

正交场间隙中电子束动力学行为的研究*

胡红庆 杨中海

(电子科技大学高能电子学研究所, 成都 610054)

摘 要 用一维粒子模拟的方法对正交场平板二极管间隙中电子束的动力学行为进行了研究, 模拟结果表明: 注入电流存在着一个临界值, 当注入电流超过这个临界值时, 电子束的行为将由层流态变化到扰动态。当考虑相对论效应时, 这种由层流态到扰动态的中间过程较为明显, 且电流临界值突然下降, 与外加电压和磁场的关系不再是一个简单的单调递增关系。

关键词 正交场间隙 临界电流 粒子模拟

由于正交场器件具有大功率、高效率及极高相位稳定性等特点, 因此它一直是人们研究的热点, 如磁控管、正交场放大管以及正交场返波振荡管等^[1,2]。对于此类器件, 国内外大多数研究只考虑了电子在 $E \times B$ 方向漂移时的不稳定性, 而忽略了电子作摆线运动时的扰动。

由熟知的 Child-Langmuir 定律可知, 当注入电流超过空间电荷限制电流时, 由于间隙内空间电荷效应所形成的势阱, 将阻碍电子束的传输, 从而形成虚阴极振荡。另一阻碍电子束传输的因素是外加一个平行于阴极的磁场。由赫尔定律可知, 当这个外加的磁场大于赫尔截止磁场时, 从阴极表面发射的电子将作摆线运动, 不能到达阳极表面。此赫尔截止磁场为^[3]

$$B_h = (2mV/eD)^{1/2} \quad (1)$$

其中 V 是二极管的电压, D 是阴-阳极间的距离, m 是电子质量, e 是电子电量。

P. J. Christenson 等人的研究工作表明, 在非相对论的情形下, 当外加磁场大于赫尔截止磁场时, 存在一个临界发射电流密度 J_c , 当发射电流小于它时, 电子束的行为为一稳态过程, 而大于此临界值时, 电子束行为最终呈现为扰动态。此临界发射电流密度为^[4]

$$J_c = \frac{9}{8\pi} \left(\frac{B}{B_h}\right)^3 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{B_h}{B}\right)^2}\right] J_{cl} \quad (2)$$

其中 $J_{cl} = (2/9) (m \Omega^3 D / e) (B_h/B)^3$ 为 Child-Langmuir 限制电流密度, $\Omega = eB/m$ 为电子的回旋频率。当外加磁场小于赫尔截止磁场时, 临界发射电流密度与外加磁场几乎无关^[5]。

本文将 P. J. Christenson 等人的工作推广到了相对论情况, 研究了当外加磁场大于赫尔截止磁场时正交场间隙中电子束的动力学行为, 得到了一些有意义的结果, 并与在非相对论情况下得到的模拟结果进行了比较分析。

1 模拟模型及方法

对于无限大平板二极管的情况, 从阴极表面发射出的电子在二极管电压作用下受到加速, 并向阳极运动, 但在平行于阴极表面的外加磁场作用下, 电子作摆线运动。当外加的磁场大于赫尔截止磁场时, 所有发射的电子将不能到达阳极表面, 最后向阴极运动。在相对论情况下, 根

* 国家863激光技术领域及国家自然科学基金资助项目
1997年11月14日收到原稿, 1998年1月4日收到修改稿。
胡红庆, 男, 1968年出生, 在读博士。

据运动方程及能量守恒方程推导出赫尔截止磁场为

$$B_h = \left(\frac{V^2}{c^2 D^2} + \frac{2mV}{eD^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

其中, c 为光速, 当 $V^2/c^2 D^2 \rightarrow 0$ 时, (3) 式退化为 (1) 式 (为非相对论的情况)。

在直角坐标系下, 可以把正交场间隙中电子的速度分解为沿电场方向的漂移速度 u 和垂直于电场方向的回旋速度 Ω_x 。由能量守恒关系可得到

$$e\mathcal{R}(x) = \frac{1}{2}m \sqrt{(c^2 + \Omega_x^2)/(c^2 - u^2)} u^2 + \frac{1}{2}m \sqrt{(c^2 - u^2)/(c^2 + \Omega_x^2)} \Omega_x^2 \quad (4)$$

