

# 基于二维测地线距离保持映射的人脸识别

白晓明<sup>1</sup>, 王成章<sup>2</sup>

BAI Xiao-ming<sup>1</sup>, WANG Cheng-zhang<sup>2</sup>

1. 首都经济贸易大学 信息学院, 北京 100070

2. 中央财经大学 应用数学学院, 北京 100081

1. College of Information, Capital University of Economics and Business, Beijing 100070, China

2. College of Applied Mathematics, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China

E-mail: xmbai@cueb.edu.cn

BAI Xiao-ming, WANG Cheng-zhang. Face recognition based on 2D geodesic preserving projection. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(25): 21-23.

**Abstract:** Face space is the low dimensional manifold embedded in high dimensional observation space. To describe the convex and bow structure of the manifold, a novel face recognition algorithm coined 2D geodesic preserving projection is proposed. Matrix is explored to represent face image. Based on the matrix-representation model, 2D geodesic preserving projection algorithm is employed to compute the low dimensional embedded manifold. Projection on the manifold of face image is utilized as the feature for face recognition. Experimental results on CMU PIE database verify the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** face recognition; Geodesic Preserving Projection(GPP); manifold learning

**摘要:**人脸空间是嵌套在高维观测空间中的低维流形,为了更好地描述人脸空间的凸起和凹进等细微结构,提出了一种基于二维测地线距离保持映射的人脸识别算法。算法采用矩阵的模式表示人脸空间中的样本图像;基于图像的矩阵表示模型,采用二维测地线距离保持映射算法计算人脸空间的低维嵌套流形;以人脸样本在低维流形空间中的投影为特征进行人脸识别。在CMU PIE人脸数据库上的实验结果验证了算法的合理性和有效性。

**关键词:**人脸识别;测地线距离保持映射;流形学习

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.25.007 文章编号:1002-8331(2009)25-0021-03 文献标识码:A 中图分类号:TP391.41

## 1 前言

人脸识别是图像的分析与理解、模式识别和计算机图形学等领域研究的热点课题之一<sup>[1]</sup>。主成分分析算法(PCA)<sup>[2]</sup>是人脸识别研究领域应用最广泛、最成功的一种经典算法。算法将人脸图像表示成一维向量的形式,根据训练数据集构建一个灰度人脸图像的子空间,使得人脸图像样本在子空间中投影数据集的方差达到最大,由前几个最优的投影方向向量组成投影矩阵用于人脸的特征提取和分类识别。算法将一幅人脸图像转换成一维向量的形式,这种表示模式使得人脸图像空间呈现高维数的特点,给图像协方差矩阵估计的准确性带来了很大的困难<sup>[3]</sup>。Yang等人<sup>[4]</sup>提出了一种基于二维主成分分析的人脸识别算法(2DPCA)。区别于传统算法采用向量的形式来表示人脸图像,2DPCA算法采用一种矩阵的模式来表示人脸图像,并基于该矩阵表示形式采用主成分分析的思想提取人脸图像的特征,用于人脸识别。实验结果表明,矩阵表示模式能够更好地保持人脸图像的空间结构信息,在相同条件下,基于矩阵表示形式的

2DPCA算法的人脸识别准确率要高于基于向量表示形式的PCA算法的识别率。

然而,Seung等人<sup>[4]</sup>的研究表明,由于光照、姿态、拍摄角度等物理因素的制约,人脸图像是嵌于高维观测空间中的低维非线性流形子空间的。传统的基于主成分分析思想的人脸识别算法只能刻画欧氏空间结构,不能刻画非线性流形空间的凸起和凹进等细微结构。因此,一些基于流形学习的非线性人脸识别算法越来越受到研究者的关注。Tenebaum等人提出了一种等度规映射(ISOMAP)算法<sup>[5]</sup>。ISOMAP的基本思想是当数据集具有嵌入流形结构时,可以依赖保距映射来获得高维观测空间数据集在低维结构空间中的对应描述。Roweis等人提出了一种局部线性嵌套算法(LLE)<sup>[6]</sup>。该算法的基本思想是当数据集在不满足全局线性结构时,高维观测空间与内在低维空间之间在局部意义下的序可以利用线性空间来进行近似,使得在低维空间的数据依然保持这种局部意义下的序。这些算法虽然能够对训练样本的非线性流形结构进行学习,但是却并没有定义新的测试

