

文章编号: 100124322(2004)1121489204

# 用修正三梯度法测量束流发射度<sup>x</sup>

张 卓<sup>1</sup>, 杨国君<sup>1,2</sup>, 陈思富<sup>1</sup>, 石金水<sup>1</sup>

(1. 中国工程物理研究院 流体物理研究所,四川 绵阳 621900; 2. 清华大学 加速器实验室,北京 100084)

**摘 要:** 介绍了修正三梯度法的原理和利用该方法测量发射度的实验装置。编写了基于束包络方程的数值拟合程序,并进行了模拟计算。用修正三梯度法对 3.5MeV 注入器出口处脉冲电子束的发射度做了时间分辨的测量。结果表明,当空间电荷力不可忽略时,该注入器输出的电子束脉冲期间中间部分束的发射度为 1.040 mm mrad。

**关键词:** 修正三梯度法; 束流发射度; 时间分辨测量

**中图分类号:** O463.1 **文献标识码:** A

发射度是影响电子束焦斑大小的关键因素。目前,强流电子束发射度的测量多采用胡椒孔法<sup>[1]</sup>。这是一种发射度的直接测量方法。这种方法通过实验测出垂直于束流的胡椒孔平面内取样束元的角分布,再在相空间做出束流相图,计算相面积,得到发射度。该方法的不足之处在于:它忽略了空间电荷力的影响;在测量过程中,胡椒孔板的存在会改变束流的发射度,从而影响测量结果;随着束流粒子能量的提高,取样束元的角分布范围会变小,这也给实际测量带来了困难。

三梯度法是一种发射度的间接测量方法。这种方法通过实验测量不同磁场下的束半径,利用传输矩阵来计算渡越曲线,再用渡越曲线拟合测量数据点,求出发射度的拟和解。由于传输矩阵中很难包含空间电荷力的影响,而低能、强流束的空间电荷力又很显著,所以,三梯度法不适用于强流束。修正三梯度法(Modified Three Gradient Method, MTGM)<sup>[2~4]</sup>是在三梯度法的基础上,在渡越曲线的计算上做了修正,用求解束包络方程来代替传输矩阵运算,计算渡越曲线。由于束包络方程中可以很容易地包含空间电荷力的影响,所以,MTGM 适用于强流束。

本文介绍了利用修正三梯度法对电子能量 3.5MeV、束流强度 2.7kA、脉冲宽度 80ns 的强流脉冲电子束发射度的测量情况。实验中,采用切伦柯夫辐射法,并用条纹相机作为接收装置,测量时间分辨的束剖面。计算程序中,用数值方法求解束包络方程,用最小二乘法对测量数据进行曲线拟合。

## 1 MTGM 的理论基础

在空间电荷效应、发射度的影响下的束包络方程为

$$R + k^2 R - \frac{K}{R} - \frac{2}{2} \frac{n}{R^3} = 0 \tag{1}$$

$$k = \frac{eB_z}{2 \sqrt{2-1} m_0 c} = \frac{ecB_z}{2 m_0 c^2}, \quad K = \frac{eI_b}{2 \epsilon_0 (\sqrt{2-1})^3 m_0 c^3} = \frac{2 I_b}{I^3} \tag{2}$$

式中:  $m_0$  为电子静止质量;  $e$  为电子电荷;  $c$  为真空中光速;  $\gamma$  为相对论因子;  $\epsilon_0$  为真空介电常数;  $R$  为束包络半径;  $B_z$  为螺线管的轴向磁场强度;  $I_b$  为束流强度;  $I$  是阿尔芬电流,其值为  $I = 17.045\text{kA}$ ;  $n$  为归一化发射度,在忽略非线性作用的情况下,  $n$  为常数。

方程(1)的第二项是螺线管的聚焦作用,第三项是空间电荷力的作用,第四项是发射度的作用。

当  $n$  已知时,如果给定初始条件  $R_0$  和  $\dot{R}_0$ ,方程(1)可以用数值方法求解<sup>[5]</sup>。作变量置换,令

$$\bar{y} = (y_1, y_2), \quad y_1 = R, \quad y_2 = \dot{R} \tag{3}$$

$$\bar{f} = (f_1, f_2), \quad f_1(z, y_1, y_2) = y_2, \quad f_2(z, y_1, y_2) = -k^2 y_1 + \frac{K}{y_1} + \frac{2}{2} \frac{n}{y_1^2} \tag{4}$$

