概率粗糙集模型在机械故障诊断中的应用

王前震,蔡瑞英
WANG Qian-zhen,CAI Rui-ying

南京工业大学 信息科学与工程学院,南京 210009
College of Information Science and Engineering,Nanjing University of Technology,Nanjing 210009,China
E-mail:wangqz_2005@163.com

WANG Qian-zhen,CAI Rui-ying.Application of probabilistic rough set models to mechanical fault diagnosis.Computer Engineering and Applications,2009,45(28):222-224.

Abstract: In engineering application,for different reasons and various forms,mechanical fault diagnosis does not achieve desirable results.Probabilistic rough set model overcomes the lack of Pawlak rough set model in decision making under uncertainty knowledge.The model can make full use of statistical information around boundaries and give a completed description to given concepts,therefore it can extract decision-making rules with confirmed factors.The paper first explains probabilistic rough set model and introduces attribute reduction of the model,then describes probabilistic rough set model in the mechanical fault diagnosis application,which is about Bayes decision problem.Finally,the instance validates the feasible application of probabilistic rough set in mechanical fault diagnosis.
Key words: rough sets;probability;Bayes;machinery;fault diagnosis;decision

摘 要: 机械故障产生的机理比较多且表现形式具有不确定性,概率粗糙集模型弥补了 Pawlak 粗糙集模型在解决知识不确定性决策问题时的不足。概率粗糙集模型能充分利用近似边界区域提供的统计信息,并能对给定概念一个更完整的刻画,因而可以提取带有确定因子的决策规则。首先论述了概率粗糙集模型并引进了概率粗糙集模型的属性约简,然后介绍了在机械故障诊断中有关 Bayes 决策问题的概率粗糙集模型,最后用一个实例说明概率粗糙集模型在机械故障诊断中的应用。
关键词: 粗糙集;概率;Bayes;机械;故障诊断;决策
DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.28.067 **文章编号:** 1002-8331(2009)28-0222-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP18

机械故障诊断是典型的信息融合过程,需要对机械运行过程中表现出的特征信号(如振动、噪声)和机器运行参数(如工作介质压力、温度)等信息进行及时有效的分析并做出使风险最小的决策。在机械故障诊断过程中由于故障产生的机理具有多样性、随机性,并且通常面对的知识库具有不确定性。而 Pawlak 粗糙集模型是基于确定性知识库的,即它的近似空间是完全确定的,因此它忽略了可利用信息的不确定性。若仍旧按 Pawlak 粗糙集模型来处理随机产生的知识库的数据分析等问题就不能完全反应实际问题的实质。所以应用统计概率和粗糙集相结合的概率型粗糙集模型来减少机械故障诊断中决策的风险。

1 概率粗糙集模型

1.1 概率粗糙集模型定义

定义 1 U 为有限对象构成的论域,R 是 U 上的等价关系,其构成的等价类为:$U/R=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$。记 P 为定义在 U 的子集类构成的 σ 代数上的概率测度,三元组 $A_p=(U,R,P)$ 称为概率近似空间,U 中的每个子集称为概念, 它代表了一个随机事件。在以上概率近似空间 $A_p=(U,R,P)$上,可以定义概率粗糙集模型。

定义 2 任意 $X\subseteq U$,设 $0\leqslant\beta<\alpha\leqslant 1$,则概率近似空间 A_p 依参数 α、β 的下近似 $\underline{PI}_\alpha(X)$和 $\overline{PI}_\beta(X)$上近似可定义为:

$$\underline{PI}_\alpha(X)=\{x\in U|P(X|[x])\geqslant\alpha\},\overline{PI}_\beta(X)=\{x\in U|P(X|[x])>\beta\}$$

其中:$[x]$是与 x 具有相同描述的对象的全体,亦称为 x 的描述。当 $\underline{PI}_\alpha(X)=\overline{PI}_\beta(X)$时,称 X 是依参数 α、β 概率可定义的,否则称 X 是概率型粗糙集 X 关于 A_p 依参数 α、β 的正域、边界和负域分别为:

$$pos(X,\alpha,\beta)=\underline{PI}_\alpha(X)=\{x\in U|P(X|[x])\geqslant\alpha\}$$

$$bn(X,\alpha,\beta)=\{x\in U|\beta<P(X|[x])<\alpha\}$$

$$neg(X,\alpha,\beta)=U\backslash\overline{PI}_\beta=\{x\in U|P(X|[x])\leqslant\beta\}$$

