

带矢量 ABC 底面的共形完全匹配层

张永杰, 孙 秦

ZHANG Yong-jie, SUN Qin

西北工业大学 航空学院, 西安 710072

School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

E-mail: zyj19191@nwpu.edu.cn

ZHANG Yong-jie, SUN Qin. Conformal PML backed by vector absorbing boundary condition. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(26): 243-244.

Abstract: Perfectly Matched Layers(PML) are the layers of electromagnetic wave absorbing elements designed for the mesh truncation of an open domain in a harmonic or modal analysis. It is an artificial anisotropic material that is transparent and heavily lossy to incoming electromagnetic waves. Conformal PML(CPML) is a convex and smooth shell region made up of lossy anisotropic medium. Generally, a CPML region is backed by a PEC boundary condition or a PMC boundary condition. But there are some reflections back into the computational domain by the PEC(PMC) boundary condition. In order to reduce the reflections, the PEC(PMC) boundary condition is changed into vector Absorbing Boundary Condition(ABC), and functional formula of CPML backed by vector ABC is deduced. Numerical examples show that CPML backed by vector ABC is of high-precision and high-efficiency.

Key words: conformal Perfectly Matched Layers(PML); vector absorbing boundary condition; electromagnetic scattering computation

摘 要: 共形完全匹配层是一种有耗各向异性媒质组成的凸且光滑的壳体, 其底面一般是 PEC 面或 PMC 面, 但是 PEC 面或 PMC 面会对原散射场产生反射; 为了减少底面反射, 将 CPML 原有的 PEC(或 PMC)底面改为矢量 ABC 吸收边界, 并给出了带矢量 ABC 底面的 CPML 泛函公式。通过数值算例证明, 这种带矢量 ABC 底面的 CPML 边界不仅减少了底面反射, 而且吸收效果好, 计算精度高。

关键词: 共形完全匹配层; 矢量 ABC 吸收边界; 电磁散射计算

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.26.073 文章编号: 1002-8331(2009)26-0243-02 文献标识码: A 中图分类号: O441

完全匹配层(PML)概念 1994 年由 Berenger 在文献[1]中首先提出, 定义为一种吸收介质, 理论上对以任意角度入射的任意频率电磁波不产生反射。1995 年 Sacks 等人在文献[2]中给出相对介电系数和磁导率为对角张量形式的 PML, 无需修改 Maxwell 方程, 可以很好地应用于有限元计算。1997 年 Kuzuoglu 和 Mittra 在文献[3]中应用解析方法在给出在柱、球坐标系下的张量形式 PML 表达后, 首次提出了共形完全匹配层概念(Conformal PML, CPML), 并结合有限元法应用等参变换技术对其实现技术进行了细致描述。在理想状态下, CPML 对入射波的吸收与频率、入射角无关, 不会改变有限元系统矩阵的稀疏性, 只需增加 CPML 的厚度就可以实现更好的吸收效果。与传统的吸收边界相比, CPML 能够适应复杂结构外形的散射计算, 减少散射区网格的数量, 从而减少了计算机的存储量, 因此得到了广泛的应用。

一般 CPML 的底面都是 PEC 面或 PMC 面, 但是 PEC 面或 PMC 面会对原散射场产生反射, 为了增强吸收效果、减少底面反射, 将 CPML 原有的 PEC(或 PMC)底面改为矢量 ABC 吸收

边界, 并给出了带矢量 ABC 底面的 CPML 泛函公式, 通过算例证实了这种带矢量 ABC 底面的 CPML 吸收边界不仅吸收效果好, 而且计算精度高。

1 共形完全匹配层

共形完全匹配层是一种有耗各向异性媒质组成的凸且光滑的壳体, 如下图 1 所示。共形是指匹配层的内表面与散射体的外表面或者包围散射体的虚拟闭合面构成等距曲面。共形匹配层的壳体可以看作由无数与壳体内表面 S 等距的闭合曲面构成, 在每个等距曲面上, 构成共形匹配层的各向异性媒质可

