Vague 集多指标决策的模糊值线性序法

要瑞璞[1],沈惠璋[2]
YAO Rui-pu[1],SHEN Hui-zhang[2]

1.天津商业大学 信息工程学院,天津 300134
2.上海交通大学 系统工程研究所,上海 200052
1.School of Information Engineering,Tianjin University of Commerce,Tianjin 300134,China
2.Institute of System Engineering,Shanghai Jiao Tong University,Shanghai 200052,China
E-mail:yaoruipu@yahoo.com.cn

YAO Rui-pu,SHEN Hui-zhang.Multicriteria decision making method based on Vague sets and fuzzy linear ranking. Computer Engineering and Applications,2009,45(28):39-40.

Abstract: In the light of the multicriteria decision making problems,a new method is given.Firstly,by transforming Vague sets into fuzzy sets,the fuzzy matrix is obtained.Secondly,the alternatives are ranked according to every columns of the fuzzy matrix from big to small.Then the fuzzy priority relation matrix is obtained.By cutting the fuzzy priority relation matrix,the best alternative can be obtained and every alternative is ranked.At the last,a practical example demonstrates the decision-making process.
Key words: multicriteria decision making;Vague sets;fuzzy priority relation matrix;ranking

摘 要:就 Vague 集的多指标决策问题,提出了一种新的多指标决策方法。该方法首先将 Vague 值转化为模糊值,从而建立模糊值矩阵,由模糊值矩阵按各指标对应值的大小对方案进行排序,形成多个线性序,进而由线性序来构造模糊优先矩阵,然后通过对模糊优先矩阵进行截割,得到方案的优劣程度排序,从而选出最优方案。最后通过一个实例说明此方法的具体决策过程。
关键词:多指标决策;Vague 集;模糊优先矩阵;排序
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.28.011 **文章编号**:1002-8331(2009)28-0039-02 **文献标识码**:A **中图分类号**:TP18

1 引言

Gau 和 Buehrer 于 1993 年提出了 Vague 集理论,Vague 集是在模糊集基础上发展起来的一种符合人们思维的新型理论,对于不精确数据的描述在很多情况下 Vague 集较模糊集更加自然有效,因此不断有学者将其应用于多指标模糊决策中[1-7]。他们基本上是采用记分函数法、相似度度量方法对问题进行决策。虽然这些方法在决策问题中得到了一定程度的应用,但其存在一定的不足和缺陷,对某些决策问题无法做出判断。文[8]通过将中立者一分为二首次提出将 Vague 集转化为 Fuzzy 的算法,然后采用 Minkowski 距离计算模糊集之间的相似度,进而对问题进行决策。文[9-10]给出一种新的评价函数,此函数虽然考虑到中立者对决策结果的影响,并且和文[1-7]的方法相比有所改进,但是应用此评价函数对决策问题的决策依赖于函数中参数 μ 和 λ 的选取,且对某些决策问题无法做出判断。文[11]通过计算中立者倾向赞成的比例,从而给出 Vague 集转化为 Fuzzy 的表达式,但未对决策问题进行进一步研究。为了更加有效地进行模糊决策,提出了应用于 Vague 集多目标决策的意见集中排序法,最后通过一个实例说明此方法的具体应用。

2 现有 Vague 集决策方法的缺陷

方法 1 评分函数法[1]

设方案 X_i 的 Vague 值为 $V_i=[t_{xi},1-f_{xi}]$,$1\leqslant i\leqslant m$,m 为方案的个数。方案 X_i 的评分值为:$S(x_i)=t_{xi}-f_{xi}$,评分值越大,则对应的方案越优。但对单指标方案 X_1、X_2 用 Vague 值表示为 $V_1=[0.4,0.6]$,$V_2=[0.5,0.5]$,对应的评分值为 $S(X_1)=S(X_2)=0$,因此对两方案无法做出判断。

方法 2 文[2]中定义了两个 Vague 值 X、Y 之间的相似度为:

$$M(X,Y)=1-\frac{|t_X(x)-t_Y(x)|+|f_X(x)-f_Y(x)|}{2} \tag{1}$$

方法 3 在文[3]中定义了两个 Vague 值 X、Y 之间的相似度为:

$$M(X,Y)=1-\left|\frac{S(X)-S(Y)}{2}\right| \tag{2}$$

设单指标方案 Vague 值 $A=[0,1]$,$B=[0.5,0.5]$,理想值可表示为 $A^*=[1,1]$,可通过计算候选方案与理想方案间的相似度来判断方案的优劣,这在文[12-13]中已有详细的论述。应用方法

