

文章编号: 1001-4322(2002)04-0599-04

用 MEI 方法研究脉冲线源辐射问题

廖 成¹, 蒙 林², 鄢 扬²

(1. 西南交通大学 电磁所, 四川 成都 610031; 2 电子科技大学 高能电子学研究所, 四川 成都 610054)

摘 要: 脉冲线电流源的辐射问题是研究高功率微波辐射、传播和散射问题的基础。用时域有限差分方法结合时域 MEI 吸收边界条件来对该问题进行求解, 通过与不同种类边界条件配合得出的数值解的比较可以证明, 利用时域 MEI 方法的一阶吸收边界条件对线源辐射问题进行处理时, 可以使截断边界离源更近, 从而减少了计算量, 并达到提高计算精度的目的。

关键词: 脉冲辐射; FDTD 方法; MEI 方法

中图分类号: O451

文献标识码: A

时域有限差分法(FDTD)^[1]是求解时域 Maxwell 旋度方程的直接数值方法, 由于它不必通过位函数替换而只需交替求解电场和磁场的一阶差分方程, 故得到了广泛的应用。在电磁辐射及散射等重要问题的研究中涉及无限大开放空间, 采用 FDTD 方法求解时必须对边界进行截断处理, 采取适当的措施尽量避免波在截断边界产生不真实的反射现象, 实践证明边界条件的处理对计算精度、计算量和内存占用等有极大影响。因此截断边界条件是 FDTD 方法研究的重点之一。目前广泛应用的截断边界条件(或称吸收边界条件)主要有 Mur 二阶吸收边界条件, 完全匹配层吸收边界条件(PML), 时域不变性测试方程法(MED)等。本文利用时域 MEI 方法的一阶吸收边界条件对线源辐射问题进行了数值计算, 并与 Mur 二阶吸收边界条件和 PML 的结果进行了比较, 计算结果证实了时域 MEI 方法的可行性, 并发现时域 MEI 方法具有精度高、计算量少等突出优点, 是一种很有前途的处理吸收边界条件的方法。

脉冲线电流源的辐射问题不但是研究高功率微波辐射、传播和散射问题的基础, 而且被广泛应用于 FDTD 方法的截断边界条件研究中^[2,3]。这一方面是由于其计算设置简明, 可以剔除计算过程中的其它误差影响, 从而突出由截断边界产生的反射误差; 另一方面是由线源的不同形式迭加可以模拟任意分布的电流源。在本文中我们也将以二维线源的辐射问题来进行时域 MEI 方法一阶吸收边界条件的研究和计算。

1 辐射波源设置

考虑到脉冲频谱所包含的带宽和脉冲的性态, 一般在 FDTD 方法中以高斯脉冲^[4]

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\exp[-10(2F_b t - 1)^2] - e^{-10}}{1 - e^{-10}}, & t \leq 1/F_b \\ 0, & t > 1/F_b \end{cases} \quad (1)$$

来拟合时域窄脉冲。式中 F_b 代表了该脉冲的频带宽度(其频带从直交到频点 F_b)。此脉冲的上升沿及下降沿很平缓, 有利于提高 FDTD 的数值模拟精度, 其时域波形如图 1 所示。

2 计算方法及网格设置

本文将用 FDTD 方法来计算高斯分布的线电流脉冲的辐射问题, 在此对所采用的吸收边界条件进行简要介绍。

2.1 一阶 MEI-ABC

根据 MEI 的基本原理, 在任一截断边界节点上的场(散射场)均可表示为其邻近节点上的场的线性组合。对于时域一阶 MEI-ABC, 具有如下较简单的形式^[5]