<sup>x</sup> 收稿日期:2003212218; 修订日期:2004206230

基金项目:国防科技基础研究基金资助课题

作者简介:张卓(1977—),女,辽宁人,研究实习员,从事加速器物理及应用研究工作;绵阳市 9192106 信箱;E2mail: zhangzhuo96@tsinghua.org.cn。

将(1)式变换成以下方程组的初值问题

$$\begin{cases} \bar{y}_z = \bar{f}(z, \bar{y}) \\ \bar{y}_0 = [y_{10}, y_{20}]^T \end{cases} \quad (5)$$

用经典四阶龙格库塔法求解(5)式的初值问题,计算全程的束包络。递推公式如下

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (6)$$

式中:  $K_1 = \bar{f}(z_i, \bar{y}_i)$ ,  $K_2 = \bar{f}(z_i + \frac{h}{2}, \bar{y}_i + \frac{h}{2} K_1)$ ,  $K_3 = \bar{f}(z_i + \frac{h}{2}, \bar{y}_i + \frac{h}{2} K_2)$ ,  $K_4 = \bar{f}(z_i + h, \bar{y}_i + hK_3)$ 。

当  $R_0$  和  $R_n$  未知,  $\theta_n$  待测时,可以用曲线拟合的方法求出  $\theta_n$ 。MTGM 方法包括 3 个步骤:(1)进行束剖面的三梯度测量,得到一组  $(R, I)$  数据点。(2)模拟计算不同磁场下的束包络,绘出测量位置的  $R \sim I$  计算曲线(称为“渡越曲线”)。(3)用渡越曲线拟合测量数据点,求出发射度。图 1 是 MTGM 的示意图。

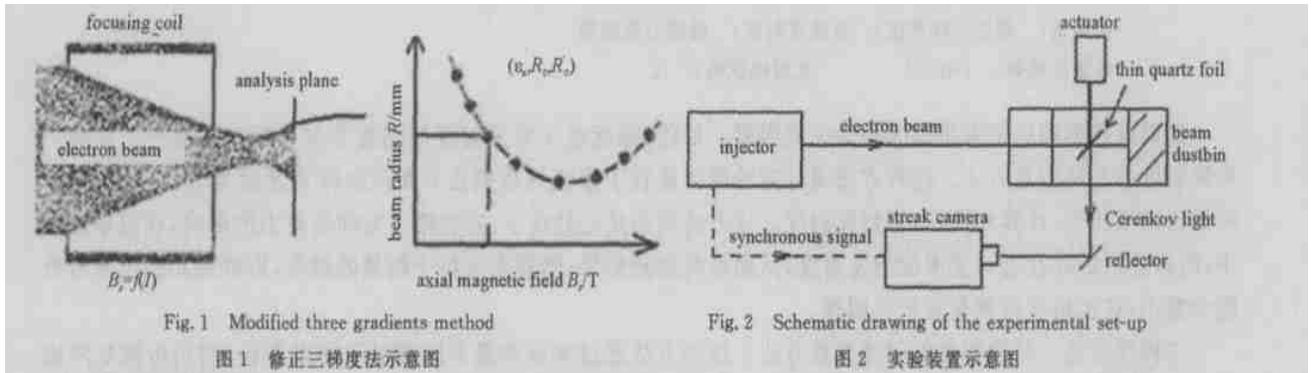


Fig. 1 Modified three gradients method

图 1 修正三梯度法示意图

Fig. 2 Schematic drawing of the experimental set-up

图 2 实验装置示意图

### 2 束半径的测量

用切伦柯夫辐射法测量 3.5MeV 注入器出口处脉冲电子束的束剖面,实验布局<sup>[6]</sup>如图 2 所示。辐射转换体置于束流管道中,可以通过传动装置调节它的位置,使之位于管道的中央并与束流成一定的角度。注入器输出的电子束打在辐射转换体上,发出可见光,再经过反射镜,到达条纹相机,并使底片曝光。这样,底片上就记录了时间分辨的束剖面扫描图像。

调节辐射转换体上游的螺线管 JC01 的聚焦电流,重复以上步骤,测量不同聚焦电流下时间分辨的束剖面。图 3 是聚焦电流为 100,200,300A 时的测量结果。

