

单历元 GPS 变形监测快速解算关键问题的研究

柯福阳¹, 王庆¹, 余学祥², 刘辉³

(1. 东南大学 伽利略系统欧亚(中国)教育与应用开发中心, 江苏 南京 210096; 2. 安徽理工大学 地球与环境学院, 安徽 淮南 232001; 3. 河北工程大学 资源学院, 河北 邯郸 056038)

Research on the Key Problem of Resolving Quickly GPS Deformation Information at Single Epoch

KE Fu-yang, WANG Qing, YU Xue-xiang, LIU Hui

摘要: GPS 单历元似单差法可以快速地获得变形信息, 而模糊度的确定是一个关键问题, 其准确性直接影响到解算变形信息结果的准确性。首先介绍 GPS 单历元似单差法解算变形信息的算法, 然后根据变形信息的大小, 提出不同的方法, 实现模糊度的快速准确确定, 最后利用实验数据对似单差法结合不同的模糊度确定方法解算变形信息的准确性进行检验。

关键词: GPS; 单历元; 模糊度; 快速解算

一、引言

目前, GPS 技术已经广泛应用于变形监测领域, 针对不同的监测对象和监测模式, 国内外学者提出了许多提取变形信息的方法和算法。其中, GPS 单历元解算变形信息能在短时间内快速地获取变形信息, 这对于实时动态监测快速变形和缓慢变形中的突变信息的解算具有重要意义。

但是, 无论对于何种算法, 若要快速准确地获取变形信息, 整周模糊度的快速准确确定都是一个关键问题。本文将对单历元快速解算变形信息的算法进行介绍, 同时根据变形信息量大小提出不同的单历元模糊度快速确定方法, 从而实现无论变形信息有多大, 都可以快速地解算出变形信息。最后以实验数据验证方法的正确性。

二、GPS 单历元快速解算变形信息算法

设某一监测网, 在建立首期 GPS 监测网时, 已获得基准点 p_1 和监测点 p_2 的精确 WGS-84 坐标, 即基线向量 b 。在以后进行监测网的观测(如第二期)时, 基准点 p_1 不动, 监测点 p_2 发生了变形。设 p_2 点变形后的位置为 p_3 , 变形量以 d 表示。

从图 1 可以看出, 在由 p_1, p_2, p_3 和卫星 s^i 组成的空间四边形中, 监测点 p_2 的变形量 d 以向量形式可表示成

$$d = \rho_{p_1}^i - \rho_{p_3}^i - b \quad (1)$$

式中, b 为 p_1, p_2 间的已知基线向量, 由首期观测获得; ρ 为测站对卫星 i 的载波相位观测值。因此, 如果对载波相位观测值进行合理的处理, 则由式(1)可直接获取监测点 p_2 的变形量 d 。

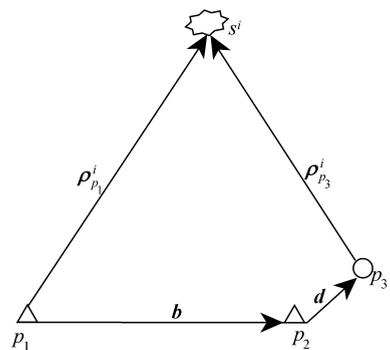


图 1 原理示意图

将式(1)投影到 X 坐标轴方向, 有

$$dX = \rho_{X_{p_1}}^i - \rho_{X_{p_3}}^i - X_{p_1, p_2} \quad (2)$$

设参考卫星为 1, 将 $\rho_{X_{p_1}}^i, \rho_{X_{p_3}}^i$ 载波相位观测值代入式(2), 并顾及到方向余弦 l^i , 经变换得到单历元直接解算 GPS 监测点变形信息的数学模型