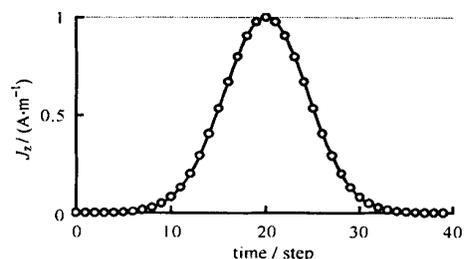


Fig 1 Line current pulse with Gaussian distribution
图 1 高斯分布的线电流脉冲

收稿日期: 2000-08-18; 修订日期: 2002-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(69971021)资助项目; 863 强辐射重点实验室基金资助项目

作者简介: 廖 成(1964-), 男, 博士后, 教授; 研究方向: 计算电磁学、高功率微波; E-mail: cliao_open@sohu.com.

$$U_0^{n+1} = a_1 U_1^{n+1} + a_2 U_0^n + a_3 U_1^n \tag{2}$$

即它只与该节点本身上个时刻的值及其相紧邻的空间内格点的这两个时刻的值有关。式中的 U 为波函数, MEI 系数 $a_i (i= 1, 2, 3)$ 是局域性的, 对不同边界格点 a_i 有不同的值, 它与具体的激励无关, 可以通过“MEI 测试”^[6]而求出其数值。

2.2 Mur 二阶吸收边界条件

Mur 二阶吸收边界条件^[2]在二维直角坐标情形下于 $+x$ 轴方向的截断边界上的形式为

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t^2} - \frac{\partial}{2\partial x^2}\right)U = 0 \tag{3}$$

式中: 自由空间中 $\tau = ct$

2.3 完全匹配层吸收边界条件

完全匹配层吸收边界条件(perfect match layers, PML)^[7]是在 1994 年提出的一种全新吸收边界条件。它通过在截断边界之外放置虚拟的吸收介质来吸收外行波, 从而比原来的吸收边界条件较大幅度地提高了计算精度。该方法推出后得到了计算电磁学界的广泛认同和推广应用。PML 技术的基本原理可以描述为: 对某种具有电导率 σ 和等效磁导率 σ^* 的介质样本 M , 若 M 的电导率和磁导率满足关系

$$\sigma/\epsilon_0 = \sigma^*/\mu_0 \tag{4}$$

则该介质的阻抗与自由空间的阻抗相等, 它们的分界面对法向入射的电磁波不产生反射。

2.4 计算网格及边界设置

设辐射线电流源位于图 2 中的网格点 $S(1, 1)$ 处, 整个计算空间用矩形网格划分。矩形边界 ABCD 所限定的区域内的总网格格点数为 $(2N_x - 1) \times (2N_y - 1)$, 矩形边界 ABCD 截 FDTD 的计算区域, 截断条件将分别利用一阶 MEI ABC 和 Mur 二阶 ABC, 我们将重点考察的场点 M 位于截断边界上 P 与 B 的中部。其外的矩形边界 EFGH 是导电壁, 位于边界 ABCD 和 EFGH 之间的区域是用来放置 PML 吸收介质的。图 2 最外层的虚线方框 Γ 是足够大的 FDTD 计算的截断边界, 它距线源的网格层是随 FDTD 计算的整个时间步数变化的, 其原则是保证计算时间终结时, 由此边界 Γ 产生的反射波还没有传播到区域 ABCD 之内。