可以看到在加上相对论因子 $[(c^2 + \Omega_x^2)/(c^2 - u^2)]^{1/2}$ 后, 为了获得临界电流密度, 在联立求解方程 (4)、泊松方程及电流连续性方程的过程中, 将会得到一个十分复杂的、难以求解的微分方程。因此本文采用粒子模拟的方法来研究正交场间隙的临界电流密度与外加电压和磁场的关系及间隙中电子束的传输行为。

MAGIC 程序是由美国 M I S S I O N R E S E A R C H 公司推出的时域有限差分 2.5 维电磁粒子模拟程序。它采用时域有限差分的方法, 对如下的 M a x w e l l 方程组和 L o r e n t z 运动方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\mathbf{J}/\epsilon + (\mu\epsilon)^{-1} \nabla \times \mathbf{B}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \quad \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial t} = \mathbf{F}_i/m_i, \quad \mathbf{F}_i = q_i[\mathbf{E}(x_i) + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}(x_i)], \quad \frac{\partial x_i}{\partial t} = \mathbf{u}_i, \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{p}_i/\gamma_i \end{aligned} \quad (5)$$

进行联立的自洽数值求解, 因此能实时、动态的模拟出带点粒子与电磁场相互作用时的物理规律。其中 x_i 和 p_i 分别是第 i 个带电粒子的位置和动量。

MAGIC 程序从给定的初始条件及边界条件出发, 对初始时刻的粒子作统计平均, 求出网格点上的电荷及电流密度分布, 再由 M a x w e l l 方程计算出网格点上的电磁场, 然后由 L o r e n t z 公式求出带电粒子的加速度、速度及位置。如此循环往复, 就能跟踪计算出大量带电粒子的运动轨迹以及电磁场随时间的演化。

我们模拟的是无限大平板二极管的情况, 要让 MAGIC 以一维模式的方式运行, 一个较简单的方法是只在横向划分一个网格, 然后采用周期性边界条件, 但是由于周期性边界条件需要在外边增加一个额外的安全网格, 因此在横向需要划分三个网格 (四个全格点)。而在纵向可以划分无数网格, 网格划分得越精细, 所得到的结果越精确。

2 模拟结果及分析

为了研究临界电流值与外加电压与磁场的关系, 固定二极管间隙的距离 $D = 0.216\text{cm}$, 极板厚度为 0.001cm , 阴极发射面积为 0.2cm , 选取与模拟结构参数及网格数有关的系统时间为一个时间步长, $dt = 1.267939 \times 10^{-14}\text{s}$ 。在粒子模拟计算中, 划分的网格数与系统内粒子数是比较重要的参数, 如果粒子数较少, 不能满足统计规律, 因此就无法准确地说明要描述的物理现象; 如果粒子数目较多, 在计算中要解的方程数就会大量的增加, 这将大大增加我们的计算时间。因此在 PIC 模拟计算中, 要合理地选取系统内的粒子数。在前面所给定的参数下, 每三个时间步长注入一个粒子, 系统内约保持 1200 个粒子。通过计算分析比较, 发现在阴、阳极间划分 400 个网格, 就可以较为精确描述正交场间隙中电子的运动规律。

临界电流密度与外加电压与磁场的关系如图 1 所示。模拟结果表明在给出的模拟参数下, 当外加电压小于 74kV 时, 临界电流密度随外加电压及磁场的增加而增加, 且与公式 (2) 计算

所得的值可吻合。当外加电压超过74kV 时, 临界电流值不再与非相对论情况下的理论值一致。从图上可以看出, 考虑了相对论效应后, 临界电流值突然下降, 且与外加电压与磁场的关系不再是一个简单递增的关系。

为了研究相对论情况下正交场间隙中电子束的传输行为, 取外加电压 $V = 84\text{kV}$, 通过模拟计算可知此时的临界电流密度为 $560\text{kA}/\text{m}^2$ 。下面分别就注入电流密度小于和大于临界电流密度这两种情况进行讨论。