$$dX = -\lambda l_{p_1}^i N_{p_1, p_3}^1 + \{ l_{p_1}^i (\lambda \varphi_{p_1}^i - c\delta t_{p_1} + c\delta t^i) - l_{p_3}^i (\lambda \varphi_{p_3}^i - c\delta t_{p_3} + c\delta t^i) + (l_{p_1}^i h_{p_1} \sin \theta_{p_1}^i -$$

$$\begin{aligned}
 & l_{p_3}^i h_{p_3} \sin \theta_{p_3}^i + (l_{p_1}^i \rho_{p_1}^i \cdot \frac{\dot{\rho}_{p_1}^i}{c} l_{p_3}^i \rho_{p_3}^i \frac{\dot{\rho}_{p_3}^i}{c}) + \\
 & (l_{p_1}^i \dot{\rho}_{p_1}^i \delta t_{p_1}^i - l_{p_3}^i \dot{\rho}_{p_3}^i \delta t_{p_3}^i) - X_{p_1, p_2} - \\
 & l_{p_1}^i \lambda \cdot N_{p_1, p_3}^{1, i} - l_{p_1, p_3}^i + (\Delta_{p_1, p_3, trop}^i + \\
 & \Delta_{p_1, p_3, ion}^i + \Delta_{p_1, p_3, phase}^i + \Delta_{p_1, p_3}^i) \} \quad (3)
 \end{aligned}$$

则在 t 历元, 式(3) 误差方程形式为

$$v_{X, i} = dX + \lambda l_{p_1}^i N_{p_1, p_3}^1 - \{ \cdot \} \quad (4)$$

其中, “ $\{ \cdot \}$ ” 为式(3) 中“ $\{ \}$ ” 部分, 式中符号的意义见文献[6], 它的值是在解算监测点变形信息前, 先计算出每个历元卫星的瞬时坐标、测站到卫星的方向余弦、卫星钟差改正、接收机钟差改正、双差整周未知数等基本信息得到的。取变形信息初值 $dX^0 = 0$, 参考卫星的单差整周未知数 N_{p_1, p_3}^1 的初值可利用伪距观测值和载波相位观测值计算得到。令变形信息和单差整周未知数的改正数分别为 δX 和 $\delta N_{p_1, p_3}^1$, 则式(4) 为

$$v_{X, i} = \delta X + \lambda l_{p_1}^i \delta N_{p_1, p_3}^1 - \{ \cdot \} + dX^0 + \lambda l_{p_1}^i N_{p_1, p_3}^{1, 0} \quad (5)$$

令

$$L_{X, i} = \{ \cdot \} - dX^0 - \lambda l_{p_1}^i N_{p_1, p_3}^{1, 0} \quad (6)$$

则有

$$v_{X, i} = \delta X + \lambda l_{p_1}^i \delta N_{p_1, p_3}^1 - L_{X, i} \quad (7)$$

同理, 只需进行方向余弦变换便可得到 $v_{Y, i}$, $v_{Z, i}$, 方向余弦值可由测站和卫星的精密坐标计算得到, L 为相应的常数项。

在观测历元 t , 若对 s 颗卫星进行了同步观测, 则可组成形如式(7) 的 s 个误差方程, 由此构成该历元的整体误差方程, 然后根据最小二乘估计原理, 即可求得监测点的变形信息和单差整周未知数。若观测了 t 个历元, 取各历元计算值的平均值, 即可求得 p_2 点的平均变形信息。由于数学模型(3) 类似单差的形式, 所以把以上所介绍的方法称为似单差法。

三、单历元模糊度的确定方法

在似单差法中, 式(3) 中的双差模糊度 $N_{p_1, p_3}^{1, i}$ 的准确确定是一个关键问题。下面将针对不同的变形信息量提出不同的单历元模糊度快速确定方法。

