j \quad j]^T$ 和比特向量 $[x_{k,1} \quad x_{k,2} \quad \cdots \quad x_{k,4}]^T$ 表示:

$$s_k = \sum_{i=1}^4 \omega_i x_{k,i}. \quad (6)$$

这里 j 为复数单位, ω_i 是 \mathbf{w} 中的第 i 个元素. 发射信号向量 \mathbf{s} 可以写为 $\mathbf{s} = (\mathbf{I}_{N_r} \otimes \mathbf{w}^T) \mathbf{x}$, \otimes 表示右 Kronecker 积, 那么等效信道矩阵 \mathbf{A} 为

$$\mathbf{A} \triangleq [\mathbf{h}_1 \mathbf{w}^T \quad \mathbf{h}_2 \mathbf{w}^T \quad \cdots \quad \mathbf{h}_{N_r} \mathbf{w}^T]. \quad (7)$$

由此式(2)改写为 $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{n}$, 设 $N_c = M_c N_t$, \mathbf{A} 矩阵的维度为 $N_r \times N_c$, $\mathbf{x} \in B^{N_c}$, 其中 $B = \{-1, 1\}$.

在 $N_r = N_t$ 时, $N_c \geq N_r$, 对这样的—个缺秩系统, 显然不能直接应用原始的 ITS 算法, 因为对矩阵 $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ 的 Cholesky 分解会在分解后矩阵的对角线出现零值. 对这样的缺秩信道矩阵, 应用文献[5, 7]中的 MMSE-GDFE 方法, 将矩阵 \mathbf{A} 扩展并做 QR 分解得到:

$$\tilde{\mathbf{A}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{R}, \quad (8)$$

式中 $\tilde{\mathbf{Q}} \in C^{(N_r + N_c) \times N_c}$, \mathbf{R} 是一个上三角矩阵. $\tilde{\mathbf{Q}}$ 矩阵中各列正交, 取 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 矩阵的前 N_r 行得到矩阵 \mathbf{Q} , 那么,

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{R}. \quad (9)$$

将式(4)中等式右边欧式度量的计算写为 $\|\mathbf{Q}^H \mathbf{y} - \mathbf{R} \mathbf{x}\|^2$. (10)

一般情况下, \mathbf{Q} 矩阵的列并不正交, 可是当信号矢量 \mathbf{x} 为恒模信号时, 使得式(10) 取得最小值的 \mathbf{x} 和最大似然准则寻找的解是一致的^[7]. 由此, 可以将式(4)的度量改写为

$$\begin{aligned} \mu(\mathbf{s}) = & -\frac{1}{\sigma^2 \|\mathbf{Q}^H\|^2} \|\mathbf{y}' - \mathbf{R} \mathbf{x}\|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{L}_{A1} = \\ & -\frac{1}{\sigma^2 \|\mathbf{Q}^H\|^2} \sum_{i=1}^{N_c} \left| y_i - r_{i,i} x_i - \sum_{j=1}^{i-1} r_{i,j} x_j \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_c} x_i \mathbf{L}_{A1}(x_i), \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{y}' = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$. 那么, 由最初的基于符号度量的 ITS 算法, 已经成为基于比特度量的 ITS 算法. 其分层度量可以写出:

$$\begin{aligned} \mu_1 = & -\frac{1}{\sigma^2 \|\mathbf{Q}^H\|^2} |y_1 - r_{1,1} x_1|^2 + \frac{1}{2} x_1 \mathbf{L}_{A1}(x_1), \\ & \dots \\ \mu_i = & \mu_{i-1} - \frac{1}{\sigma^2 \|\mathbf{Q}^H\|^2} \left| y_i - r_{i,i} x_i - \sum_{j=1}^{i-1} r_{i,j} x_j \right|^2 + \frac{1}{2} x_i \mathbf{L}_{A1}(x_i), \\ & \dots \\ \mu(\mathbf{s}) = & \mu_{N_c}. \end{aligned} \quad (12)$$

其树结构由深度 N_t 变为 N_c , 每个节点展开的分支数由 2^{M_c} 变为 2, 那么每一深度需要进行排序的支路数目由 $M \cdot 2^{M_c}$ 变为 $2M$. 当序列长度为 N 时, 理论上最快的排序算法复杂度为 $O(N \log_2 N)$, 那么, 整个树搜索过程

中的排序算法所需要的计算量由 $O(N_t M 2^{M_c} \log_2(M 2^{M_c}))$ 减小为 $O(2MN_t M_c \log_2(2M))$, 随 M_c 的增大, 计算量的减小愈明显.