基金项目:国家自然科学基金青年基金(the National Nature Science Foundation of China under Grant No.10801004)。

作者简介:白晓明(1976-),女,博士,讲师,主要研究领域为模式识别,计算机图形学;王成章(1977-),男,博士,讲师,主要研究领域为计算机视觉,模式识别。

收稿日期:2009-04-08 修回日期:2009-06-19

样本,因此还不能真正地运用于人脸识别。后来,He 等人<sup>[7]</sup>提出了一种位置保持映射(LPP)算法。LPP 算法也是基于局部保序的思想来获得高维观测空间与低维流形结构在局部意义下的对应。通过构造人脸图像的邻接图对低维嵌套流形的局部结构进行建模,采用位置保持映射算法建立人脸表示的低维空间。与 LLE 算法不同的是,该算法使用局部线性映射的方法来近似非线性降维运算,利用 Laplacian-Beltrami 算子求解特征向量,寻找最优的嵌套流形。Bai 等人<sup>[8]</sup>提出了一种基于测地线距离保持映射(GPP)的人脸识别算法。算法的基本思想是构建一种线性映射来近似建模高维空间到低维空间的对应关系,进而达到数据的非线性降维的目的。LPP 算法和 GPP 算法不但可以学习训练样本的非线性流形结构,同时还定义了新的测试样本的非线性维数约简规则,能够真正地应用于人脸识别。

值得注意的是,类似于传统的 PCA 算法,大多数非线性流形学习算法都是采用一维向量的形式来表示人脸图像。受到 2DPCA 算法<sup>[9]</sup>的启发,鉴于图像的矩阵表示模式能够更好地保持人脸图像的空间结构信息,而这一信息更加有利于人脸的分类识别,在前面工作<sup>[8]</sup>的基础上,提出了一种基于二维测地线距离保持映射(Two-dimensional Geodesic Preserving Projection, 2DGPP)的人脸识别算法。基于 2DPCA 算法的基本思想,2DGPP 算法采用矩阵的模式来表示人脸图像。基于该矩阵表示模型,采用测地线距离保持映射算法计算人脸图像的低维嵌套流形空间,以人脸样本在流形空间上的投影为特征进行人脸识别。

## 2 基于二维测地线距离保持映射的人脸识别

基于二维测地线距离保持映射的人脸识别算法的基本思想是,在人脸图像矩阵表示模式的基础上,采用测地线距离保持映射算法建模人脸的低维流形空间,以人脸样本在流形空间上的投影为特征,采用最近邻分类的方法对人脸对象进行分类、识别。

### 2.1 人脸图像的矩阵表示模型

受到 2DPCA 算法的启发,采用矩阵的模式来表示一幅灰度人脸图像,建立人脸图像的矩阵表示模型。假定  $F$  表示一幅大小为  $m \times n$  的灰度人脸图像。 $c_i^{(j)}$  表示表示第  $i$  行第  $j$  个像素点处图像的灰度值。那么人脸图像的矩阵表示模型定义为:

$$F = \begin{pmatrix} c_1^{(1)} & c_1^{(2)} & \cdots & c_1^{(n)} \\ c_2^{(1)} & c_2^{(2)} & \cdots & c_2^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_m^{(1)} & c_m^{(2)} & \cdots & c_m^{(n)} \end{pmatrix}_{m \times n} \quad (1)$$