1. 约束法

当监测点的变形量 $[\delta X_{p_3}, \delta Y_{p_3}, \delta Z_{p_3}]^T$ 较小时, 则由双差观测方程

$$\varphi_{p_1, p_3}^{j, k}(t) = -\frac{1}{\lambda} [l_{p_3}^{j, k}(t) \quad m_{p_3}^{j, k}(t) \quad n_{p_3}^{j, k}(t)] \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \delta X_{p_3} \\ \delta Y_{p_3} \\ \delta Z_{p_3} \end{bmatrix} - N_{p_1, p_3}^{j, k} + \frac{1}{\lambda} [\rho_{p_{30}}^k(t) - \rho_{p_1}^k(t) -$$

$$\rho_{p_{30}}^j(t) + \rho_{p_1}^j(t)] \quad (8)$$

可得

$$N_{p_1, p_3}^{j, k} = \frac{f}{c} \rho_{p_1, p_3}^{j, k} - \varphi_{p_1, p_3}^{j, k} \quad (9)$$

$\rho_{p_1, p_3}^{j, k}$ 可以利用首期观测的测站坐标和 t 历元的卫星坐标计算得到; $\varphi_{p_1, p_3}^{j, k}$ 为载波相位双差值, 直接由观测值计算得到。因此, 利用式(9) 即可求得双差模糊度的整数解, 把此方法称为约束法。该方法避免了模糊度的搜索, 因此能快速地确定, 但其必须是在变形量较小, 基准点和首期监测点的坐标是精密已知的前提下才能实现。

2. TIKHONOV-LAMBDA

采用约束法确定模糊度所引起的误差记为

$$\delta N = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} l_{p_3}^{j, k} & m_{p_3}^{j, k} & n_{p_3}^{j, k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta X_{p_3} \\ \delta Y_{p_3} \\ \delta Z_{p_3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

若设三个变形分量相等, 则在最不利的情况下, 要使 δN 不影响双差整周未知数的固定解, 则要求 $\delta N \leq 0.5$ 周, 即要求

$$\delta X_{p_3} = \delta Y_{p_3} = \delta Z_{p_3} \leq \frac{\delta N \lambda}{2 \sqrt{3}} = \frac{0.5 \lambda}{2 \sqrt{3}} = 0.144 \lambda \quad (11)$$

因此, 在最不利的情况下, 对于 L1 载波, 要求监测点的变形量不超过 4.7 cm; 对于 L2 载波, 应不超过 6.1 cm; 对于宽波, 监测点的变形量可达 21.5 cm。此时, 若再按约束法解算模糊度, 将无法获得准确的变形信息。因此, 本文提出另一种新的单历元快速确定模糊度的算法。

设 GPS 双差观测方程可写为

$$AY = L + V \quad (12)$$

式中, Y 为基线向量与模糊度向量矩阵; A 为它们的系数阵; L 为载波相位观测值; V 为观测噪声。

在常规方法中, 式(12) 组成法方程, 可以得到 LS 解

$$\hat{Y} = (A^T P A)^{-1} A^T P L = N_0^{-1} A^T P L \quad (13)$$

则 $Q_{\hat{Y}} = N_0^{-1}$, N_0^{-1} 为法方程的系数阵, P 为权阵。单历元解算时, 法方程是秩亏的, 使得 N_0 的条件数非常大, 致使模糊度的浮点解与其真值相差很大, 而无法准确确定整周模糊度。此时, 上述方程就称为变态方程。

根据 TIKHONOV 正则化原理求解变态方程, 方程(12) 即是满足如下准则的解:

$$\| A \hat{Y} - L \|^2 + \alpha \Omega(\hat{Y}) = \| A \hat{Y} - L \|^2 + \alpha \hat{Y}^T R \hat{Y} = \min \quad (14)$$

选定正则化矩阵 R 和正则化参数 α 后(参见文

献[4,5]),法方程可解得

$$\hat{Y} = (A^T P A + R)^{-1} A^T P L \quad (15)$$

以式(15)解得的精确模糊度浮点解及 \hat{Y} 的协因数阵 $Q_{\hat{Y}} = (A^T P A + R)^{-1}$ 为基础,采用 LAMBDA 就可以快速地搜索到准确的整周模糊度,因此称其为 TIKHONOV-LAMBDA 方法。

