单向S-粗直觉模糊集

牛彩云，杨　勇，金　兰
NIU Cai-yun，YANG Yong，JIN Lan

西北师范大学 数学与信息科学学院，兰州 730070
College of Mathematics and Information Science，Northwest Normal University，Lanzhou 730070，China
E-mail：niucaiyunz@163.com

NIU Cai-yun，YANG Yong，JIN Lan.One-direction S-rough intuitionistic fuzzy sets.Computer Engineering and Applications，2009，45（27）：53-55.

Abstract： According to the fuzzy，uncertain and dynamical properties of the systems，based on intuitionistic fuzzy sets and one-direction S-rough sets，one-direction S-rough intuitionistic fuzzy sets is proposed.The structure，properties，existing background and meaning explanation of one-direction S-rough intuitionistic fuzzy sets are presented.The relations of one-direction S-rough intuitionistic fuzzy sets，Pawlak rough sets，one-direction S-rough fuzzy sets and one-direction S-rough sets are analyzed.
Key words： one-direction S-rough intuitionistic fuzzy sets；membership function；nonmembership function；intuitionistic fuzzy transfer

摘　要： 针对系统具有的模糊、不确定及动态特性，基于直觉模糊集和单向S-粗集理论，提出单向S-粗直觉模糊集，给出它的结构、性质、存在背景和意义解释。分析了单向S-粗直觉模糊集与Pawlak粗集，单向S-粗模糊集以及单向S-粗集等之间的关系。
关键词： 单向S-粗直觉模糊集；隶属函数；非隶属函数；直觉模糊迁移
DOI： 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.27.017　**文章编号：** 1002-8331（2009）27-0053-03　**文献标识码：** A　**中图分类号：** TP18

1　引言

粗集理论是由波兰数学家Z.Pawlak于1982年提出的用于数学分析的理论[1]，被广泛应用于模式识别、机器学习、决策支持、过程控制等领域。由L.A.Zadeh提出的模糊集理论[2]在处理不确定知识方面同样得到广泛应用，而Atanassov提出的直觉模糊集[3-4]是对Zadeh模糊集理论的进一步扩充和发展。直觉模糊集增加了一个新的属性参数：非隶属度函数，进而可以描述“非此非彼”的“模糊概念”，使其能够更加细腻地刻画现实世界的模糊本质。然而，粗糙集和直觉模糊集理论涉及的概念和知识都是静态的，不具有动态特性。于是，山东大学史开泉教授于2002年提出S-粗集理论[5]，使其能够处理具有动态特性的对象集合，但其不具有模糊性。针对这类问题，文献[6]和文献[7]给出具有单向动态迁移特性的粗糙模糊集及其特性。该文在文献[1-7]基础上，提出单向S-粗直觉模糊集，这将为直觉模糊集理论提供更为广泛的应用领域。

2　预备知识

约定：设(U,R)为Z.Pawlak近似空间，U为有限论域，R是定义在U上的等价关系，$[x]_R$为U上的R-等价类。

2.1　直觉模糊集

定义1 设U是一个给定的有限论域，则U上的一个直觉模糊集A为：

$$A=\{<x,\mu_A(x),\gamma_A(x)>|x\in U\}$$

其中，$\mu_A(x):U\rightarrow[0,1]$和$\gamma_A(x):U\rightarrow[0,1]$分别代表$A$的隶属函数$\mu_A(x)$和非隶属函数$\gamma_A(x)$，且对于$A$上的所有$x\in U$，$0\leqslant\mu_A(x)+\gamma_A(x)\leqslant 1$成立。

当U为连续空间时，$A=\int_X<\mu_A(x)+\gamma_A(x)>/x,x\in U$；当$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$为离散空间时，$A=\sum_{i=1}^{n}<\mu_A(x_i)+\gamma_A(x_i)>/x_i,x_i\in U$，$i=1,2,\cdots,n$。直觉模糊集$A$可简记作$A=<x,\mu_A(x),\gamma_A(x)>$或$A=<\mu_A(x),\gamma_A(x)>/x$。

