

求解 TSP 问题的社会演化算法

蓝晓玲¹, 周永权², 韦修喜¹

LAN Xiao-ling¹, ZHOU Yong-quan², WEI Xiu-xi¹

1. 广西大学 计算机与电子信息学院, 南宁 530004

2. 广西民族大学 数学与计算机科学学院, 南宁 530006

1. College of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning 530004, China

2. College of Mathematics and Computer Science, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China

E-mail: Shelling-540@tom.com

LAN Xiao-ling, ZHOU Yong-quan, WEI Xiu-xi. Social evolutionary programming algorithm for TSP. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(26): 46-48.

Abstract: In this paper, a method—social evolutionary programming which combines social evolutionary programming and ant colony optimization is given to solve TSP. Firstly ant colony optimization is used as cognitive agents' cognitive learning, and then the global optimum is obtained by paradigm's learning and shift. Finally two examples are compared with the optimum that has been known, the result indicates that social evolutionary programming with fewer agents and less iterative times can also converge the optimum.

Key words: social evolutionary programming; ant colony optimization; Travelling Salesman Problem (TSP)

摘要: 将社会演化算法和蚁群算法相结合, 以蚁群算法作为认知主体的推理过程, 再以范式的学习和更新方式获得最优解, 提出一种求解 TSP 问题的社会演化算法。最后通过两个算例实验仿真与 TSP 已知最优解进行对比分析, 结果表明, 社会演化算法在种群规模较小, 迭代次数较少的情况下也可获得 TSP 最优解。

关键词: 社会演化算法; 蚁群算法; 旅行商问题

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.26.013 文章编号: 1002-8331(2009)26-0046-03 文献标识码: A 中图分类号: TP18

1 引言

旅行商问题, 即 TSP 问题 (Travelling Salesman Problem) 是经典的组合优化问题之一。在许多工程应用问题中, 如网络布线、物流配送、电路板钻孔等, 都可归结为 TSP 求解问题。因此, 寻找一种有效地解决 TSP 问题的算法具有重要的理论价值和背景。迄今为止, 人们已提出了许多有效地解决 TSP 问题的算法, 归结起来, 大致可分为两类: 精确算法和近似算法^[1]。精确算法就是找到 TSP 问题的最优解, 包括分支定界法^[2]、割平面法、分解法等, 这些算法只能计算小规模的问题, 并且算法实现比较复杂, 实际应用中存在很大的局限性。近似算法是在合理的时间内寻找 TSP 问题相对较优的解, 主要有近邻法^[3]、边交换法、退火算法^[4]、蚂蚁算法^[5]、神经网络算法^[6]、遗传算法^[7]、混合优化算法等, 这类算法的特点是智能化, 主要面向大规模的应用问题。

社会演化算法^[8] (Social Evolutionary Programming, SEP) 是一种基于范式转换的全局搜索算法, 它已被成功地用于解决一

些电力工程组合优化问题和聚类问题, 并显示出了很好的有效性和优越性。文中将社会演化算法和蚁群算法相结合, 以蚁群算法作为认知主体的推理过程, 再以范式的学习和更新方式获得最优解, 提出一种求解 TSP 问题的社会演化算法, 该方法的提出对于解决与 TSP 问题类似的组合优化问题具有重要的理论意义和应用价值。

2 社会演化算法

社会演化算法是建立在社会认知模型^[8] (Social Cognitive Model, SCM) 之上的。SCM 的参照系统是人类社会, 因此它的组织结构与人类社会本身有很多相似之处。与人类社会由大量个体组成相似, SCM 由大量的认知主体组成。一个认知主体就是一个具有简单推理、决策等能力的人工系统。每一个认知主体都有独立的认知能力, 经过一系列认知行为后可以得到一个局部最优解。

SEP 的思想是基于库恩的范式转换理论, 而传统的遗传算

基金项目: 国家自然科学基金 (the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60461001); 广西自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Guangxi of China under Grant No.0832082); 国家民委科研基金 (No.08GX01); 广西研究生教育创新计划资助项目 (No.T32084); 广西民族大学科研项目启动基金。

作者简介: 蓝晓玲 (1981-), 女, 硕士, 主要研究方向: 计算智能及其应用; 周永权 (1962-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 计算智能、神经网络及应用; 韦修喜 (1982-), 男, 硕士, 主要从事于神经网络及应用方面研究。