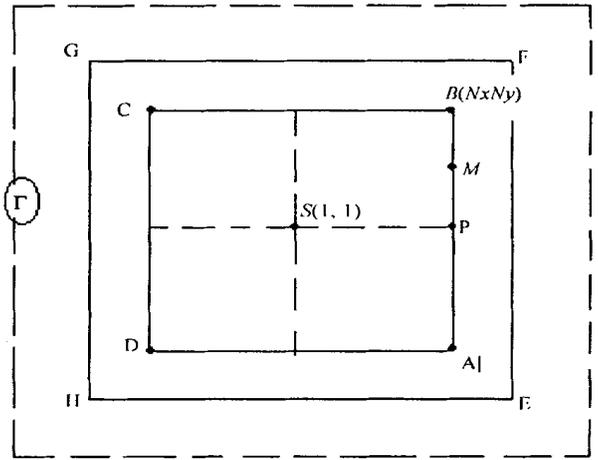


Fig. 2 Grid arrangements for line source radiation
图 2 线源辐射问题的网格点和截断边界设置

在本文的计算中我们将采用正方形的网格分布。设由式(1)所描述的线电流源位于图 2 的 S 点。对脉冲激励, 其频谱的最高频点为 F_b , 等效最短波长为 $\lambda_{min} = c/F_b$, 我们取空间网格宽度为 $\Delta x = \Delta y = \lambda_{min}/20$ 。则由稳定性条件所限制的时间间隔为

$$\Delta t = 1/2c\Delta x = 1/40F_b \tag{5}$$

所以高斯线源的脉冲宽度 T 覆盖 40 个时间间隔 Δt (如图 1)。以下将用几种典型的截断边界条件的 FDTD 计算结果来与时域 MEI 方法的计算结果作比较。

作为比较的标准, 我们将用“大域”的 FDTD 的数值结果, 所谓“大域”, 即是图 2 中的虚线框 Γ 所截断的 FDTD 域, 在该区域内计算的处于截断边界 ABCD 上的点的场将不受反射回波影响, 所以实际它是一种很精确的结果。为叙述方便, 我们称这种计算为“无反射 FDTD”。

3 计算结果及误差分析

本节将以典型的 Mur 二阶吸收边界条件和 PML 方法来与 MEI 方法结果作比较。关于 PML 方法的介质设置方式如图 2, 以下计算中沿正负 x, y 方向的 PML 吸收层均设置为 8 层, 且在各过渡层中均采用线性分布的电导率或磁导率参数。

3.1 考察固定的一个边界节点

在高斯脉冲激励情况下, 把截断边界 ABCD 设置在距离源点两个网格的位置(即 $N_x = N_y = 3$), FDTD 计

算时间持续三个脉冲宽度(120 个时间步)。

图 3 给出了图 2 中的截断边界上的点 M 处的辐射场 E_z 的时域波形。图中实线为无反射 FDTD 结果, 点划线为 MEI-ABC 作截断边界条件的 FDTD 结果, 虚线为 Mur 二阶 ABC 作截断边界条件的 FDTD 结果。我们发现, 在这种只有两层吸收网格的情况下, 截断边界与辐射源的距离很近, Mur 二阶的结果已经很差, 其最大峰值误差已相当可观。而 MEI-ABC 的结果与标准解非常接近。

由于采用了人为的截断边界, 就势必会产生非物理的数值误差, 即由截断边界 ABCD 不完全吸收所产生的反射误差。我们定义某点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ 的场解在时刻 t 的反射误差 E_r 为

$$E_{MEI}(i, j) = |E_z(i, j)_{\text{no-ref}} - E_z(i, j)_{MEI}| \quad (6a)$$

$$E_{Mur2}(i, j) = |E_z(i, j)_{\text{no-ref}} - E_z(i, j)_{Mur2}| \quad (6b)$$

$$E_{PML}(i, j) = |E_z(i, j)_{\text{no-ref}} - E_z(i, j)_{PML}| \quad (6c)$$

式中: $E_z(i, j)_{\text{no-ref}}$ 是截断边界为“大域”的无反射的 FDTD 计算结果。

这样我们可以把 MEI 方法和 PML 方法计算的 M 点的电场关于标准解的绝对误差的曲线划出来, 如图 4 所示。实线所代表的 MEI 吸收边界条件的计算误差比 PML 方法的略小, 这已属很不错了, 因为 PML 比 MEI 多用了若干层吸收介质, 这意味着占用计算机容量的差异。