对U中的每一个直觉模糊子集，称$\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\gamma_A(x)$为$A$中$x$的直觉指数，它是$x$对$A$的犹豫程度的一种测量，表示“非此非彼”的中立状态。

命题1 设A、B是两个直觉模糊集，则

（1）$A\subseteq B$ iff $(\forall x\in U)(\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)\&\gamma_A(x)\geqslant\gamma_B(x))$；

（2）$A=B$ iff $A\subseteq B\&B\subseteq A$；

（3）$A\cap B=\{<\min(\mu_A(x),\mu_B(x)),\max(\gamma_A(x),\gamma_B(x))>/x|x\in U\}$；

（4）$A\cup B=\{<\max(\mu_A(x),\mu_B(x)),\min(\gamma_A(x),\gamma_B(x))>/x|x\in U\}$。

2.2　单向S-粗集

定义2 设U为有限论域，F是定义在U上的元素迁移族，

基金项目： 国家自然科学基金（the National Natural Science Foundation of China under Grant No.10771171）；甘肃省教育厅科研基金（No.0701-16）；兰州市科技攻关项目（No.2008-1-34）。
作者简介： 牛彩云（1981-），女，硕士，主要研究领域为：数据挖掘与粗糙集理论；杨勇（1967-），男，博士，副教授，主要研究领域为：数据挖掘与粗糙集理论；金兰（1981-），女，硕士，主要研究领域为：数据挖掘与粗糙集理论。
收稿日期： 2008-11-03　**修回日期：** 2009-01-15

称 X°是 U 上的单向奇异集合（one direction Singular Set），简称单向 S-集合，如果$f\in F$且

$$X^{\circ}=X\cup\{x|u\in U,u\notin X,f(u)=x\in X\};$$

称 X^{f}为 X 的 f 扩张，如果

$$X^{f}=\{x|u\in U,u\notin X,f(u)=x\in X\}$$

定义 3 设 X°是 U 上的单向 S-集合，$X^{\circ}\subseteq U$，$f\in F$ 是 U 上定义的元素迁移，称$(R,F)_{\circ}(X^{\circ})$是单向 S-集合 X°的下近似，如果

$$(R,F)_{\circ}(X^{\circ})=\cup[x]_R=\{x|x\in[f(x)]_R\cup[x]_R\subseteq X^{\circ}\}$$

称$(R,F)^{\circ}(X^{\circ})$是单向 S-集合 X°的上近似，如果

$$(R,F)^{\circ}(X^{\circ})=\cup[x]_R=\{x|x\in[f(x)]_R\cap X^{\circ}\neq\phi\wedge[x]_R\cap X^{\circ}\neq\phi\}$$

定义 4 称集合对$((R,F)_{\circ}(X^{\circ}),(R,F)^{\circ}(X^{\circ}))$是 $X^{\circ}\subseteq U$ 在近似空间(U,R)上的单向奇异粗集，简称单向 S-粗集。

定义 5 称 $A_s(X^{\circ})$是单向 S-粗集$((R,F)_{\circ}(X^{\circ}),(R,F)^{\circ}(X^{\circ}))$生成的副集，如果 $A_s(X^{\circ})=\{x|u\in U,u\notin X,f(u)=x\,\widetilde{\in}\,X,\forall f\in F\}$。

注："$\widetilde{\in}$"表示在迁移函数$f\in F$作用下，$f(u)=x$ 不能完全迁入集合 X。

3　单向 S-粗直觉模糊集

定义 6 设 U 为有限论域，$F(U)$为论域 U 上直觉模糊集的全体，$A\in F(U)$，且 $A=\sum_{i=1}^{n}<\mu_A(x_i)+\gamma_A(x_i)>/x_i$，称 $F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$是定义在 U 上的直觉模糊元素迁移族，$f_i\in F(i=1,2,\cdots,n)$是直觉模糊集上的元素迁移，如果$f_i\in F$且满足：

$$\exists u\in U,F_A(u)=<\mu_A(u)+\gamma_A(u)>/u\Rightarrow F_A(f_i(u))=$$
$$<\mu_A(f_i(u)),\gamma_A(f_i(u))>/u$$