### 2.2 二维测地线距离保持映射

二维测地线距离保持映射算法的基本思想是构建一种映射来近似建模高维观测空间到低维流形空间的对应关系,即建立一种映射  $W$ ,通过该映射将数据由高维空间映射至低维流形空间,并保持数据在低维空间中对对应点之间的距离关系与其在高维观测空间中的测地线距离关系一致,即高维空间中测地线距离意义下邻近的点在低维空间中欧式距离意义下也邻近;

高维空间中测地线距离意义下距离远的点在低维空间中欧式距离意义下相距的也远。采用测地线距离可以很好地描述流形的内在几何分布结构,揭示流形空间的内在特征。具体地:

首先,构建高维空间中人脸样本数据集的邻接图矩阵,并计算高维观测空间中人脸样本之间的测地线距离矩阵  $D$ 。采用图模型算法计算训练数据集中样本之间的测地线距离。

(1)对于任意的人脸样本图像  $F_i$ ,如果  $F_j$  是  $F_i$  的  $k$ -邻域中的点,则样本点  $F_i$  和  $F_j$  相连接,边长记为  $D^1(i,j) = \|F_i - F_j\|_F^2$ ,否则,样本点  $F_i$  和  $F_j$  不连接,距离记为:  $D^1(i,j) = +\infty$ 。其中,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 模。  $1 \leq i \leq M, M$  为训练样本的总数;

(2)采用 Warshall 算法计算训练数据集中所有人脸图像样本点之间的最短距离:

$$D^p(i,j) = \min\{D^{p-1}(i,j), D^{p-1}(i,k) + D^{p-1}(k,j)\}, p=1,2,\dots,s, i,j=1,\dots,M$$

矩阵  $D^s$  中元素的值是任意两点之间的最短距离,并用矩阵  $D^s$  近似地表示测地线距离矩阵  $D$ 。

然后,计算人脸样本训练数据集在低维流形空间中的对应点。根据上面计算得到的测地线距离矩阵  $D$ ,采用  $\tau$  算子算法计算样本在低维流形空间中的对应点。 $\tau$  算子的目的是将测地线距离矩阵  $D$  中心化。计算  $\tau(D) = -HDH/2$  (其中  $H = I - ee^T/M$ ) 的特征值  $\lambda_i$  和对应的特征向量  $\mathbf{v}_i = (\mathbf{v}_{i1}, \mathbf{v}_{i2}, \dots, \mathbf{v}_{im}) (i=1, \dots, M)$ ,并按照特征值的大小进行降序排列。对每个特征向量,取其前  $d$  维分量,构成人脸图像训练样本在  $d$  维空间中的对应数据,即  $Y_i = (\mathbf{v}_{i1}, \mathbf{v}_{i2}, \dots, \mathbf{v}_{id})$ 。

最后,采用惩罚因子法计算映射矩阵  $W$ 。假定对于人脸样本图像  $F_i$ ,对应的低维流形空间中的点为  $Y_i = W^T F_i$ 。定义如下的目标函数:

$$\min_W \sum_{ij} \|Y_i - Y_j\|_{F, s_{ij}}^2 = \sum_{ij} \|W^T F_i - W^T F_j\|_{F, s_{ij}}^2 \quad (2)$$

其中,  $s_{ij} = \begin{cases} \cos(kD(F_i, F_j) + d) & F_i \text{ 和 } F_j \text{ 同类} \\ c \cos(kD(F_i, F_j) + d) & F_i \text{ 和 } F_j \text{ 异类} \end{cases}$  为惩罚因子。 $k, d, c \geq 1$  为预先给定的参数,参数  $k, d$  的作用是保证  $kD(x_i, x_j) + d$

分布在  $[0, \pi]$  区间内。 $D(F_i, F_j)$  是  $F_i$  和  $F_j$  之间的测地线距离。通过优化目标函数,即可计算得到映射矩阵  $W$ 。

### 2.3 最近邻分类算法

计算得到最优的投影矩阵  $W$  后,通过投影变换,一幅灰度人脸图像  $F_i$  即可通过映射得到对应的特征矩阵  $Y_i = W^T F_i (i=1, 2, \dots, M)$ 。提出的算法计算得到的特征  $Y_i$  为矩阵,而传统的算法计算得到的特征是向量。采用最近邻分类的方法完成人脸对象的分类识别。