对于具有 9 层吸收网格的截断边界设置 ($N_x = N_y = 10$), 分别利用 MEI, PML 和 Mur 2 阶吸收边界条件计算的点 M 处的辐射场的误差如图 5 所示。由于其截断边界距源点相对较远, Mur 二阶条件的近似程度也要好一些, 但仍然不如 MEI 与 PML; 这种情况下 MEI 方法的反射误差(图 5 中的实线)依然是三种方法中最小的。

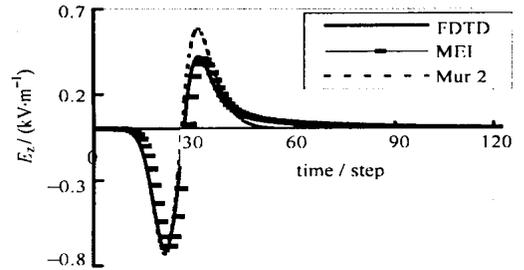


Fig 3 Electric field at point M

图 3 点 M 处的电场随时间步的变化曲线 ($N_x = N_y = 3$)

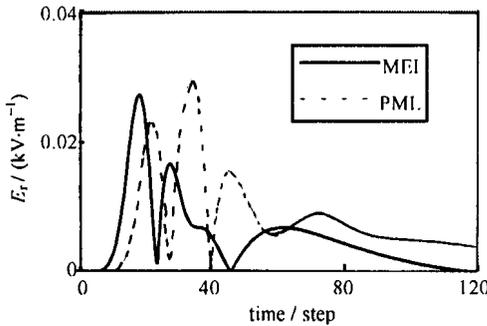


Fig 4 Electric field error at point M with 2 layers

图 4 MEI 和 PML 计算的点 M 的电场误差时域曲线 ($N_x = N_y = 3$)

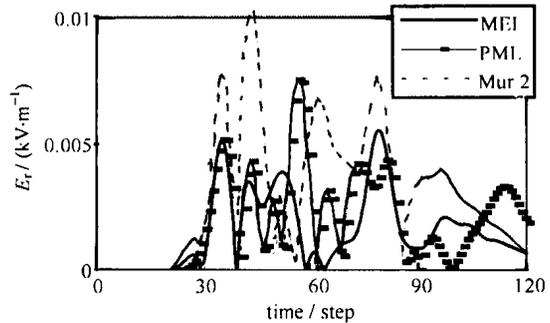


Fig 5 Electric field error at point M with 9 layers

图 5 MEI, PML 和 Mur 2 分别计算的点 M 的电场误差时域曲线 ($N_x = N_y = 10$)

3.2 考察固定时刻的所有边界节点

上面对截断边界上某单个节点的辐射场的计算结果及误差进行了分析, 这里我们将进一步对 $N_x = N_y = 10$ 设置的整个截断边界上的点的计算误差作一对比。由高斯脉冲激励, 在时间步为 38 时, 脉冲辐射波的大部分正好位于截断边界 ABCD 上。此时沿图 2 中的截断边界 APB 上各节点处, 采用不同截断条件所引起的反射误差如图 6 所示。MEI 方法的结果(图中三角形符号所标)在大多数格点上好于 PML 和 Mur 2 的结果。正方形截断边界 ABCD 上其它边的情况是与此对称的。

3.3 整个计算区域的总反射误差

作为对整个由截断边界 ABCD 所限定的计算区域内的反射误差的总体衡量, 我们将定义一个随时刻变化的总误差 T_{Er} , 它是计算域内各格点的局部误差的平方的总和, 即

$$T_{Er} = \sum_{i,j} |E_r(i, j)|^2 \quad (7)$$

在 $N_x = N_y = 10$ (即在 ABCD 域内的格点分布为 19×19) 的计算域中, 图 7 显示了高斯脉冲激励情况下, 采用 MEI-ABC, PML-ABC 和 Mur 2-ABC 截断计算边界所产生的总的反射误差, 计算终止时间分别为 3 周