当注入电流密度为 $540\text{kA}/\text{m}^2$ 时, 图2是粒子的相空间图, 图3是间隙中点电位随时间的变化。从图2可看出, 粒子经过加速、减速过程, 到达一个最大漂移位置后, 在磁场的作用下开始返转, 再经过加速、减速过程, 打在阴极上。此时注入的粒子数与被阴极吸收的粒子数达到平衡, 粒子的相空间图为一椭圆曲线。图3的间隙中点的电位近似为一常数。因此, 由图2与图3可得到这样一个结论: 当注入电流密度小于临界电流密度时, 电子束保持层流态传输行为。

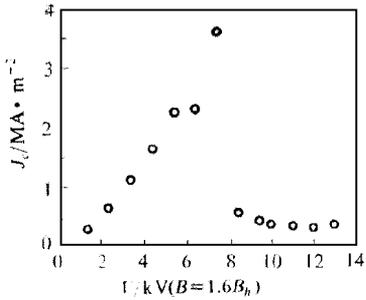


Fig 1 Critical current density vs external voltage and magnetic field
图1 临界电流密度与外加电压、磁场关系

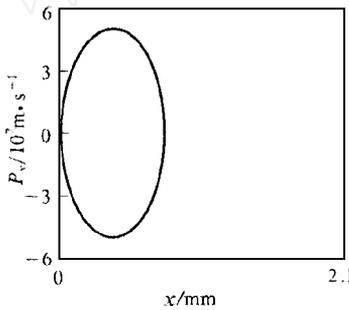


Fig 2 Phase space plot of particles
图2 粒子相空间图 ($t = 211.048\text{ps}$)

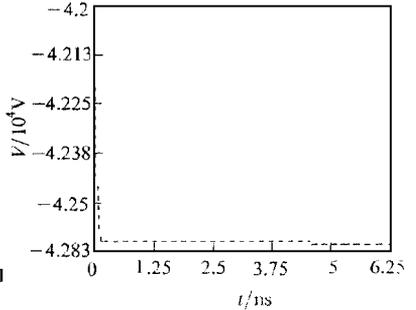


Fig 3 Time history of potential at midpoint of gap
图3 间隙中点电位随时间的变化

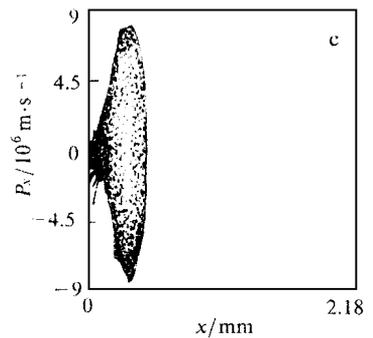
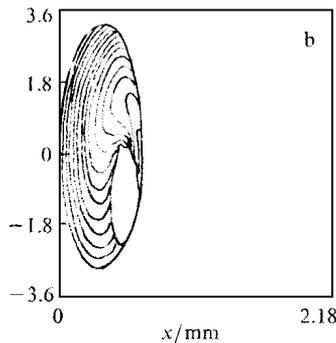
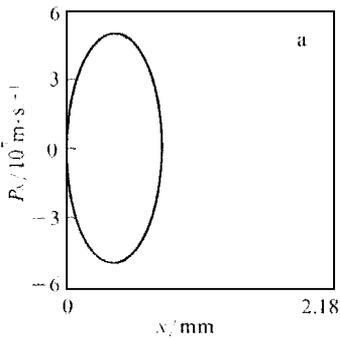


Fig 4 The phase space plot of particles
(a) laminar state; (b) transition to turbulence from laminar state; (c) turbulent state
图4 粒子的相空间图 (a)层流态; (b)从层流态到扰动态的中间过程; (c)扰动态

现取注入电流密度为 $580\text{kA}/\text{m}^2$, 图4是粒子的相空间图。从图4可看出电子束在传输过程中存在着三种状态。在初始时刻, 当电子束注入间隙空间后, 在外加电压及磁场的作用下, 电子