其中 $\mu_A(u)<\mu_A(f_i(u))$，$\gamma_A(u)>\gamma_A(f_i(u))$。

定义 7 设 U 是有限论域，$F(U)$是 U 上的直觉模糊集合的全体，$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$是定义在 $F(U)$上的直觉模糊迁移族，$A\in F(U)$，称 A°是 A 的单向 S-直觉模糊集合，如果

$$A^{\circ}=A\cup\{f(u)|u\in U,\mu_A(f(u))>\mu_A(u),\gamma_A(f(u))<\gamma_A(u)\}$$

称 A^{f}为 A 的 f 扩张，如果

$$A^{f}=\{f(u)|u\in U,\mu_A(f(u))>\mu_A(u),\gamma_A(f(u))<\gamma_A(u)\}$$

定义 8 设(U,R)为 Z.Pawlak 近似空间，$A^{\circ}\in F(U)$是 U 上的单向 S-直觉模糊集合，称$(R,F)_{\circ}(A^{\circ})$是单向 S-直觉模糊集合 A°的下近似，如果满足

$$(R,F)_{\circ}(A^{\circ})=\bigwedge_{\substack{u\in U\\R(u,x)}}A^{\circ}(u)=\bigwedge_{\substack{u\in U\\R(u,x)}}(A(u)\vee(\bigvee_{f\in F}A(f(u))))$$

$(R,F)^{\circ}(A^{\circ})$是单向 S-直觉模糊集合 $A^{\circ}\in F(U)$的上近似，如果满足

$$(R,F)^{\circ}(A^{\circ})=\bigvee_{u\in U}(R(u,x)\wedge A^{\circ}(u))=$$
$$\bigvee_{u\in U}(R(u,x)\wedge(A(u)\vee(\bigvee_{f\in F}A(f(u)))))$$

注 $R(u,x)$表示元素 $u\in U$ 和 $x\in U$ 之间存在等价关系。

定义 9 称集合对$((R,F)_{\circ}(A^{\circ}),(R,F)^{\circ}(A^{\circ}))$为 $A^{\circ}\in F(U)$在 $K=(U,R)$上的单向 S-粗直觉模糊集。

定义 10 设$(R,F)(A^{\circ})$，$(R,F)(B^{\circ})$分别是直觉模糊集 A、B 的单向 S-粗直觉模糊集，称$(R,F)(A^{\circ})$与$(R,F)(B^{\circ})$相等，如果

$$(R,F)_{\circ}(A^{\circ})=(R,F)_{\circ}(B^{\circ})\text{且}(R,F)^{\circ}(A^{\circ})=(R,F)^{\circ}(B^{\circ});$$

若$(R,F)^{\circ}(A^{\circ})\subseteq(R,F)^{\circ}(B^{\circ})$且$(R,F)_{\circ}(A^{\circ})\subseteq(R,F)_{\circ}(B^{\circ})$，则$(R,F)(A^{\circ})\subseteq(R,F)(B^{\circ})$。

定义 11 设$(R,F)(A^{\circ})$，$(R,F)(B^{\circ})$分别是直觉模糊集 A、B 的单向 S-粗直觉模糊集，$(R,F)(A^{\circ})$与$(R,F)(B^{\circ})$的并记作$(R,F)(A^{\circ})\cup(R,F)(B^{\circ})$，其隶属函数和非隶属函数分别为：

$$\mu_{(R,F)(A^{\circ})\cup(R,F)(B^{\circ})}(x)=(\mu_{(R,F)_{\circ}(A^{\circ})}(x)\vee$$
$$\mu_{(R,F)_{\circ}(B^{\circ})}(x),\mu_{(R,F)^{\circ}(A^{\circ})}(x)\vee\mu_{(R,F)^{\circ}(B^{\circ})}(x))$$
$$\gamma_{(R,F)(A^{\circ})\cup(R,F)(B^{\circ})}(x)=(\gamma_{(R,F)_{\circ}(A^{\circ})}(x)\wedge$$
$$\gamma_{(R,F)_{\circ}(B^{\circ})}(x),\gamma_{(R,F)^{\circ}(A^{\circ})}(x)\wedge\gamma_{(R,F)^{\circ}(B^{\circ})}(x))$$