由于随着信噪比和迭代次数的增加, 从解码器反馈的先验信息具有越来越大的可靠性, 当采用基于比特度量的 ITS 算法时, 可以不改变检测器结构而仅仅使用先验信息来进行逐比特的分层度量计算. 设定当先验信息的绝对值大于一个固定值 C 时, 只对先验信息的度量进行树搜索算法得到有较大可能性的路径. 这时的分层度量可以写为

$$\begin{aligned} \mu_1 &= x_1 L_{A1}(x_1) \quad , \\ \mu_2 &= \mu_1 + x_2 L_{A1}(x_2) \quad , \\ &\dots \\ \mu(\mathbf{x}) &= \mu_{N_t M_c} \quad . \end{aligned} \quad (13)$$

此时基于比特的树搜索结构不需要大的改动, 只是在一个帧数据中先验信息平均绝对值大于一定值之后, 树搜索在度量计算时不再进行欧式距离的计算. 因为, 在先验信息中已经给出了比特信息的可靠程度, 可以利用这一信息减小 ITS 算法的复杂度. 这样在每一次搜索进行度量计算时能节省大量的计算量, 而算法的性能并不受太大的影响.

3 复杂度分析

ITS 检测算法的复杂度主要在于度量更新和排序算法. 因为这些运算要在每次迭代过程中都要进行计算, 而信道扩展和 QR 分解只是在信道信息更新时才重新计算, 而通常 MIMO 信道更新的周期要远大于一个 MIMO 符号周期, 因此这里不考虑 QR 分解的复杂度, 只考虑式(11)~(13)的计算量.

表 1 不同检测算法计算复杂度的比较

	基于符号 ITS 算法	基于比特 ITS 算法	改进比特 ITS 算法
复数乘法	$2^{M_c} M (N_t^2/2 + M_c N_t + N_t)$	$M (N_t^2 M_c^2 + N_t M_c + N_t/2)$	$M N_t M_c/2$
排序算法	$O(N_t M 2^{M_c} \log_2(M 2^{M_c}))$	$O(2N_t M_c M \log_2(2M))$	$O(2N_t M_c M \log_2(2M))$

在检测一个 MIMO 符号中 $N_t M_c$ 个编码比特时, 基于符号的 ITS 算法和基于比特的 ITS 算法所需要的复数乘法列在表 1 中. 排序算法的复杂度单独列出.

这里排序算法使用最快的排序算法, 当序列长度为 N 时, 其计算复杂度为 $O(N \log_2 N)$.

在实际中检测器还需要考虑符号映射等计算的计算量, 这里并没有考虑.

表 1 中的基于符号的 ITS 算法指文献[4]中基本的 ITS 算法, 而改进的比特 ITS 算法指只进行公式(13)计算度量时的比特 ITS 算法.

4 仿真结果

在仿真中, 假定信道矩阵 \mathbf{H} 是由独立同分布的复高斯随机变量组成, 其均值为零方差为 1, 设发射信号每符号的平均能量为 E_s/N_t , 那么每接收天线接收到的平均能量为 E_r . 和文献[3]一样定义每接收天线上的比特信噪比为 $E_b/N_0 = (E_s N_r)/(N_t M_c R N_0)$, R 为编码速率. 信道编码采用 1/2 码率的 Turbo 编码, 其记忆长度为 2, 生成多项式系数为 (5, 7), Turbo 码中使用的随机交织器长度为 2048. 对于每一个接收到的 Turbo 码块, 要在 MIMO 检测器和信道解码器之间进行 4 次迭代, Turbo 码解码器内要进行八次迭代. 这里选择映射的星座为 16QAM 和 64QAM, 映射方式为格雷码映射和自然二进制映射, 发射天线和接收天线数目都为 4.

在下面的仿真中, 使用经过改进的基于比特的 ITS 算法, 常数 $C=50$, 在先验信息平均绝对值小于 50 时, 使用(12)式来进行度量的计算; 在先验信息平均绝对值大于 50 之后, 使用式(13)来进行度量的计算. 选择这样的常数 C 是为了保证在各种星座条件下, 系统性能没有明显的损失, 而 C 在此基础上继续增加并不能提高系统性能.