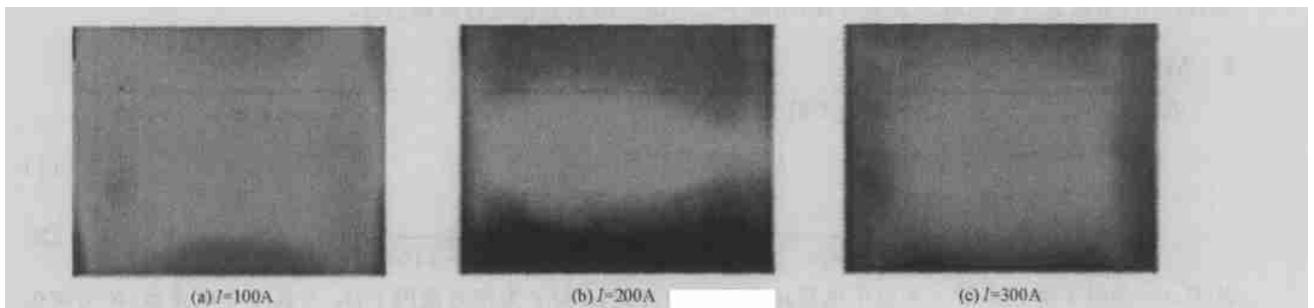


Fig. 3 Scanning images of beam profile at different focusing current

图 3 不同聚焦电流下的束剖面扫描图像

### 3 模拟研究和发射度的拟合求解

用 VC++ 编写了模拟程序,进行了模拟计算。结合束半径的测量数据,求出了发射度的拟合解。

#### 3.1 模拟研究

图 4 中曲线 1 是注入器总体磁场,曲线 2 是螺线管 JC01 单独产生的磁场。模拟计算的初始位置  $z_0$  应选在包络不受 JC01 磁场影响的地方,同时为了减小模拟计算的累积误差,计算全程又不宜过长。可将初始位置选在  $z_0 = 3m$  处。结束位置在  $z = 4.473m$  的束剖面测量平面。

图 5 至图 7 分别绘制了不同初始条件下的渡越曲线。图 5 中,曲线 1~5 是半径初值  $R_0$  分别为 11,12,13,14,15mm 下的渡越曲线。此时散角初值和发射度不变,为  $R_0 = 5mrad$ ,  $\theta_n = 1.040 \text{ mrad}$ 。图 6 中,曲线 1~5

是散角初值  $R_0$  分别为 3, 4, 5, 6, 7mrad 下的渡越曲线。此时半径初值和发射度不变, 分别为  $R_0 = 13.1\text{mm}$ ,  $\epsilon_n = 1\ 040\ \text{mm}\cdot\text{mrad}$ 。图 7 中, 曲线 1~5 是发射度分别为  $\epsilon_n = 920, 960, 1\ 000, 1\ 040, 1\ 080\ \text{mm}\cdot\text{mrad}$  下的渡越曲线。此时半径初值和散角初值不变, 分别为  $R_0 = 13.1\text{mm}$ ,  $R_0 = 5\text{mrad}$ 。