$(R,F)(A^{\circ})$与$(R,F)(B^{\circ})$的交记作$(R,F)(A^{\circ})\cap(R,F)(B^{\circ})$，其隶属函数和非隶属函数分别为：

$$\mu_{(R,F)(A^{\circ})\cap(R,F)(B^{\circ})}(x)=(\mu_{(R,F)_{\circ}(A^{\circ})}(x)\wedge$$
$$\mu_{(R,F)_{\circ}(B^{\circ})}(x),\mu_{(R,F)^{\circ}(A^{\circ})}(x)\wedge\mu_{(R,F)^{\circ}(B^{\circ})}(x))$$
$$\gamma_{(R,F)(A^{\circ})\cap(R,F)(B^{\circ})}(x)=(\gamma_{(R,F)_{\circ}(A^{\circ})}(x)\vee$$
$$\gamma_{(R,F)_{\circ}(B^{\circ})}(x),\gamma_{(R,F)^{\circ}(A^{\circ})}(x)\vee\gamma_{(R,F)^{\circ}(B^{\circ})}(x))$$

命题 2 设 A、B 是两个直觉模糊集，则

(1)$(R,F)_{\circ}(A^{\circ})\subseteq A^{\circ}\subseteq(R,F)^{\circ}(A^{\circ})$；

(2)$(R,F)_{\circ}(\emptyset)=(R,F)^{\circ}(\emptyset)=\emptyset$，$(R,F)_{\circ}(U)=(R,F)^{\circ}(U)=U$；

(3)$(R,F)_{\circ}(A^{\circ}\cap B^{\circ})=(R,F)_{\circ}(A^{\circ})\cap(R,F)_{\circ}(B^{\circ})$，
$(R,F)^{\circ}(A^{\circ}\cup B^{\circ})=(R,F)^{\circ}(A^{\circ})\cup(R,F)^{\circ}(B^{\circ})$；

(4)$(R,F)^{\circ}(A^{\circ}\cap B^{\circ})\subseteq(R,F)^{\circ}(A^{\circ})\cap(R,F)^{\circ}(B^{\circ})$，
$(R,F)_{\circ}(A^{\circ}\cup B^{\circ})\supseteq(R,F)_{\circ}(A^{\circ})\cup(R,F)_{\circ}(B^{\circ})$；

(5)$A^{\circ}\subseteq B^{\circ}\Rightarrow(R,F)_{\circ}(A^{\circ})\subseteq(R,F)_{\circ}(B^{\circ})$，
$(R,F)^{\circ}(A^{\circ})\subseteq(R,F)^{\circ}(B^{\circ})$；

(6)$(R,F)_{\circ}(((R,F)_{\circ}(A^{\circ}))^{\circ})\subseteq(R,F)_{\circ}(A^{\circ})$，
$(R,F)^{\circ}(((R,F)^{\circ}(A^{\circ}))^{\circ})\supseteq(R,F)^{\circ}(A^{\circ})$；

(7)$(R,F)^{\circ}(((R,F)_{\circ}(A^{\circ}))^{\circ})\supseteq(R,F)_{\circ}(A^{\circ})$，
$(R,F)_{\circ}(((R,F)^{\circ}(A^{\circ}))^{\circ})\subseteq(R,F)^{\circ}(A^{\circ})$。

该命题证明根据上面定义和命题 1 易得，在此不给出证明。

4　单向 S-粗直觉模糊与 Z.Pawlak 粗集，单向 S-粗集，单向 S-粗模糊集等之间的关系

命题 3（单向 S-粗直觉模糊集与直觉模糊集的关系） 设 F 是定义在论域 U 上的元素迁移族，若 $F=\emptyset$，则单向 S-粗直觉模糊集退化成直觉模糊集。