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.70671066)。
作者简介:要瑞璞(1970-),女,副教授,主要研究方向为系统工程、控制理论及应用;沈惠璋(1958-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为信息技术、系统工程。
收稿日期:2008-05-22 **修回日期**:2008-09-25

2、方法 3 可计算出 $M(A,A^*)=M(B,A^*)=\frac{1}{2}$，无法判断哪一个方案最优。此方法同方法 1、方法 2 一样都没有考虑到中立者对决策的影响，因此具有一定的局限性。

方法 4 改进的评分函数法[9]

设方案 X 用 Vague 值表示为 $V=[t_x,1-f_x]$，方案 X 的评分值可计算为：$J(x)=t_x-f_x+\mu m_x$，其中 $m_x=1-t_x-f_x$，为中立者的比例。$\mu=0$ 时，改进的评分函数 $J(x)=S(x)$。该方法考虑到中立者对决策的影响，但决策结果却依赖于参数 μ 的数值。

方法 5 文[10]中定义了两个 Vague 值 X、Y 之间的相似度为：

$$S(A,B)=1-\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}|\psi_A(x_i)-\psi_B(x_i)|}{n}} \tag{3}$$

其中：$\psi_A(x_i)=\frac{t_A(x_i)+1-f_A(x_i)}{2}$，$\psi_B(x_i)=\frac{t_B(x_i)+1-f_B(x_i)}{2}$。此方法与方法 4 不同，它将中立者一分为二。但对方法 3 中 Vague 值 $A=[0,1]$，$B=[0.5,0.5]$，因为 $S(A,A^*)=S(B,A^*)=1-\sqrt{\frac{1}{2}}$，所以对此情况无法判断哪一个方案最优。

3　Vague 集多指标决策模糊值线性序法

设某一决策问题有 m 个候选方案 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$，n 个指标 $C_1,C_2,\cdots,C_n$，各个指标的权重为 $\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n$，且 $\omega_1+\omega_2+\cdots+\omega_n=1$，候选方案 A_i 在第 j 个评价指标 C_j 下的指标值用 Vague 值表示为 $V_{ij}=\lfloor t_{ij},1-f_{ij}\rfloor$，$i=1,2,\cdots,m$，$j=1,2,\cdots,n$，则应用模糊值线性序法的 Vague 集的多指标决策过程如下。

（1）Vague 值转化为模糊值

将各方案对应各指标的 Vague 值按照如下公式转化为模糊值：

$$F_{ij}=K(V_{ij})=t_{ij}+(1-t_{ij}-f_{ij})\frac{t_{ij}}{t_{ij}+f_{ij}}=\frac{t_{ij}}{t_{ij}+f_{ij}} \tag{4}$$

如果 $t_{ij}=0$，那么

$$F_{ij}=K(V_{ij})=t_{ij}+(1-t_{ij}-f_{ij})\frac{1-f_{ij}}{2}=\frac{(1-f_{ij})^2}{2} \tag{5}$$

如果 $f_{ij}=0$，那么

$$F_{ij}=K(V_{ij})=t_{ij}+(1-t_{ij}-f_{ij})\frac{1+t_{ij}}{2}=t_{ij}+\frac{1-t_{ij}^2}{2} \tag{6}$$

由模糊值 F_{ij} 构成模糊值矩阵 $\boldsymbol{F}=(F_{ij})_{m\times n}$。

（2）构造模糊值线性序

对模糊值矩阵 $\boldsymbol{F}$ 中某一列 k，对应指标 C_k，模糊值为 F_{ik}，$i,k=1,2,\cdots,m$，按如下方法对各方案进行排序。

①如果 $F_{i_1k}>F_{i_2k}$，则方案 A_{i_1} 排在方案 A_{i_2} 之前。

②如果 $F_{i_1k}=F_{i_2k}$，那么如果 $t_{i_1k}>t_{i_2k}$，方案 A_{i_1} 排在方案 A_{i_2} 之前。

③如果 $F_{i_1k}=F_{i_2k}$，且 $t_{i_1k}=t_{i_2k}$，那么如果 $(1-f_{i_1k})>(1-f_{i_2k})$，方案 A_{i_1} 排在方案 A_{i_2} 之前。$i_1,i_2=1,2,\cdots,m$。

