双曲面金属幕墙的等边心距展开方法

马 炫,张亚龙,李生民
MA Xuan,ZHANG Ya-long,LI Sheng-min

西安理工大学 自动化与信息工程学院,西安 710048
Xi'an University of Technology,Xi'an 710048,China
E-mail:maxuan@xaut.edu.cn

MA Xuan,ZHANG Ya-long,LI Sheng-min.Equal apothem surface development method for hyperboloid metal wall. Computer Engineering and Applications,2009,45(23):217-218.

Abstract: The hyperboloid metal walls have been widely used in the inner-external wall decorating of large buildings.The reasonable development of curved surface plays an important role in technologic simplification,material economization and quality assurance.To satisfy the requirement of tidiness of curved surface border,according to the mapping relation that keeps the distance from a dot of the flattened plane border to its center equal to the curve length from the relative dot of the curved surface border to its center,a development method of equal apothem is proposed.The engineering applications show that the method is simple and effective.
Key words: metal wall;curved surface development;equal apothem

摘 要:金属幕墙被广泛应用于大型建筑物内外墙表面装饰,合理的曲面展开对简化制作工艺,节省材料和保证成形质量具有重要意义。针对金属幕墙曲面块之间接缝整齐的要求,提出一种以展开平面的边沿点到其中心点的距离等于曲面边沿对应点到其中心点的曲线长度为映射关系的等边心距展开方法。工程应用表明该方法计算简单,效果良好。
关键词:金属幕墙;曲面展开;等边心距
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.23.062 **文章编号:**1002-8331(2009)23-0217-02 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391

1 前言

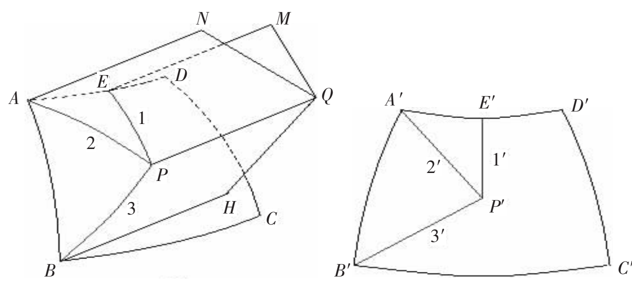
曲面金属幕墙越来越多地被应用于大型建筑物的内外墙表面装饰。其成型工艺是先将设计的三维曲面分割成若干个曲面块,展开成平面后由有一定厚度的平面板材经过塑性加工成相应的曲面块再装配成整体幕墙。球面,椭球面,抛物面等双曲面是金属幕墙设计中常用的曲面形式,属于不可展曲面,不可展曲面不能精确地展开成平面[1]。国内外学者对不可展曲面做了比较深入的研究[1-9],已提出的展开方法大致可以分为两类,几何展开法[2-3,6-7]和能量模型法[4,8]等。

金属幕墙作为一种外观装饰,要求装配后曲面块之间接缝整齐以达到整体的美观效果。几何展开法中的三角平面网格法容易产生累计误差,四边形网格法在处理曲面边界的整齐性上比较复杂。由于金属幕墙曲面曲率不大,针对曲面金属幕墙的工艺要求,借鉴已有的曲面展开方法,提出一种等边心距几何展开方法,用于双曲面展开的数值计算。

2 等边心距展开方法

2.1 等边心距

以曲面块为对象进行曲面展开时,首先要把整个幕墙曲面按照一定的规则分割成多个曲面块。由于经纬线分割法对球面,椭球面和抛物面的分割不仅美观而且易于实现,因此在工程中被经常使用。图1所示的$ABCD$为经纬线分割的曲面块,AB和CD为曲面块的经线,AD和BC为曲面块的纬线。由于曲面块$ABCD$是不可展曲面,展开成平面后其几何关系将发生变化,变化的程度取决于展开方法,即曲面上任一点与平面上对应点的映射关系。根据曲面金属幕墙的工艺要求,所确定的映射关系是展开平面的边沿点到中心点P'的距离等于曲面边沿对应点到中心点P的曲线长度,即等边心距。如图1(b)中所示,直线1′、2′、3′的长度分别等于图1(a)中曲线1、2、3的长度。



(a)曲面块 (b)平面块

图1 等边心距展开

2.2 中心点的确定

等边心距方法首先需要在曲面上确定一个合适的中心点

作者简介:马炫(1962-),男,博士,副教授,主要研究方向为智能信息处理;张亚龙(1976-),男,硕士研究生;李生民(1962-),男,副教授。
收稿日期:2008-04-25 **修回日期:**2008-07-25

P。由于经纬分割法使分割出的曲面块以经线对称，所以，中心点的经度可取曲面块两条经线经度的平均值。而中心点的纬度，为了简单，取曲面块两条纬线纬度的平均值，如图2所示。