1.2 概率粗糙集模型相对约简

属性约简是粗糙集模型中重要的概念之一,所谓一个约简是指保持和决策属性的依赖性相同的最小条件属性子集。笔者根据概率粗糙集模型的特点引入概率型粗糙集模型的相对

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金(the Natural Science Foundation of Department of Education of Jiangsu Province of China under Grant No.05KJB520048)。
作者简介: 王前震(1983-),男,硕士研究生,研究方向为:人工智能;蔡瑞英(1941-),女,教授,主要研究方向为:人工智能。
收稿日期: 2008-05-29 **修回日期:** 2008-09-04

约简。

定义 3 若 $S\subseteq R$，且 $S\neq\phi$，则 $\cap S$（S 中所有等价关系的交集）也是一个等价关系，称为 S 上的不可区分关系，记为 $ind(S)$。

定义 4 令 $S\subseteq\{R_1,R_2,\cdots,R_n\}$，集合 $Q\subset S$，在概率近似空间 $A_p=(U,R,P)$ 上当

$$POS_{ind(S)}(X,\alpha,\beta)=POS_{ind(S-\{Q\})}(X,\alpha,\beta)$$

$$bn_{ind(S)}(X,\alpha,\beta)=bn_{ind(S-Q)}(X,\alpha,\beta)$$

$$neg_{ind(S)}(X,\alpha,\beta)=neg_{ind(S-Q)}(X,\alpha,\beta)$$

同时成立，则称 Q 相对于 $A_p=(U,R,P)$ 在 S 中非必要的。

2 Bayes 决策方法

Bayes 决策是通过 Bayes 先验概率分析思想构造的决策方法，其核心是利用事件发生的先验概率，获得使风险最小的决策。以下利用粗糙集的概念，描述 Bayes 决策模型。

设 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$ 是具有有限个特征状态的集合，$A=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_m\}$ 是由 m 个可能决策行为构成的集合，$P(\omega_j|[x])$ 表示一个对象在描述 $[x]$ 下处于状态 ω_j 的概率，在 Bayes 理论中此概率一般为已知，设 $\lambda(\gamma_i|\omega_j)$ 表示特征状态 ω_j 时采用决策 r_i 风险损失。若对 x 的决策为 r_i，且 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$，则由全概公式可知 x 在描述 $[x]$ 下采用决策 r_i 的期望损失为：

$$R(r_i|[x])=\sum_{j=1}^{K}\lambda(\gamma_i|\omega_j)P(\omega_j|[x])$$

对描述 $[x]$，记 $\tau(x)$ 为一个决策规则，它是 A 的字集，另 R 是规则 $\tau(x)$ 下的期望总体风险，$R(\tau(x)|[x])$ 是描述 $[x]$ 下取决策 $\tau(x)$ 的条件风险，则：

$$R=\sum_{[x]}R(\tau(x)|[x])P([x])$$

显然，若决策规则 $\tau(x)$ 对每个 $[x]$ 都能使 $R(\tau(x)|[x])$ 尽可能地小，则总体风险 R 就能够达到最小，因此，可以构造 Bayes 决策的基本过程如下：

（1）$\forall x\in U$，求出 $R(r_i|[x])$，$i=1,2,\cdots,m$；

（2）给出一个 γ_i 使其 $R(\gamma_i|[x])$ 最小，此 r_i 即为最佳决策。

3 Bayes 决策的概率粗糙集模型

Bayes 决策的概率粗糙集模型见参考文献[1]。

4 机械故障诊断中的 Bayes 决策的概率粗糙集模型

$U=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ 为一批相同的机械部件（论域）。ω 表示机械部件存在某一故障，$\sim\omega$ 表示部件正常。这样 $\Omega=\{\omega,\sim\omega\}$。$pos(\omega)$、$neg(\omega)$ 和 $bn(\omega)$ 分别为正域（存在故障需要处理的机械部件集合）、负域（肯定工作正常而不需要处理的机械部件集合）和边界（进一步观察的机械部件集合）。$[x]$ 为表现某种特征机械部件的集合，对任一机械部件 x 表现 $[x]$ 有三种可能的决策：

肯定决策 γ_1：$x\in pos(\omega)$，即 $\gamma_1:[x]\rightarrow pos(\omega)$

否定决策 γ_2：$x\in neg(\omega)$，即 $\gamma_2:[x]\rightarrow neg(\omega)$

待定决策 γ_3：$x\in bn(\omega)$，即 $\gamma_2:[x]\rightarrow bn(\omega)$

这时，$A=\{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\}$。令 $\lambda(\gamma_i|\omega)$ 为机械部件存在故障而采用决策 γ_i 的风险，$\lambda(\gamma_i|\sim\omega)$ 为机械部件正常而采用决策 γ_i 的风险，$P(\omega|[x])$ 为机械表现 $[x]$ 下存在故障的概率，$P(\sim\omega|[x])$ 为机械表现 $[x]$ 下不存在故障的概率。