对模糊值矩阵 $\boldsymbol{F}$ 中每一列按数值大小对各方案进行排序后，形成 n 个线性序，分别记为 $L_1,L_2,\cdots,L_n$。

（3）构造模糊优先矩阵

构造方案集 A 中的模糊优先矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为：

$$r_{jk}=\boldsymbol{R}(A_j,A_k)=\sum_{i=1}^{n}(\omega_i\cdot L_i(A_j,A_k)),\ j,k=1,2,\cdots,m \tag{7}$$

其中 $L_i(A_j,A_k)=\begin{cases}1,\text{在线性序 } L_i \text{ 中 } A_j \text{ 优先于 } A_k\\0,\text{在线性序 } L_i \text{ 中 } A_k \text{ 优先于 } A_j\end{cases}$，$r_{jj}=0$，$r_{jk}+r_{kj}=1$，$j\neq k$，$j,k=1,2,\cdots,m$。

（4）方案排序

取 $\lambda=0.5$ 对模糊优先矩阵 $\boldsymbol{R}$ 进行截割，得到截矩阵 $\boldsymbol{R}_\lambda$。令 M_i 表示 $\boldsymbol{R}_\lambda$ 中第 i 行中元素为 1 的个数，并按 $M_i(i=1,2,\cdots,m)$ 的大小对各方案进行排序，选取最优方案。

4　实例分析

设某一决策问题有 5 个候选方案 A_i，$i=1,2,3,4,5$ 和 3 个评价指标 C_j，$j=1,2,3$，各候选方案在各指标下的特性用 Vague 集表示如下所示，试选取最优方案。

$A_1=\{(C_1,[0.5,0.8]),(C_2,[0.3,0.9]),(C_3,[0.2,1])\}$

$A_2=\{(C_1,[0.3,0.7]),(C_2,[0.2,0.8]),(C_3,[0.3,0.9])\}$

$A_3=\{(C_1,[0.4,0.5]),(C_2,[0.5,0.6]),(C_3,[0.3,0.8])\}$

$A_4=\{(C_1,[0.5,0.7]),(C_2,[0.4,0.6]),(C_3,[0.5,0.7])\}$

$A_5=\{(C_1,[0.4,0.6]),(C_2,[0.6,0.7]),(C_3,[0.6,0.6])\}$

（1）计算模糊值矩阵 $\boldsymbol{F}$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}0.7143 & 0.7500 & 0.6800\\0.5000 & 0.5000 & 0.7500\\0.4444 & 0.5555 & 0.6000\\0.6250 & 0.5000 & 0.6250\\0.5000 & 0.6660 & 0.6000\end{bmatrix}$$

（2）对模糊值矩阵 $\boldsymbol{F}$ 中每一列按数值大小对各方案进行排序，形成 3 个序分别记为 L_1、L_2、L_3。

L_1（按指标 C_1 排序）：$A_1A_4A_5A_2A_3$

L_2（按指标 C_2 排序）：$A_1A_5A_3A_4A_2$

L_3（按指标 C_3 排序）：$A_2A_1A_4A_5A_3$

（3）计算模糊优先矩阵

设各指标权重为 $w=(0.3,0.4,0.3)$，模糊优先矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0 & 0.7 & 1.0 & 1.0 & 1.0\\0.3 & 0 & 0.6 & 0.3 & 0.3\\0 & 0.4 & 0 & 0.4 & 0\\0 & 0.7 & 0.6 & 0 & 0.6\\0 & 0.7 & 1.0 & 0.4 & 0\end{bmatrix}$$

（4）取 $\lambda=0.5$ 截割 $\boldsymbol{R}$，得

$$\boldsymbol{R}_{0.5}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 1 & 1\\0 & 0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 1 & 0 & 1\\0 & 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

所以 $M_1=4$，$M_2=1$，$M_3=0$，$M_4=3$，$M_5=2$。于是按 M_1、M_2、M_3、M_4、M_5 的数值对各方案 A_i，$i=1,2,3,4,5$ 排出序为 $L:A_1A_4A_5A_2A_3$，由此得最优方案为 A_1。

5　结论

为便于比较各方案对指标的优劣程度，首先将各方案对各指标的 Vague 值转化为模糊值，由此建立模糊值矩阵，然后对模糊值矩阵的每一列按照各指标对应模糊值的大小对方案进行排序，并给出具体的排序算法，由此形成多个线性序，由多个线性序进一步构造模糊优先矩阵，对模糊优先矩阵进行截割，

（下转 95 页）