在达到最大漂移位置后开始向阴极反转,在这段时间内电子束的行为呈层流态(图4a);图4(b)表明当先期注入的电子在向阴极反转的过程中,由于后期注入电子的影响,速度将在阴极表面附近的位置减小到零。由此在阴极表面附近产生的势阱将阻碍电子束的注入,这就会引起电子在阴极表面附近形成积累,进一步增加阴极表面附近的势阱。同时,阴极表面附近的电子在外加电压的作用下又开始做加速运动,但在附近势阱的影响下,在 x 方向的速度将进一步减小。经过如此循环往复的运动过程,最终将达到扰动态;图4(c)是电子束呈稳定的扰动态时的相空间图,从此图可发现,当电子束在传输过程为扰动态时,电子在阴极表面附近形成的积累更加明显,且电子在 x 方向的速度被大大地减小了。上述三种状态与时间的关系可通过间隙中点的电位随时间的变化来描述,见图5(a)。

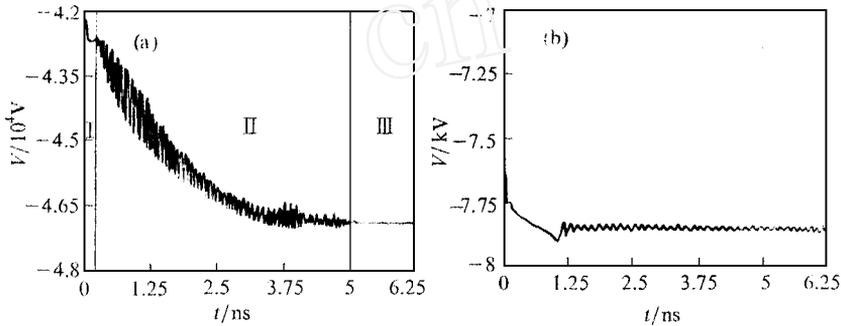


Fig 5 Time history of the potential at the midpoint of the gap

(a) the relativistic case; (b) the non-relativistic case

图5 相对论与非相对论情况下间隙中点电位随时间的变化

3 结 语

众所周知,粒子模拟方法与实验方法以及解析理论被称之为研究物理现象的三大方法,具有“计算机实验”和“数值实验”之称。对于一些难以解析求解的问题及实验难以观测到的瞬态过程,PIC模拟是一种非常有效的方法。本文运用粒子模拟的方法对正交场间隙中电子作摆线运动时的行为进行了研究。模拟结果表明:注入电流存在着一个临界值,当注入电流超过这个临界值时,电子束的行为将由层流态变化到扰动态。当考虑相对论效应时,这种由层流态到扰动态的中间过程较为明显,且扰动的频率大于非相对论情况时扰动的频率,但扰动的幅值却较小。模拟结果还表明,随着电压增加到某一值,不能忽略相对论效应时,电流临界值突然下降,且与外加电压和磁场的关系不再是一个简单的单调递增关系。

参考文献

- 1 刘盛纲等 微波电子学导论 北京:国防工业出版社,1985
- 2 James Benford, John Swegle 高功率微波 成都:电子科技大学出版社,1996
- 3 Hull A W. *Phys Rev*, 1921, **18**: 31
- 4 Christenson P J, Lau Y Y. *Phys Plasmas*, 1994, **1**(2)
- 5 Lau Y Y, Christenson P J, and Chernin David *Phys Fluids*, 1993, **B5**(12)

STUDY OF THE ELECTRON BEAM DYNAMICAL BEHAVIOR IN CROSS-FIELD GAP

Hu Hongqing, Yang Zhonghai

Inst of High Energy Electronics, UEST of China, Chengdu 610054

ABSTRACT In this paper the dynamical behavior of the electron beam in the cross-field planar diode is investigated by means of the one-dimensional particle-in-cell simulation. The results of simulation indicate that the injected current have a critical value. The electron beam will transit to the turbulent behavior from the laminar behavior when the injected current exceed the critical current. When we consider the relativistic effect, this transition to turbulence is very evident, and the value of the critical current suddenly decrease, and don't, this transition to turbulence is very evident, and the value of the critical current suddenly decrease, and it don't simply increase with the external voltage and magnetic fields increasing.

KEY WORDS cross-field gap, critical current, PIC simulation