收稿日期: 2008-10-28 **修回日期:** 2008-12-22

法的思想基础是达尔文的进化论,这两种方法各自的寻优机制也是分别建立在这两种不同思想基础上的。传统遗传算法的寻优机制是基于“选择、交叉、变异”等一系列对编码的操作,而 SEP 的寻优机制则是基于范式的确立与更新以及认知主体对范式进行学习的一系列智能认知行为。这两种寻优机制都属于进化优化,在方法体系上有一定相通之处,即都是基于群体进化、优胜劣汰的思想,在具体技术手段上也能找出它们某些对应关系,但这两种寻优机制还是存在本质上的差异。SEP 用认知主体取代了传统遗传算法中的个体,由认知主体基于模仿人们认知过程的一系列决策行为来得到问题的一个可行解;在进化过程中,用基于范式学习与更新的进化寻优机制代替了传统遗传算法基于“模仿基因的遗传和变异”的进化寻优机制。

3 基于 SEP 求解 TSP 问题

3.1 认知主体的推理过程

在社会演化算法中,每个个体都是智能的,具有独立的认知能力。尝试以蚁群算法作为认知主体的认知推理过程。首先,简要地介绍一下蚁群算法的认知过程。

蚁群算法^[9]的认知过程如下:蚂蚁 $k(k=1,2,\dots,m)$ 在运动过程中,根据各条路径信息素数量决定转移方向。禁忌表 $tabu_k(k=1,2,\dots,m)$ 用来记录蚂蚁 k 当前走过的城市。在搜索过程中,蚂蚁根据各个路径上的信息素数量和启发信息计算转移概率。 $p_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由城市 i 到城市 j 的转移概率,即

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_s [\tau_{is}(t)]^\alpha [\eta_{is}(t)]^\beta}, & j \in allowed_k, s \in allowed_k \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $allowed_k = \{C - tabu_k\}$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的城市, α 表示轨迹相对重要性, β 表示能见度相对重要性, $\eta_{ij}(t)$ 为启发函数,即

$$\eta_{ij}(t) = \frac{1}{d_{ij}} \quad (2)$$

该启发函数表示了蚂蚁从城市 i 到城市 j 的期望程度。

设各城市之间的路径上的信息量可按下式更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t) \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

其中,式(3)中 $\rho \in (0,1)$,表示轨迹的持久性, $1-\rho$ 表示信息素的衰减程度。式(4)中 τ_{ij}^k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 ij 上的信息量, $\Delta \tau_{ij}^k$ 表示本次循环中路径 ij 上的信息量增量。

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环经过 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中, L_k 表示第 k 只蚂蚁环游一周的路径长度, Q 为常数。

认知主体通过上述蚁群算法可以得到一个局部最优解, n 个认知主体将产生 n 个各自的局部最优解,从而构成一个群体。

3.2 基于“范式学习与更新”的进化寻优过程

SEP 的基于“范式学习与更新”的进化寻优机制与传统 GA 的基于“选择、交叉”的进化寻优机制的目的都是继承优良信息。但它们之间仍然有本质区别:(1)传统遗传算法中优良信息的传播是一代传给一代的,不能隔代相传,所以没有打破代的

限制,而在 SEP 中,范式是独立于群体而存在的,而且其存在时间不受“代”的限制,直到被更好的范式所替换为止。因此,SEP 中优良信息的传播是持续而稳定的。(2)传统遗传算法中个体所继承的基因只是来源于上一代群体中的两个个体,而 SEP 则没有这个限制,认知主体可以继承多个甚至所有范式的优良信息。由以上两点可以看出,SEP 中优良信息的传播是超越“空间(两个个体)”和“时间(代)”的限制的。

3.2.1 范式的确立与更新

一个范式就是一个好的可行解记录,用 F_L 表示范式, M 表示范式的个数。 $F_L[i]$ 表示第 i 个范式($i=1,2,\dots,M$)。这 M 个范式按照其目标函数 $f(F_L[i])$ ^[8] 的值由低到高的顺序排列,即 $f(F_L[1]) \leq f(F_L[2]) \leq \dots \leq f(F_L[M-1]) \leq f(F_L[M])$ 。取路径长度为目标函数。