命题 4（单向 S-粗直觉模糊集与单向 S-粗模糊集的关系） 若 A 中元素 x 的直觉指数 $\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\gamma_A(x)=0$，则直觉模糊集退化成模糊集，相应的，单向 S-粗直觉模糊集退化成单向 S-粗模糊集。

命题 5（单向 S-粗直觉模糊集与 Pawlak 粗集的关系） 若 A 为经典集合，则单向 S-粗直觉模糊集退化成单向 S-粗集，进一步，若 $F=\emptyset$，则单向 S-粗直觉模糊集退化成 Pawlak 粗集。

因而它们之间存在如图 1 所示的关系：

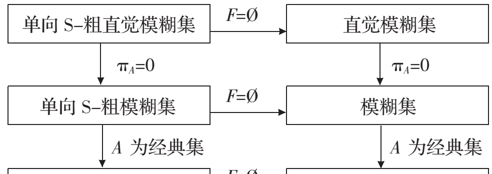

图 1　关系图

5 单向S-粗直觉模糊集的存在背景和意义解释

雷达目标的识别是一种具有很强不确定性和动态性的问题,只有抓住它的核心信息,才能准确地对目标进行识别。由雷达识别的影响因素构成的论域 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_6\}$,其中 $u_1,u_2,\cdots,u_6$ 分别表示雷达目标的一维距离像、声信号、RCS、航迹,速度及加速度等信息。考虑各个因素对目标识别影响程度,得到 U 上的模糊概念 $A=\{<0.74,0.22>/u_1,<0.68,0.25>/u_2,<0.25,0.10>/u_3,<0.65,0.24>/u_4,<0.20,0.15>/u_5,<0.93,0.04>/u_6\}$,然而,由于环境等各个条件是变化的,而且识别也因人而异,因此上述各因素对目标识别的影响程度也是变化的。

设 $F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$ 为 U 上的元素迁移族,若在 $f_1\in F$ 的作用下,u_2 的隶属度和非隶属度分别由0.68和0.25变化成0.88和0.08,即 $\mu_A(f_1(u_2))=0.88$,$\gamma_A(f_1(u_2))=0.08$,同样,在 $f_2\in F$ 的作用下,u_5 的隶属度和非隶属度分别由0.20和0.15变化成0.30和0.09,即 $\mu_A(f_2(u_5))=0.30$ 和 $\gamma_A(f_2(u_5))=0.09$。从而,可以看到,在 F 的作用下直觉模糊集 A 发生动态变化,得到 A°,且

$$A^\circ=\{<0.74,0.22>/u_1,<0.88,0.08>/u_2,<0.25,0.10>/u_3,<0.65,0.24>/u_4,<0.25,0.10>/u_5,<0.93,0.04>/u_6\}$$

又设 $U/R=\{\{u_1,u_4\},\{u_2\},\{u_3,u_5\},\{u_6\}\}$,则 A° 的下、上近似分别为:

$$(R,F)_\circ(A^\circ)=\{<0.65,0.24>/u_1,<0.88,0.08>/u_2,<0.25,0.10>/u_3,<0.65,0.24>/u_4,<0.25,0.10>/u_5,<0.93,0.04>/u_6\}$$

$$(R,F)^\circ(A^\circ)=\{<0.74,0.22>/u_1,<0.88,0.08>/u_2,<0.30,0.09>/u_3,<0.74,0.22>/u_4,<0.30,0.09>/u_5,<0.93,0.04>/u_6\}$$

由下近似得:

$$\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_6))=0.93>\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_2))=0.88>\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_1))=\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_4))>\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_3))=\mu_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_5))$$

$$\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_6))=0.04<\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_2))=0.08<\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_3))=\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_5))<\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_1))=\gamma_A((R,F)_\circ(A^\circ)(u_4))$$