可知：$P(\omega|[x])+P(\sim\omega|[x])=1$。另根据实际情况：

$\lambda_{11}\leqslant\lambda_{31}<\lambda_{21}$ 且 $\lambda_{12}>\lambda_{32}\geqslant\lambda_{22}$

根据 Bayes 决策的风险最小规则经计算可知（推理过程见 Bayes 决策的概率粗糙集模型）：

肯定决策 γ_1：$x\in pos(\omega)$，若 $P(\omega|[x])\geqslant\alpha$，$P(\omega|[x])\geqslant\gamma$

否定决策 γ_2：$x\in neg(\omega)$，若 $P(\omega|[x])\leqslant\gamma$，且 $P(\omega|[x])\leqslant\beta$

待定决策 γ_3：$x\in bn(\omega)$，若 $\beta\leqslant P(\omega|[x])\leqslant\alpha$

其中：

$$\alpha=\frac{\lambda_{12}-\lambda_{32}}{\lambda_{31}-\lambda_{11}+\lambda_{12}-\lambda_{32}},\beta=\frac{\lambda_{32}-\lambda_{22}}{\lambda_{21}-\lambda_{31}+\lambda_{32}-\lambda_{22}},\gamma=\frac{\lambda_{12}-\lambda_{22}}{\lambda_{21}-\lambda_{11}+\lambda_{12}-\lambda_{22}}$$

（1）若 $\beta<\alpha$ 时，则 $\beta<r<\alpha$

$pos(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x])\geqslant\alpha\}$

$neg(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x])\leqslant\beta\}$

$bn(\omega)=\cup\{[x]|\beta<P(\omega|[x])<\alpha\}$

（2）若 $\beta=\alpha$ 时，则 $\gamma=\beta=\alpha$

$pos(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x])>\alpha\}$

$neg(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x])<\beta\}$

$bn(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x])=\alpha\}$

以上结论的推理过程可以见参考文献[1-2]。

5 应用实例

以某工业环境下采集的滚动轴承的故障征兆数据为例，共选取了 13 组历史样本记录，见表 1。其中 c_1 至 c_4 为条件属性集，c_1 表示频率在 0.1~1 kHz 轴向上的振动加速度，c_2 表示频率在 1~11 kHz 轴向上的振动加速度，c_3 表示频率在 0.1~1 kHz 径向水平方向上的振动加速度，c_4 表示频率在 1~11 kHz 径向水平方向上的振动加速度。d=0 表示轴承正常，d=1 表示轴承故障。

由于粗糙集理论无法直接处理连续数值，首先需要对数据进行离散化，常用的离散化方法有等间距法、等频距法、最小熵法等。这里采用自组织特征映射神经网络（Self-Organizing Map，SOM）的聚类方法[3-4]对连续属性进行离散化，其主要特点是可通过控制竞争层神经元的数目来确定聚类的数目，得到较好的离散化结果。这里可以选择 Matlab 语言的神经网络工具箱中提供的新建、训练、模拟等函数仿真整个学习过程，其中每个条件属性的聚类数目为 3，训练步数为 1 000。最终的离散化结果见表 2。

表 1 滚动轴承故障征兆数据

U	c_1	c_2	c_3	c_4	d
x_1	4.5	23.5	28.0	53.0	0
x_2	6.5	8.5	27.5	8.5	0
x_3	15.0	24.5	29.0	16.5	0
x_4	5.5	6.5	8.5	18.5	0
x_5	6.5	35.0	28.0	58.0	0
x_6	7.5	44.0	27.5	78.0	0
x_7	8.0	23.0	48.0	37.0	1
x_8	14.5	43.0	11.5	49.0	1
x_9	6.0	25.0	31.0	56.0	1
x_{10}	9.5	37.0	27.0	92.0	1
x_{11}	7.5	33.0	43.5	20.0	1
x_{12}	26.0	24.5	12.5	38.0	1
x_{13}	28.0	25.5	16.5	59.0	1