F_L 的初值都取为无限大,在算法的前 H 代,由以上介绍的蚁群算法得到一系列的可行解。每得到一个新的可行解 K_R 时,若它的目标函数 $f(K_R)$ 小于某个已有范式的目标函数值,就将该可行解 K_R 作为一个新的范式插入到按目标函数值递增的 M 个范式的适当位置,即对于 $j \in (1,M)$,若 $f(F_L[j-1]) < f(K_R) < f(F_L[j])$,则 $F_L[j] = K_R, F_L(j+1) = F_L[j], \dots, F_L[M] = F_L[M-1]$ 。

这样,在整个进化过程中,这 M 个范式始终处于一种动态更新状态。

3.2.2 认知主体对范式的学习

从第 $H+1$ 代开始,对于第 k 代的认知主体,其在生成一个新的可行解 K_R 时,通过复制第 $k-1$ 代范式中的一些元素完成学习。在第 k 代,采用“轮盘赌”的方式选择一个范式,认知主体按照对该范式的学习概率复制一部分在新范式中未被学习的元素,如此直到生成一个新的范式。

3.2.3 最优范式的强化与衰弱

为强化 SEP 的局部寻优能力,可以将“当前最优范式”(即 $F_L(1)$) 的学习概率 p_1 人为地适当增大。同时为防止整个社会群体对最优范式的“趋同”,从而降低全局寻优的能力, p_1 值还应“逐代衰减”,具体方法如下:

如果在第 R 代产生一个新的“当前最优范式” $F_L(1)$,那么在第 $R+1$ 代群体生成过程中,指定范式 $F_L(1)$ 被学习的概率为 $p_1^{[10]}$, $p_1 \in (0,1)$,其他范式被学习的概率 $p_i(i=2,3,\dots,M)$ 为

$$p_i = \frac{\left[\frac{1}{f(F_L[i])} \right] (1-p_1)}{\sum_{i=2}^M \frac{1}{f(F_L[i])}} \quad (6)$$

而从第 $R+2$ 到第 $R+t$ 代(假设在第 $R+t$ 代“当前最优范式”再次被更新,各代群体生成过程中,范式 $F_L(1)$ 被学习的概率 p_1 依次为

$$p_1^{R+i} = \begin{cases} p_1^R \times \frac{100-\mu}{100}^{(i-1)}, & \text{if } p_1^R \times \frac{100-\mu}{100} > \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n}, & \text{if } p_1^R \times \frac{100-\mu}{100} \leq \frac{1}{n} \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中, $i \in 2,3,\dots,t$,参数 μ 控制衰减速率,其上角标 $(i-1)$ 是乘方的次数。 μ 值越小,则衰减越慢。一般来说 $\mu \in (1,3)$ 为宜。其他范式被学习的概率 $p_i, i \in (2,3,\dots,M)$ 仍按公式(6)计算。

3.2.4 认知主体对范式的突破

为了使 SEP 具有完全的全局寻优能力,某些认知主体能

够突破现有的“范式学习”机制而独立尝试新的认知过程。这与传统 GA 中的“变异”操作类似。实现步骤如下:

(1) 设定认知主体变异概率阈值 α , 该值判断某个认知主体是否具有叛逆性格; 行为变异概率阈值 β , 该值判断某个具有叛逆性格的认知主体的行为叛逆概率。

(2) 每个认知主体开始其认知行为前, 首先通过一个均匀分布的随机数生成器产生一个随机数, 如果不大于认知主体变异概率阈值 α , 则该认知主体不具有叛逆性格, 其行为过程严格遵循上述“认知主体对范式的学习”所述的方式对现有范式继承的方式进行; 否则该认知主体具有叛逆性格, 转入步骤(3)。

(3) 如步骤(2)判断该认知主体具有叛逆性格, 则在该认知主体每一步认知行为前, 首先通过均匀分布的随机数生成器产生一个随机数, 如果不大于行为变异概率阈值 β , 则该行为不属于叛逆行为, 仍按上述“认知主体对范式的学习”所述的方式对现有范式继承的方式进行; 否则该行为属于叛逆行为, 直接按照 3.1 节所述产生一个新的个体。

以上给出了 SEP 求解 TSP 问题的方法, 其实施步骤可归纳如下:

步骤 1 在前 H 代, 由蚁群算法得到 TSP 问题的一系列局部最优解, 并以路径长度的升序序列对路径排序, 取前 M 个范式作为初始范式。

步骤 2 从第 $H+1$ 代开始, 在个体的认知过程前, 判断个体是否具有性格叛逆和叛逆行为, 如有则转步骤 3, 否则转步骤 4。

步骤 3 以蚁群方法单只蚂蚁的搜索得到一个新范式, 转步骤 5。

步骤 4 用“轮盘赌”方式选择一个范式, 并以该范式被学习的概率复制一部分未被学习的元素到新的范式, 如此反复直到生成一个新的范式, 转步骤 5。

步骤 5 将得到的新范式插入到按目标函数值升序排列的 M 个范式中的适当位置。

步骤 6 终止判断条件: 判断认知主体计数 N 是否已达到最大 $AgentNum$, 如未到, 则 N 加 1, 并转步骤 2。否则转步骤 7。

步骤 7 判断循环代数 NC 是否达到最大 NC_{max} , 若不到, 则 NC 加 1, 并转步骤 2。否则转步骤 8。

步骤 8 算法终止, 输出最优解、最优路径及其图。

4 仿真实例

以 TSP Benchmark 问题的 Att48 与 Oliver30 作为测试数据, 城市坐标见文献[11]。基于 Matlab 7.0 编程, 以下实验结果, 除 SEP 外, 其他均来自文献[9]。SEP 中各参数取值见表 1。

表 1 SEP 的各个参数

参数	M /个	G /代	H /代	α	β	p_1	μ
数值	15	200	10	0.8	0.6	0.8	1.5

在表 1 中, G 表示进化的代数。算法运行 10 次, 计算结果与其他方法所得结果的比较见表 2。

表 2 Oliver 30 结果比较

算法	平均值	最好解	最差解
基本遗传算法	483.457 2	467.684 4	502.574 2
基本蚁群算法	450.034 6	441.958 1	499.933 1
遗传蚁群混合(之一)	439.494 8	425.649 0	456.772 1
SEP	426.175 1	423.740 6	430.333 7

表 3 Att 48 结果比较

算法	平均值	最好解	最差解
基本遗传算法	38 541	38 732	42 458
基本蚁群算法	35 876	36 532	42 234
遗传蚁群混合(之一)	35 036	35 259	38 588
SEP	35 489	33 760	37 029

从表 2、表 3 可以看出, SEP 得到的最好解、最差解和平均值均优于基本遗传算法、基本蚁群算法和遗传蚁群算法所得的结果。图 1 为用 SEP 求得 Oliver 30 的最优路径图, 图 2 为 SEP 求得 Att 48 的最优路径图。

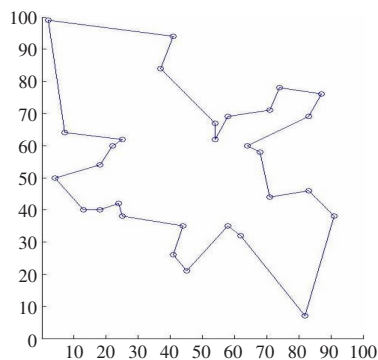


图 1 Oliver30 最优路径图

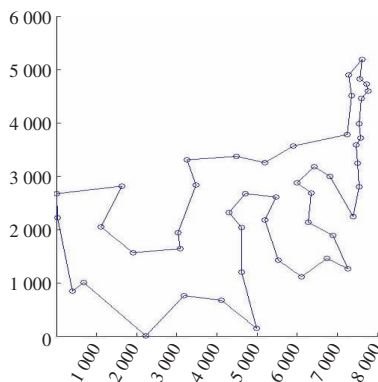


图 2 Att48 最优路径图

5 结论

尝试将社会演化算法用于解决典型的 TSP 问题, 并且与遗传算法、蚁群算法和遗传混合算法作了比较分析, 通过具体算例表明提出基于社会演化算法的求解方法对于求解 TSP 问题有着很高的效率。同时, 提出的求解 TSP 问题的社会演化算法同样也适用于解决其他的类似的组合优化问题。

参考文献:

- [1] 陈志平, 徐宗本. 计算机数学—计算机复杂性理论与 NPC、NP 难问题的求解[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [2] Carpaneto G, Toth P. Some new branching and bounding criteria for the asymmetric traveling salesman problem[J]. Management Science, 1980, 26.
- [3] Rosenkrantz D J, Stearns R E, Lewis P M. An analysis of several heuristics for the traveling salesman problem[J]. SIAM Journal of Computer, 1977, 6(1): 563-581.
- [4] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220(4598): 671-680.