由上近似得:

$$\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_6))=0.93>\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_2))=0.88>\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_1))=\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_4))>\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_3))=\mu_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_5))$$

$$\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_6))=0.04<\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_2))=0.08<\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_3))=\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_5))<\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_1))=\gamma_A((R,F)^\circ(A^\circ)(u_4))$$

因此,根据上述判断,考虑因素 $u_i(1\leqslant i\leqslant 6)$ 在单向S-粗直觉模糊集中上、下近似的隶属函数和非隶属函数大小,识别者应重点考虑因素 u_6 和 u_2,对 u_1 和 u_4 也要加以防范,确保识别结果准确无误。

6 结论

从直觉模糊集理论出发,考虑元素的动态迁移性,提出单向S-直觉模糊集的概念,给出单向S-粗直觉模糊集的结构、性质以及与其他粗集的联系。最后给出单向S-粗直觉模糊集在雷达目标的识别中的应用。这为动态的模糊粗决策、动态的模糊数据挖掘和动态的模糊信息粗传递奠定了理论基础。对模糊信息处理,知识表达等起到了更加重要的作用。

参考文献:

[1] Pawlak Z.Rough sets[J].International Journal of Computer and Information Sciences,1982,11:341-356.

[2] Zadeh L A.Fuzzy sets[J].Information and Control,1965(8):338-359.

[3] Atanassov K.Intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets Systems,1986,20(1):87-96.

[4] Atanassov K.More on intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets Systems,1989,33(1):37-46.

[5] 史开泉,崔玉泉.S-粗集和它的一般结构[J].山东大学学报:理学版,2002,37(6):471-474.

[6] 刘纪芹,孟令存.单向S-粗模糊集及其特性[J].计算机工程与应用,2007,43(33):58-62.

[7] 侯海军,王庆东.单向奇异粗糙模糊集合的结构[J].纯粹数学与应用数学,2007,23(2):171-177.

(上接33页)

[2] Barzilay O,Brailovsky V L.On domain knowledge and feature selection using a support vector machine[J].Pattern Recognition Letters,1999,20(5):475-484.

[3] Su C T,Yang C H.Feature selection for the SVM:An application to hypertension diagnosis[J].Expert Systems with Applications,2008,34(1):754-763.

[4] Ayat N E,Cheriet M,Suen C Y.Automatic model selection for the optimization of SVM kernels[J].Pattern Recognition,2005,38(10):1733-1745.

[5] Adankon M M,Cheriet M.Optimizing resources in model selection for support vector machine[J].Pattern Recognition,2007,40(3):953-963.

[6] Wang W J,Men C Q,Lu W Z.Online prediction model based on support vector machine[J].Neurocomputing,2008,71(4-6):550-558.

[7] Dietterich T G.Machine learning research: four current directions[J].AI Magazine,1997,18(4):97-136.

[8] Yu S X.Feature selection and classifier ensemble:a study of hyperspectral remote sensing[D].Antwerp University,2003.

[9] Li Z H,Li Y G,Cai Y Z.An empirical comparison of ensemble classification algorithms with support vector machines[C]//Proc of ICMLC'04,Shanghai,China,2004:3520-3523.

[10] Kim H C,Pang S.Constructing support vector machine ensemble[J].Pattern Recognition,2003,36(12):2757-2767.

[11] Li X C,Wang L,Sung E.AdaBoost with SVM-based component classifiers[J].Engineering Applications of Artificial Intelligence,2008,21(5):785-795.

[12] Li B,Li X J,Zhao Z Y.Novel algorithm for constructing support vector machine regression ensemble[J].Systems Engineering and Electronics,2006,17(3):541-545.

[13] Pang S N,Kim D,Bang S Y.Membership authentication in the dynamic group by face classification using SVM ensemble[J].Pattern Recognition Letters,2003,24(1-3):215-225.

[14] Nanni L.An ensemble of classifiers for the diagnosis of erythemato-squamous diseases[J].Neurocomputing,2006,69(7-9):842-845.

[15] Wang S J,Mathew A.Empirical analysis of support vector machine ensemble classifiers[J].Expert Systems with Applications,2009,36(2):6466-6476.