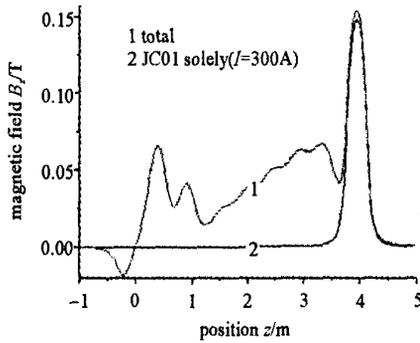


Fig. 4 Axial magnetic field

图 4 轴向磁场曲线

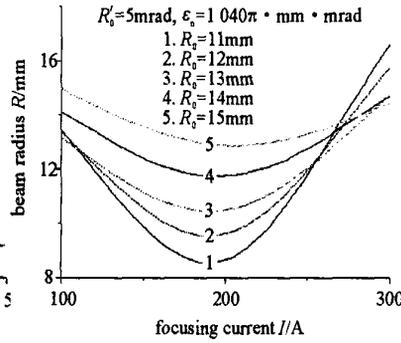


Fig. 5 Cross-over curves of different  $R_0$

图 5 不同  $R_0$  下的渡越曲线

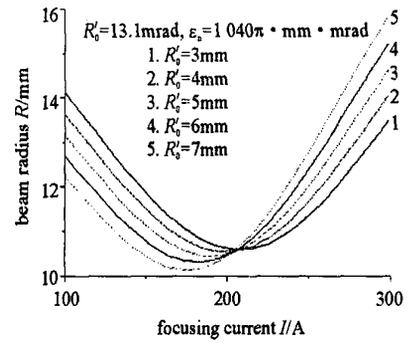


Fig. 6 Cross-over curves of different  $R'_0$

图 6 不同  $R'_0$  下的渡越曲线

从图 5 和图 6 可以看出,  $R_0$  和  $R'_0$  的取值分别影响渡越曲线开口的大小和方向, 图 7 表明,  $\epsilon_n$  增大会使曲线整体抬高。发射度的不确定度与半径测量误差之间的关系与实验条件有关。对于 3.5MeV 注入器, 根据图 7, 有

$$\frac{\Delta R}{R} \approx 3 \frac{\Delta \epsilon_n}{\epsilon_n} \tag{7}$$

式(7)表明, 发射度的拟合解对束半径的误差很敏感。所以, 应尽量提高半径的测量精度。

另外, 从图 5~8 中可以看出, 随着磁场的增强, 测量位置的束半径会经历一个先减小再增大的过程; 在聚焦电流  $I = 175\text{A}$  附近, 出现极小值。模拟计算表明, 只有在束半径的一组测量数据中包含束腰时, 算法收敛, 求得的发射度才是可信的。在束剖面的测量实验中, 这一点是通过合理选择束剖面测量位置和聚焦电流设置来实现的。

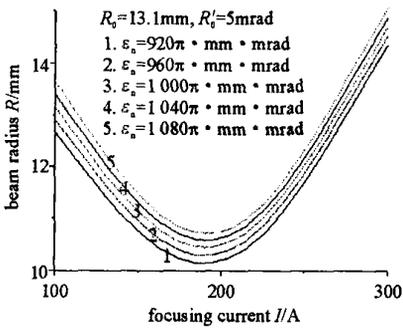


Fig. 7 Cross-over curves of different  $\epsilon_n$

图 7 不同  $\epsilon_n$  下的渡越曲线

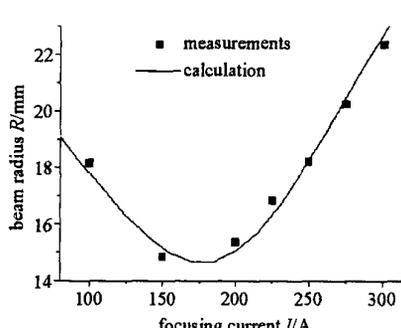


Fig. 8 Measurement vs calculation

图 8 测量数据和拟合曲线

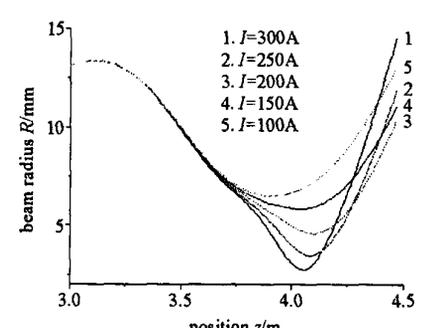


Fig. 9 Beam envelope

图 9 束包络

### 3.2 发射度的拟合求解

下面以  $t_0 = 50\text{ns}$  时刻为例, 求解该时刻束流的发射度。用同样步骤可以求出任意时刻的束流发射度  $\epsilon_n(t)$ 。

从束剖面扫描图像中读取该时刻不同聚焦电流下的束半径值, 做出  $(R, I)$  实测数据点, 如图 8 中的离散点所示。调节  $R_0, R'_0$  和  $\epsilon_n$ , 使计算曲线逐步接近测量数据点。图 8 中的连续曲线是最优的拟合曲线。由此得出发射度的最小二乘拟合解  $\epsilon_n = 1\ 040\ \text{mm}\cdot\text{mrad}$ , 同时得到半径和散角的初值, 为  $R_0 = 13.1\text{mm}$ ,  $R_0 = 5\text{mrad}$ 。图 9 即这组参数下的束包络曲线(即实际束包络曲线)。