表 2 离散化后的决策表

U	c_1	c_2	c_3	c_4	d
x_1	1	2	2	3	0
x_2	1	1	2	1	0
x_3	2	2	2	1	0
x_4	1	1	1	1	0
x_5	1	3	2	3	0
x_6	1	3	2	3	0
x_7	1	2	3	2	1
x_8	2	3	1	2	1
x_9	1	2	2	3	1
x_{10}	1	3	2	3	1
x_{11}	1	3	3	1	1
x_{12}	3	2	1	2	1
x_{13}	3	2	1	3	1

下面对表 2 进行属性约简，设 $K=(U,P)$ 是一个知识库，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_{13}\}$，令 $P=\{c_1,c_2,c_3,c_4\}$，则由 P 导出的等价类为：

$U/ind(P)=\{\{x_1,x_9\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5,x_6,x_{10}\},\{x_7\},\{x_8\},\{x_{11}\},\{x_{12}\},\{x_{13}\}\}$

现从 P 中去掉 c_1,因为:

$U/ind(P-\{c_1\})=\{\{x_1,x_9\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5,x_6,x_{10}\},\{x_7\},\{x_8\},\{x_{11}\},\{x_{12}\},\{x_{13}\}\}=U/ind(P)$

所以属性 c_1 为 P 中非决策属性,c_1 是 P 中非必要的,所以决策属性为 c_2、c_3、c_4。以上过程是经典的属性约简推理过程。根据2、3、4节理论分析和推导,Bayes 决策是由结果导出原因的过程,只有对决策风险和决策结果做到"心中有数"的基础上,才能有效地审视上面决策表而做出风险最小的决策。根据机械故障诊断中的 Bayes 决策的概率粗糙集模型,可以设 Ω={滚动轴承有问题,滚动轴承没问题};ω={滚动轴承有问题的机械};ϖ ={滚动轴承没有问题的机械}。设 γ_1、γ_2、γ_3 分别表示需要更换滚动轴、不需要更换滚动轴、维修观察三种决策,其风险风别为:

$\lambda_{11}=0.15,\lambda_{12}=0.16,\lambda_{21}=0.40,\lambda_{22}=0.01,\lambda_{31}=0.28,\lambda_{32}=0.04$

根据,$\alpha=0.48,\beta=0.20,\gamma=0.56$,显然 $\beta<\alpha$。

于是得到 ω 的正域、负域和边界分别为:

$pos(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x]\geqslant 0.48\}$

$neg(\omega)=\cup\{[x]|P(\omega|[x]\leqslant 0.20\}$

$bm(\omega)=\cup\{[x]|0.20<P(\omega|[x])<0.48\}$

根据决策属性 $d=\{0,1\}$,以及 $P(\omega|\{x_1,x_9\})=0.5$,$P(\omega|\{x_7\})=1$,$P(\omega|\{x_8\})=1$,$P(\omega|\{x_{11}\})=1$,$P(\omega|\{x_{12}\})=1$,$P(\omega|\{x_{13}\})=1$,$P(\omega|\{x_2\})=0$,$P(\omega|\{x_3\})=0$,$P(\omega|\{x_4\})=0$,$P(\omega|\{x_5,x_6,x_{10}\})=0.33$,可以判断出:

$pos(\omega)=\{\{x_1,x_9\},\{x_7\},\{x_8\},\{x_{11}\},\{x_{12}\},\{x_{13}\}\}$

$neg(\omega)=\{\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\}\}$

$bn(\omega)=\{\{x_5,x_6,x_{10}\}\}$

所以可得决策规则如下:

集合$\{x_1,x_9\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,2)\wedge(c_4,3)\xrightarrow{0.5}(d,1)\rightarrow r_1$

集合$\{x_7\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,3)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$

集合$\{x_8\}$的决策规则为:$(c_2,3)\wedge(c_3,1)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$

集合$\{x_{11}\}$的决策规则为:$(c_2,3)\wedge(c_3,3)\wedge(c_4,1)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$

集合$\{x_{12}\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,1)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$

集合$\{x_{13}\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,1)\wedge(c_4,3)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$

集合$\{x_2\}$的决策规则为:$(c_2,1)\wedge(c_3,2)\wedge(c_4,1)\xrightarrow{0}(d,1)\rightarrow\gamma_2$

集合$\{x_3\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,2)\wedge(c_4,1)\xrightarrow{0}(d,1)\rightarrow\gamma_2$

集合$\{x_4\}$的决策规则为:$(c_2,1)\wedge(c_3,1)\wedge(c_4,1)\xrightarrow{0}(d,1)\rightarrow\gamma_2$

集合$\{x_7\}$的决策规则为:$(c_2,3)\wedge(c_3,2)\wedge(c_4,3)\xrightarrow{0.33}(d,1)\rightarrow\gamma_3$