图 2 给出了在 QPSK, 16QAM 和 64QAM 星座下不同映射方式的迭代树搜索算法 (ITS) 和基于比特度量的迭代树搜索算法 (Bit-ITS) 的误码率仿真比较. 这里的保留支路数目在 QPSK、16QAM 和 64QAM 星座下分别为 8、16 和 32. 在使用 QPSK 星座时, 格雷映射和自然二进制映射具有一样的星座映射, 从图中可看出此时 Bit-ITS 算法和 ITS 算法具有几乎相同的性能. 使用格雷映射的 ITS 算法在 16QAM 星座下要优于进行自然二进制映射的 ITS 算法 0.7 dB~0.8 dB, 使用 64QAM 星座时 ITS 算法要好于 Bit-ITS 算法 1 dB 左右. 而 Bit-ITS 算法和使用自然二进制映射的 ITS 算法差距很小, 在 16QAM 调制时只有 0.2 dB 的损失, 使用 64QAM 调制时也只有 0.4 dB 的性能损失. 这说明了在使用 Bit-ITS 算法之后带给系统的性能损失是非常小的.

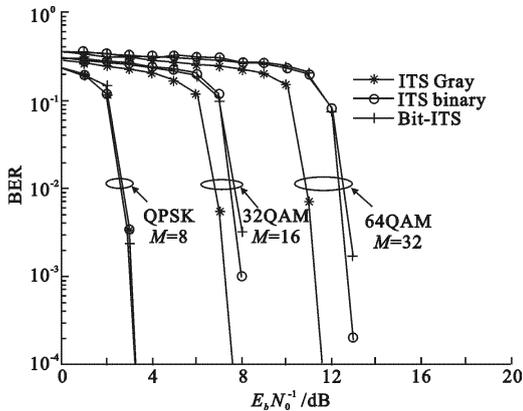


图 2 ITS 和 Bit-ITS 算法在较小路径数目时的误码率性能仿真

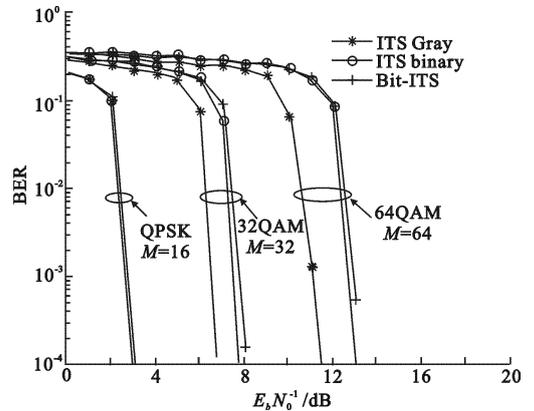


图 3 ITS 和 Bit-ITS 算法在较大路径数目时误码率性能仿真

图 3 也给出了在不同算法下系统的误码率性能比较, 不过保留路径数目在 QPSK, 16QAM 和 64QAM 星座下分别为 16, 32 和 64. 从图 3 可以得到和图 2 类似的结论, 但此时使用格雷映射的 ITS 算法和使用自然二进制映射的 ITS 算法性能差距有所拉大, 但 Bit-ITS 和使用自然二进制映射的 ITS 算法差距依然在 0.2 dB~0.4 dB.