### 4 误差分析

MTGM 方法测得的发射度的误差主要来源于束剖面测量系统。束剖面测量系统的空间分辨本领<sup>[6]</sup>为:  $R_{\text{sys}} = 0.74\text{mm}$ 。将底片扫描成位图时, 扫描比例为  $0.058\ 8\text{mm}/\text{像素}$ , 如果从位图中读取半径的误差为 10 个像素, 则对应的读数误差为  $R_{\text{readout}} = 0.588\text{mm}$ 。综合以上两个因素, 束半径的测量误差大小为

$$R = \sqrt{R_{\text{sys}}^2 + R_{\text{readout}}^2} = 0.95\text{mm} \quad (8)$$

半径  $R_c$  的测量值大约为 20mm。根据式(7),由半径测量误差引起的发射度的相对误差和绝对误差分别为

$$= 3 \times R/R = 0.14 \quad (9)$$

$$\sigma_n = \sigma_n \times R = 1.040 \text{ mm} \cdot \text{rad} \times 0.14 = 146 \text{ mm} \cdot \text{rad} \quad (10)$$

## 5 结 论

MTGM 克服了胡椒孔法和传统的三梯度法的不足之处而成为一种适用于测量强流束发射度的方法。本文利用 MTGM,结合切伦柯夫辐射和条纹相机测量的时间分辨的束剖面,测量了 3.5MeV 注入器出口处束流在束脉冲中间部分的发射度。结果表明,MTGM 可以用于测量强流束发射度。进一步的工作将用该方法测量具有更高能量的强流脉冲束时间分辨的发射度。

致谢: 作者感谢所有实验组成员和畅里华、汪伟、王莉萍在实验中的大力协助。

## 参考文献:

- [1] 惠钟锡,杨震华. 自由电子激光[M]. 北京:国防工业出版社,1995. (Hui Z X, Yang Z H. Free electron laser. Beijing: National Defense Industry Press, 1995)
- [2] Bartz R R, Ekdahl C, Eylon S, et al. Beam emittance diagnostic for the DARHT second axis injector[A]. 2001 IEEE Pulsed Power Plasma Science Conference[C]. 2001. 1689—1692.
- [3] Bardy J, Bonnafond C, Devin A, et al. Status of AIRIX alignment and high current electron beam diagnostics[A]. Proceedings of the European Particle Accelerator Conference[C]. 1996.
- [4] Marghitu S, Oproiu C. Pulsed electron source characterization with the modified three gradient method[A]. Proceeding of International Conference on Accelerator and Large Experimental Physics Control System [C]. 2001.
- [5] 关治,陈景良. 数值计算方法[M]. 北京:清华大学出版社,1990. 250—260. (Guan Z, Chen J L. Numerical calculation methods. Beijing: Tsinghua University Press, 1990. 250—260)
- [6] 陈思富,丁伯南,夏联胜,等. 强流短脉冲电子束束剖面的时间分辨测量[J]. 强激光与粒子束,2002, 14(2): 317—320. (Chen S F, Ding B N, Xia L S, et al. Time-resolved beam profile measurement of a high-current, short-pulse electron beam. High Power Laser and Particle Beams, 2002, 14(2): 317—320)

## Beam emittance measurement with modified three gradient method

ZHANG Zhuo<sup>1</sup>, YANG Guo2jun<sup>1,2</sup>, CHEN SiFu<sup>1</sup>, SHI Jin2shui<sup>1</sup>

(1. Institute of Fluid Physics, CAEP, P. O. Box 9192106, Mianyang 621900, China;

2. Laboratory of Accelerator, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** Modified three gradient method is a method to measure beam emittance developed from three gradient method which has been widely used in beam diagnostics. Beam radius' evolution versus focusing current can be fitted by a crossover curve calculated from the KV envelope equation through which the crossover curve depends on beam radius, divergence in the initial plane and beam emittance. An approximation of the emittance can be got by the fitting program. In this paper beam radius under different focusing current was measured with Cerenkov radiation method; Time-resolved beam profile was recorded by a streak camera; A numerical fitting program, based on the KV equation, was developed; Influence of beam radius and divergence in the initial plane and emittance on the crossover curve were studied through simulation; Time-resolved emittance of the pulsed electron beam produced by a 3.5MeV injector was measured and the results are presented. With the presence of space charge, beam emittance in the midst of the pulse is about 1.040 mm·mrad.

**Key words:** Modified three gradient method; Beam emittance; Time-resolved measurement