四、实验分析

1. 实验方案设计

实验采用 5 台双频 Trimble GPS(1~5)接收机,其中 1~4 号接收机架设在固定的仪器墩上,严格对中整平,作为基准站;5 号架设在可以移动的导轨上,可以通过测微器移动 GPS 接收机的位置,作为监测站。分别观测三个时段,第 1 个时段长 1 h,第

2,3 个时段长为 30 min,采样率为 30 s。第 1 个时段观测的数据主要用于解算基准站和监测站的精密 WGS-84 坐标和基线向量;第 2,3 个时段移动测微器使 5 号接收机在南北方向移动量分别为 $dN_2 = +16.0$ mm 和 $dN_3 = +110.0$ mm,在东西方向移动量分别为 $dE_2 = -11.0$ mm 和 $dE_3 = -115.0$ mm,天顶方向 $dU = 0$,以上作为变形信息的真值,其他接收机保持不动。最后以第 1 时段观测数据解算的结果为基础,采用似单差法结合不同的模糊度确定方法解算变形信息。

2. 数据分析

以上述算法为基础,采用 VB.NET 开发了数据处理软件,对上述的观测数据进行处理如表 1、表 2 所示,其变形量是所有历元求得的变形量的平均值。

表 1 小变形量约束法和 TIKHONOV-LAMBDA 求解结果的比较

mm

点名		模糊度确定方法					
监测点	基准点	约束法			TIKHONOV-LAMBDA		
		dN	dE	dU	dN	dE	dU
GPS5	GPS1	16.2	-11.7	3.4	16.2	-11.7	3.4
	GPS2	15.6	-10.9	2.9	15.6	-10.9	2.9
	GPS3	16.2	-12.1	3.4	16.2	-12.1	3.4
	GPS4	16.3	-11.6	3.4	16.3	-11.6	3.4
平均变形量		16.1	-11.6	3.3	16.1	-11.6	3.3

表 2 大变形量约束法和 TIKHONOV-LAMBDA 求解结果的比较

mm

点名		模糊度确定方法					
监测点	基准点	约束法			TIKHONOV-LAMBDA		
		dN	dE	dU	dN	dE	dU
GPS5	GPS1	-70.3	76.8	2.9	-110.9	115.8	2.9
	GPS2	-69.9	73.0	3.1	-111.1	116.1	3.1
	GPS3	-72.0	79.9	3.0	-109.8	115.8	3.3
	GPS4	-72.7	78.4	3.4	-111.1	116.1	3.4
平均变形量		-71.2	77.0	3.1	-110.7	115.9	3.2

由表 1 可见,当变形量较小时,由约束法和 TIKHONOV-LAMBDA 确定模糊度后再采用似单差法解算的变形量是一致的,它们的结果与变形真值之差分别为 0.1 mm, -0.6 mm, 3.3 mm,可见平面解算的结果比高程方向好,但总体是满足精度要求。这两种方法用于解算小变形量的效果是一致的,但与后者多了一步 LAMBDA 搜索,导致它的效率要低于前者。

由表 2 可见,当变形量较大时,采用约束法解得的结果与真值差距比较大,分别达到 -38.8 mm, 38.0 mm, 3.1 mm,而 TIKHONOV-LAMBDA 方法与真值差值相对比较,因此,解算大变形信息时,

TIKHONOV-LAMBDA 要优于约束法,能满足精度要求。

五、结束语

本文根据高精度 GPS 变形监测的特点,介绍了单历元直接解算监测点变形信息的数学模型及算法——似单差法。采用此方法,避免了周跳的探测与修复这个棘手问题,避免了网平差这一环节,有利于数据处理的响应速度。而模糊度的准确确定是采用该方法解算变形信息准确性的一个关键问题。根据

(下转第 21 页)