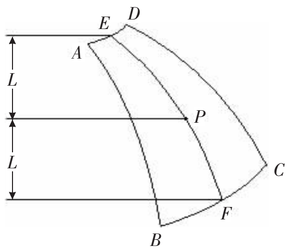


图2 确定中心点

2.3 曲面展开方法

在曲面上过中心点 P 作曲面法线 PQ，如图1(a)所示。设曲面方程为 $F(x,y,z)=0$，则 $F(x,y,z)$ 在三维坐标的偏导数 (F_x,F_y,F_z) 为曲面块法线 PQ 的方向。由于 P 点的坐标已知，可以得出直线 PQ 的点法式方程：

$$\frac{x-x_p}{F_x|_p}=\frac{y-y_p}{F_y|_p}=\frac{z-z_p}{F_z|_p} \tag{1}$$

式中，(x_p,y_p,z_p) 为 P 点坐标，$(F_x|_p,F_y|_p,F_z|_p)$ 为 (F_x,F_y,F_z) 在 P 点的取值。

过直线 PQ 作平面 $PQME$，与曲面 $ABCD$ 相交得交线 PE。计算曲线 PE 的长度，以此作为展开平面上对应点 $P'E'$ 间的距离，平面 $PQME$ 绕 PQ 转动至 $PQNA$ 位置得交线 PA，如图1(b)所示。图中夹角 $E'P'A'$ 为图1(a)中平面 $PQME$ 与 $PQNA$ 所确定的二面角，用长度和角度就可以确定 A 点在平面上的位置 A'。当平面 $PQME$ 绕 PQ 转动一周时，则可在不同的位置得到不同的交线和二面角，然后就可确定平面上的边界点。

平面与曲面的交线，如图1(a)中的1、2、3，可以看成曲面块被以 PQ 为旋转中心的平面在不同位置切割所得，我们称这个旋转平面为切割面。设 E 点坐标为 (x_e,y_e,z_e)，则平面 $PQME$ 的法向量为：

$$(F_x|_p,F_y|_p,F_z|_p)\times(x_e-x_p,y_e-y_p,z_e-z_p)=\begin{bmatrix} i & j & k \\ F_x|_p & F_y|_p & F_z|_p \\ x_e-x_p & y_e-y_p & z_e-z_p \end{bmatrix} \tag{2}$$

平面 $PQME$ 过 P 点的点法式方程为：

$$\begin{aligned}&[(y_e-y_p)F_z|_p-(z_e-z_p)F_y|_p](x-x_p)+\\&[(z_e-z_p)F_x|_p-(x_e-x_p)F_z|_p](y-y_p)+\\&[(x_e-x_p)F_y|_p-(y_e-y_p)F_x|_p](z-z_p)=0\end{aligned} \tag{3}$$

将上式与曲面方程 $F(x,y,z)=0$ 联立可确定曲线 PE。

设两平面的法向量分别为：(a_1,b_1,c_1)，(a_2,b_2,c_2) 则两平面的二面角可由下式得到：

$$\cos\varphi=\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \tag{4}$$

由曲面方程和平面方程可确定曲线方程。然而，求解曲线长度的积分表达式比较复杂，直接求解比较困难。所以，用圆弧分段逼近的方法求解曲线长度。即把所求曲线段分成若干小段，对于每一小段，先求出此小段的中间点后，用过中间点和此小段两端点的圆弧段的长度拟合此小段曲线长度，然后把每小段的拟合结果相加作为曲线的长度。如图3所示，曲线 ABC 为要求解的曲线，B 点为直线 AC 的中垂线与曲线 ABC 的交点，过 A，B 和 C 三点做三角形 ABC 的外接圆 O。

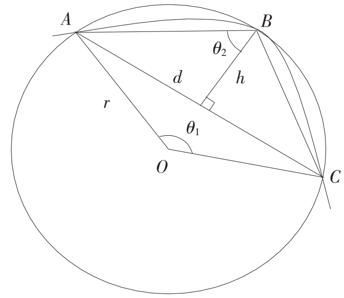


图3 圆弧段拟合

设圆弧长 ABC 为 L，则有如下几何关系：

$$\theta_1=2[\pi-2\arctan(\frac{d}{2h})] \tag{5}$$

$$AB=\sqrt{h^2+\frac{d^2}{4}} \tag{6}$$

$$r^2=AB^2+r^2-2r\times AB\cos\theta_2 \tag{7}$$

$$L=r\times\theta_1 \tag{8}$$

由式(5)~(8)可求得 L：

$$L=(4h^2+d^2)\frac{\pi-2\arctan(\frac{d}{2h})}{4h} \tag{9}$$

式中，d 为两端点的直线距离，h 为 AC 中点到 B 点的距离。由于 A、B 和 C 点已知，可求得 h 和 d 的值。

对曲率变化比较大的曲面，为了提高拟和精度，可适当增加曲线的分段数。

3 展开实例

设椭球体的两个水平轴半径分别为100 mm和120 mm，垂直轴半径为100 mm，椭球体如图4所示。经纬线分割后取3个曲面块的参数如表1所示。

表1 曲面块参数

编号	左线经度	右线经度	上线高度	下线高度
1	20.639	42.347	73.826	53.367
2	42.347	65.591	73.826	53.367
3	20.639	42.347	53.367	28.072

曲面块1的展开结果如图5所示。曲面块1,2和3的展开平面的轮廓如图6所示。可以看出，相邻轮廓线比较整齐。

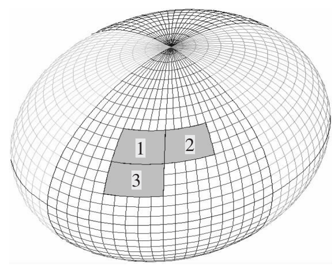


图4 椭球面曲面块

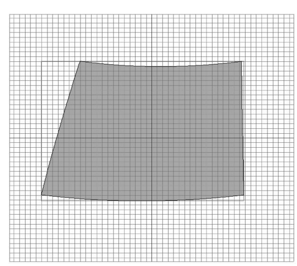


图5 曲面块1的展开图

实际工程中，把展开的成形平面塑性变形后拼接成整体曲面。由于工艺和美观的要求，各曲面块的接缝要有一定的宽度 t，这就需要将展开的平面边沿内缩 $t/2$。展开平面的形状以离散

（下转235页）