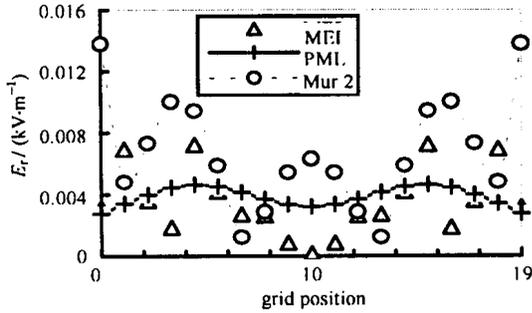


Fig 6 Reflection error on the side APB at 38 time-step.
图 6 截断边界上节点的反射误差(高斯脉冲, 时间步= 38)。

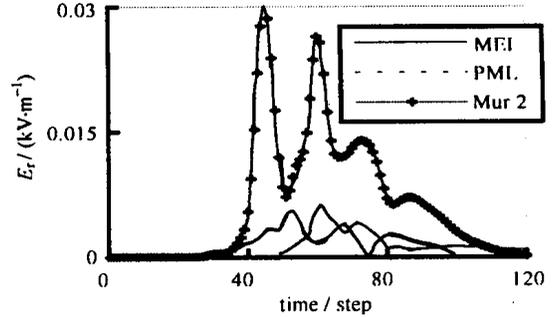


Fig 7 Total reflection error for MEI, PML and Mur 2 ABCs
图 7 MEI, PML 和 Mur 2 吸收边界条件截断计算空间所引起的总反射误差随时间步的变化(19 × 19 网格空间)。

期。从图中不难看出, MEI 方法较 Mur 2 方法的反射误差小得多, 与 PML 方法的误差大体相当。

4 结 论

本文首次采用时域 MEI 方法的一阶吸收边界条件对线源辐射问题进行了数值计算, 作为对比, 我们采用了 Mur 二阶吸收边界条件和完全匹配吸收边界条件(PML)对同一问题进行计算, 计算结果表明当截断边界离源近时, MEI 方法精度远高于 Mur 二阶方法, 与 PML 方法相比则大体相当, 但 PML 方法采用了若干层吸收介质, 增加了计算时间和内存占用。另外 MEI 方法的整体反射误差也比 Mur 二阶方法小, 因此我们通过数值计算证实时域 MEI 方法是一种精度高, 计算量少的处理吸收边界条件方法, 可有效应用于电磁辐射问题的数值计算。

参考文献:

- [1] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. *IEEE Trans Antenna Propagat*, 1966, **14**: 302.
- [2] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations[J]. *IEEE Trans Electronag Compat*, 1981, **23**: 377.
- [3] Moore T G, Blaschak J G, Taflove A. Theory and application of radiation boundary operators[J]. *IEEE Trans Antenna Propagat*, 1988, **36**: 1797.
- [4] Luebbers R J, Kunz K S, Schneder M. A FDTD near zone to far zone transformation[J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1991, **39**: 429.
- [5] Liu Y, Liao C, et al. Time-domain MEI method for radiation of line source[J]. *Electronic Lett*, 1999, **35**: 284.
- [6] Mei K K, Pous R, et al. Measured equation of invariance - A new concept in field computations[J]. *Trans Antenna Propagat*, 1994, **42**: 320.
- [7] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves[J]. *J Computational Physics*, 1994, **114**: 185.

Study on EM pulse radiation problems with time domain MEI method

LIAO Cheng¹, MENG-lin², YAN Yang²

(1. *Electromagnetic Institute, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;*

2. High Energy Electronics Institute, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract The electromagnetic pulse radiation problem is the starting point for high power microwave radiation, propagation and scattering. This paper applies the finite-difference time-domain technique(FDTD) combined with the time-domain measured equation of invariance method(MEI) to calculate line-source radiation problem with near truncating boundary. The numerical results show that MEI boundary condition has high effect and high accuracy than two-order Mur boundary condition.

Key words electromagnetic radiation and scattering; FDTD method; MEI method