当滚动轴承在工作过程中根据滚动轴承的故障征兆数据可按照上面的规则做出风险最低的决策。比如原始数据为{*,22.5,46.5,52.0},离散化后为{*,2,3,3},由于符合 $P(\omega|\{x_7\})=1$,集合$\{x_7\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_3,3)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$,立即可以做出更换轴承的决定。

下面看另一种情况原始数据为{*,26.5,25.5,37.5},数据离散化为{2,2,2},并未发现适合此种情况的规则。在这种情况下采用了基于概率型模型的对属性的相对约简。

下面对 c_2 进行约简:

$U/\{c_3,c_4\}=\{\{x_1,x_5,x_6,x_9,x_{10}\},\{x_2,x_3\},\{x_4\},\{x_7\},\{x_8,x_{12}\},\{x_{11}\},\{x_{13}\}\}$

此时 $pos(\omega)$、$neg(\omega)$和 $bn(\omega)$与 c_2 约简前不同,所以 c_2 是必要属性。对 c_3 进行约简:

$U/\{c_2,c_4\}=\{\{x_1,x_9\},\{x_2,x_4\},\{x_3\},\{x_5,x_6,x_{10}\},\{x_7,x_{12}\},\{x_8\},\{x_{11}\},\{x_{13}\}\}$

而此时:

$pos(\omega)=\{\{x_1,x_9\},\{x_7\},\{x_8\},\{x_{11}\},\{x_{12}\},\{x_{13}\}\}$

$neg(\omega)=\{\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\}\}$

$bn(\omega)=\{\{x_5,x_6,x_{10}\}\}$

而这些与属性 c_3 约简前相同,所以 c_3 是不必要属性。同样可以推出 c_4 是必要属性。

根据上面的属性约简属性,c_2、c_4 已经为人们做出风险最小的决策提供了足够的知识。根据上面的约简可以得出下面的一条规则:$P(\omega|\{x_7,x_{12}\})=1$,集合$\{x_7,x_{12}\}$的决策规则为:$(c_2,2)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$。所以数据离散化为{2,2,2}符合$(c_2,2)\wedge(c_4,2)\xrightarrow{1}(d,1)\rightarrow\gamma_1$ 这条规则,可以做出更换滚动轴承的决策。

6 结束语

作为处理不确定性和不精确性问题的一种数学工具,目前粗糙集理论已经成功应用于机械故障诊断。传统 Pawlak 模型是建立在绝对精度的包含关系上,这限制了粗糙集理论的应用,而基于概率测度的概率型粗糙集成功引入了边界思想可以弥补 Pawlak 模型的不足,而该文滚动轴承故障诊断实例正是这种思想在机械故障诊断中有关决策分析、规则提取问题的成功应用,依靠概率模型的概率测度因子能最大程度减少机械故障诊断中由于知识不确定性所带来的风险。

参考文献:

[1] 张淮中.Bayes 决策的概率型粗糙集模型[J].小型微型计算机系统,2004,25(3):407-409.

[2] 张文修,吴伟志,梁吉业,等.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社,2001.

[3] 王伟.人工神经网络原理—入门与应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,1995.

[4] 李春华,李宁.自组织特征映射神经网络原理和应用研究[J].北京师范大学学报:自然科学版,2006,42(5).

[5] 刘青.Rough 集及 Rough 推理[M].北京:科学出版社,2001.

[6] 李凯,赵克.概率粗糙集模型的机械故障诊断研究[J].机械科学与技术,2005,24(12):1137-1440.

[7] 王基一,许黎明.概率粗糙集模型[J].计算机科学,2002(8):76-78.

[8] 张志武,孙新娟.利用自组织特征映射神经网络实现数据分区[J].软件导刊,2007(10):130-131.

[9] Kumar S.Neural networks[M].北京:清华大学出版社,2006.

[10] 张登峰,王执铨.故障特征选择与诊断规则提取的 VPRS 模型方法[J].系统仿真学报,2003,15(6):793-803.

[11] Pawlak Z.Rough sets[J].International Journal of Information and Computer Science,1982,11(5):314-356.

[12] Pawlak Z.Rough sets:Theoretical aspects of reasoning about data[M].London:Kluwer Academic Publishers,1991.

[13] Wojciech Z.Variable precision rough set model[J].Journal of Computer and System Sciences,1993,46(1):39-59.

[14] Nowicki R.Evaluation of vibroacoustic diagnostic symptoms by means of the rough sets theory[J].Computers in Industry,1992,20(2):141-152.