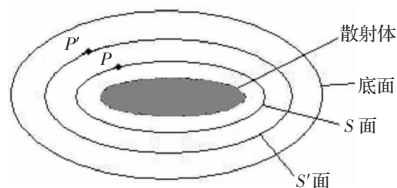


图 1 CPML 示意图

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.10477018); 西北工业大学创新基金。

作者简介: 张永杰(1979-), 男, 博士生, 主要从事飞行器隐身设计与有限元数值计算研究。

收稿日期: 2008-05-14 修回日期: 2008-07-28

表示为 $\bar{\mu}=\mu, \bar{\Lambda}$ 和 $\bar{\varepsilon}=\varepsilon, \bar{\Lambda}$ 的形式, 其中

$$\bar{\Lambda}=\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1\left(\frac{s_2s_3}{s_1}\right)+\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2\left(\frac{s_1s_3}{s_2}\right)+\mathbf{u}_3\mathbf{u}_3\left(\frac{s_1s_2}{s_3}\right) \quad (1)$$

这里 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 是局部正交坐标系的单位坐标向量, $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ 是局部坐标原点所在等距曲面的主方向, \mathbf{u}_3 是该点处等距曲面的外法线方向, $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 构成右手坐标系。假设 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 对应的局部坐标系分别为 ξ_1, ξ_2, ξ_3 , 且 ξ_3 在 S 上取值为零, 那么 ξ_3 取固定值构成距 S 为 ξ_3 的等距曲面 S' 。如果 S 上某一点 P 的主曲率半径分别为 $r_{01}(\xi_1, \xi_2)$ 与 $r_{02}(\xi_1, \xi_2)$, 那么对于 S' 上相应点 $P'(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 的主曲率半径分别为:

$$\begin{cases} r_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3)=r_{01}(\xi_1, \xi_2)+\xi_3 \\ r_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3)=r_{02}(\xi_1, \xi_2)+\xi_3 \end{cases} \quad (2)$$

式(1)括号中的变量决定了共性 PML 的吸收特性, 具体计算公式如下:

$$\begin{cases} s_1=\frac{r_{01}+\tilde{\xi}_3}{r_1} \\ s_2=\frac{r_{02}+\tilde{\xi}_3}{r_2} \\ s_3=s \\ \tilde{\xi}_3=\int_0^{\xi_3} s(\zeta)d\zeta \end{cases} \quad (3)$$

其中 s 是 ξ_3 方向的复延拓变量。若 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 对应的局部坐标系分别为 ξ_1, ξ_2, ξ_3 , 则在局部坐标系下 $\bar{\Lambda}$ 的矩阵形式为:

$$\bar{\Lambda}_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}=\begin{bmatrix} \frac{s_2s_3}{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_1s_3}{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_1s_2}{s_3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

2 矢量 ABC 吸收边界

一般 CPML 的底面都是 PEC 面或 PMC 面, PEC 面或 PMC 面会对原散射场产生反射, 为了减少反射, 将 PEC 面或 PMC 面换成矢量 ABC 吸收边界, 矢量 ABC 吸收边界的计算公式如下(以电场为例):

$$\hat{\mathbf{r}}\times(\nabla\times\mathbf{E}^s)+\mathbf{P}(\mathbf{E}^s)=0 \quad (5)$$

其中 $\hat{\mathbf{r}}$ 为 ABC 吸收边界处的单位位置矢量, $\mathbf{P}(\mathbf{E}^s)$ 决定了矢量 ABC 吸收边界的阶次, 一阶和二阶公式^[4]分别为:

$$\mathbf{P}(\mathbf{E}^s)=jk_0\hat{\mathbf{r}}\times(\hat{\mathbf{r}}\times\mathbf{E}^s) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{E}^s)=jk_0\hat{\mathbf{r}}\times(\hat{\mathbf{r}}\times\mathbf{E}^s)-\beta(r)\nabla\times[\hat{\mathbf{r}}(\nabla\times\mathbf{E}^s)]_t-\beta(r)\nabla_t(\nabla\cdot\mathbf{E}^s) \quad (7)$$

其中 $\beta(r)=r/2(1+jk_0r)$, r 是应用吸收边界处的球面半径, 下标 t 表示横向分量(相对于 $\hat{\mathbf{r}}$), 下标 r 表示径向分量。一阶矢量 ABC 吸收边界条件就是 Sommerfeld 辐射条件^[5]。