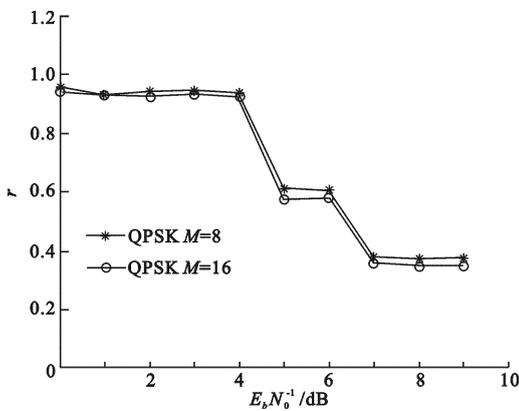


图 4 使用 QPSK 星座时 Bit-ITS 和 ITS 算法运算时间比

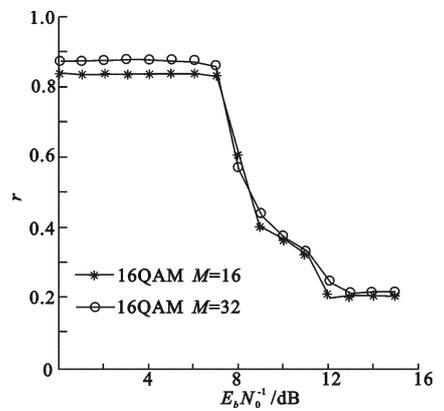


图 5 使用 16QAM 星座时 Bit-ITS 和 ITS 算法运算时间比

图 4、图 5 和图 6 分别给出了在使用 QPSK, 16QAM 和 64QAM 星座下, 使用 MATLAB 仿真时不同算法耗费的时间的比较. 这里的横轴为比特信噪比, 纵轴为使用 Bit-ITS 算法时的检测器耗费时间与使用基于符号的 ITS 算法时的检测器耗费时间的比值 r . 从图 4、图 5 和图 6 都可以看出, 在低信噪比的情况下, Bit-ITS 算法相对于 ITS 算法运算时间都有一定的减少, 在 QPSK 时 Bit-ITS 算法的计算时间减少为 ITS 算法的 91%~93%, 在 16QAM 时计算时间减少为 84%~88%, 在 64QAM 时计算时间减少为 28%~34%. 随着信噪比的增加, 在整个迭代检测解码系统收敛之后, 检测器的计算量又有了明显的减少, 在 QPSK 时减小为 40%, 在 16QAM 时减小为 20%, 而在 64QAM 时减小为 6%~8%. 这说明改进后的 Bit-ITS 算法能够随信噪比的增加更进一步的减小系统的计算量. 对比图 4~图 6, 可以得到结论: 随着星座集的增大, Bit-ITS 相对于 ITS 计算量上的优势更加明显.

在设计系统时,整个系统通常都会工作在收敛区域内,这时 Bit-ITS 算法在复杂度上的优势会十分明显,它会随迭代次数和信噪比的增加有效减小检测器的复杂度.需要注意的是图 4、图 5 和图 6 都是在门限设定为 50 的情况下得到的,随门限值的变化图 4、图 5 和图 6 的曲线会有不同.

5 结 论

在基于符号的 ITS 算法的基础上,应用自然二进制星座映射和扩展信道的 QR 分解可以得到基于比特的 ITS 算法.基于比特的 ITS 算法能够有效减小检测器的复杂度,在此基础上利用先验信息可以随迭代次数和信噪比的增加进一步减小计算量.由于此算法使用了扩展信道矩阵的 QR 分解,它对信道缺秩的情况并不敏感.在误码率性能上,基于比特的 ITS 算法略次于使用自然二进制映射的基于符号的 ITS 算法,与使用格雷映射的基于符号的 ITS 算法有大约 1 dB 的性能损失,但在高信噪比情况下却能减小 60%~94% 的检测器的运算时间.

参考文献:

- [1] Haykin S, Sellathurai M, De Jong Y L C, et al. Turbo-MIMO for Wireless Communications[J]. IEEE Communications Magazine, 2004, 42(10): 48-53.
- [2] Sellathurai M, Haykin S. Turbo-BLAST for Wireless Communications: Theory and Experiments[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(10): 2538-2546.
- [3] Hochwald B M, Ten Brink S. Achieving Near-Capacity on a Multiple Antenna Channel [J]. IEEE Trans on Communications, 2003, 51(3): 389-399.
- [4] De Jong Y L C, Willink T J. Iterative Tree Search Detection for MIMO Wireless Systems [J]. IEEE Trans on Communications, 2005, 53(6): 930-935.
- [5] Murugan A D, Gamal H E, Damen M O, et al. A Unified Framework for Tree Search Decoding: Rediscovering the Sequential Decoder[J]. IEEE Trans on Info Theory, 2006, 52(3): 933-953.
- [6] Choi Jinho. Iterative Receiver with Bit-Level MIMO Detection and Cancellation[C]//IEEE International Conference on Communications 2005. Seoul: IEEE, 2005: 2006-2010.
- [7] Cui Tao, Tellambura C. An Efficient Generalized Sphere Decoder for Rank-Deficient MIMO Systems [J]. IEEE Communication Letters, 2005, 9(5): 423-425.

(编辑:高西全)

简 讯

✱英国曼彻斯特大学张阳博士受聘为我校客座教授 张阳博士 1990 年获得英国剑桥大学工学博士学位,1991 年~1995 年在剑桥大学工程学院任助理研究员,1996 年至今在英国曼彻斯特大学任教,并在曼彻斯特大学建立了自己的研究团队和实验室.张阳博士主要从事燃烧及流体可视化诊断、燃烧的光学测量和图像处理、声波信号采集和频谱分析等方面的研究.

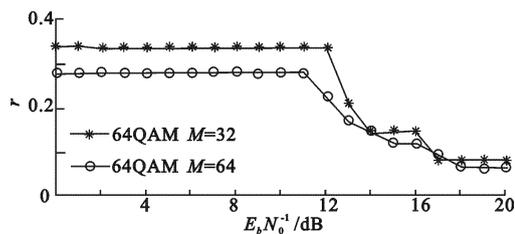


图 6 使用 64QAM 星座时 Bit-ITS 和 ITS 算法运算时间比