CPML 结合矢量 ABC 吸收边界后的泛函表达式为:

$$F(\mathbf{E}^s)=\frac{1}{2}\iiint_V\left[\frac{1}{\mu_r}(\nabla\times\mathbf{E}^s)\cdot\bar{\Lambda}^{-1}\cdot(\nabla\times\mathbf{E}^s)-k_0^2\varepsilon_r\mathbf{E}^s\cdot\bar{\Lambda}\cdot\mathbf{E}^s\right]dV-\frac{1}{2}\iint_S\mathbf{E}^s\cdot\mathbf{P}(\mathbf{E}^s)dS \quad (8)$$

通过算例表明: 一阶矢量 ABC 吸收边界与 CPML 结合就能达良好的吸收效果, 而且计算量小。故在以下的算例中采用的是一阶矢量 ABC 吸收边界作为 CPML 的底面。

3 数值算例

算例 1 涂层金属球壳, 半径为 0.333λ , 涂层厚度为 0.067λ , $\varepsilon_r=4$, 网格划分如下图 2(a)所示。入射波沿 $-Z$ 方向传播, 频率为 300 MHz, 波长为 1 m。

算例 2 涂层金属椭球壳, 长、短半轴分别为 1.0λ 和 0.5λ , 涂层厚度为 0.01λ , $\varepsilon_r=4$, 网格划分如下图 2(b)所示。入射波沿 $-Z$ 方向传播, 频率为 3 GHz, 波长为 0.1 m。

算例 3 金属机翼, 展长为 5.0λ , 弦长为 2.46λ , 最大高度 0.28λ , 网格划分如下图 2(c)所示。入射波沿 $-X$ 方向传播, 频率为 300 MHz, 波长为 1 m。

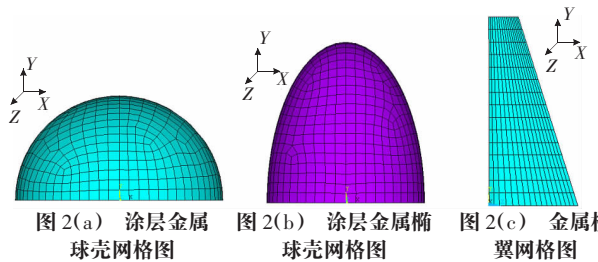


图 2(a) 涂层金属球壳网格图

图 2(b) 涂层金属椭球壳网格图

图 2(c) 金属机翼网格图

算例中采用了文献[6]提出的六面体矢量单元和文献[7]给出的求解方法, 编程语言为 FORTRAN90。

图 3(a)、3(b)和 3(c)分别给出了对上述算例采用 CPML 结合不同底面与采用矩量法的计算结果比较(θ 和 φ 是球坐标), 可以看出 CPML 结合矢量 ABC 边界的吸收效果更好, 底面反射更小, 计算精度更高。

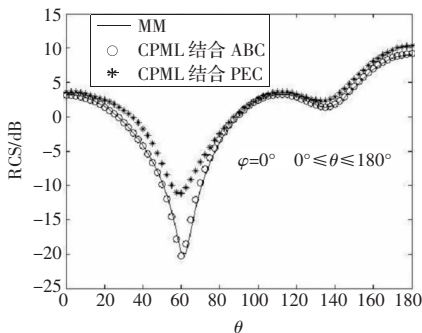


图 3(a) 涂层金属球壳双站 RCS 图

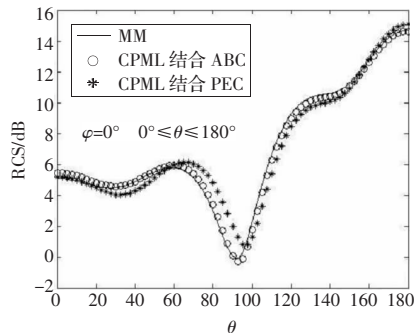


图 3(b) 涂层金属椭球壳双站 RCS 图

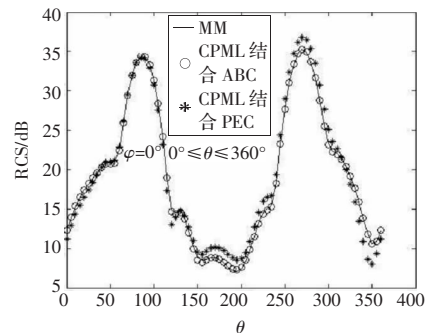


图 3(c) 金属机翼双站 RCS 图