假定  $Y_i$  和  $Y_j$  分别表示第  $i$  个和第  $j$  个灰度人脸图像对应的特征矩阵,它们之间的距离定义为:  $d(Y_i, Y_j) = \sqrt{\det(Y_i - Y_j)^T (Y_i - Y_j)}$ 。假定训练样本对应的特征矩阵为  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_M\}$ ,给定一个测试样本,对应的特征矩阵为  $Y_i$ 。如果  $d(Y, Y_c) = \min_j d(Y, Y_j)$ ,则识别结果为:测试样本隶属于  $Y_c$  所属的类。

### 3 实验结果

为了验证提出的基于二维测地线距离保持映射的人脸识别算法的正确性,在 CMU PIE 人脸数据库<sup>[9]</sup>上进行了实验。CMU PIE 人脸数据库由美国卡耐基梅隆大学发布,共包含有 68 人的 人脸图像数据,其中每个人包括 13 种不同的姿态、23 种不同的光照、4 种基本表情。其中,每个人包含“expression”、“illum”、“lights”、“talking”4 个子目录。在实验中,选择“expression”子目录下标记为“\*\_\*\_07.ppm”、“\*\_\*\_09.ppm”、“\*\_\*\_027.ppm”的图像用于实验,每个人 9 幅图像,共 612 幅图像。所有图像均对齐并归一化为 56×53 大小的图像。同时,还在相同的数据集上及相同条件下采用 PCA 算法和 2DPCA 算法进行了人脸识别实验,并与提出的识别算法进行了比较分析。

首先统计了四种人脸识别算法在相同条件下的第一识别率<sup>[10]</sup>。共进行了 5 组实验,在实验中,每个人分别随机抽取 1 幅、2 幅、3 幅、4 幅、5 幅图像用于训练,其余的图像用于测试,每组实验分别进行 5 次,最后的识别结果为 5 次结果的平均值。统计结果如表 1 所示。

表 1 各种算法第一识别率的比较 (%)

人脸识别算法	1 个训练 样本/人	2 个训练 样本/人	3 个训练 样本/人	4 个训练 样本/人	5 个训练 样本/人
该文的算法	83.4	87.5	91.7	94.8	96.2
2DPCA	82.1	86.0	89.5	92.4	93.7
GPP	80.0	84.2	87.9	91.2	92.8
PCA	71.6	81.4	85.7	89.1	91.3

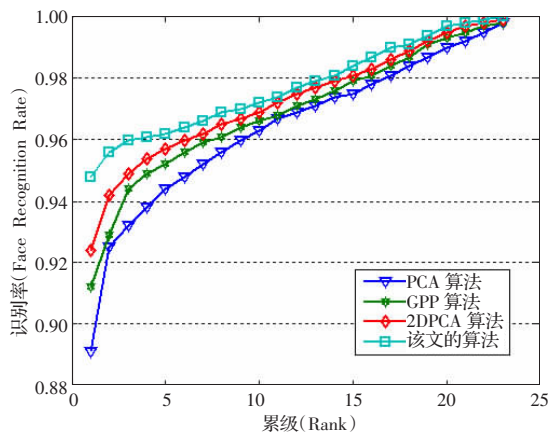


图 1 累积识别率比较

还统计了四种人脸识别算法在相同条件下的累积识别率<sup>[10]</sup>。在实验中,每个人随机地选择了 4 幅图像构成训练数据集,其余的 5 幅图像构成测试数据集。每次试验分别进行 5 次,最后的累积识别率结果为 5 次结果的平均值。统计结果如图 1 所示。其中,横轴表示累积的级别(Rank),纵轴表示算法的人脸识别率。

实验结果表明,提出的基于二维测地线距离保持映射的人脸识别算法的识别效果要明显优于传统的 PCA 算法和 2DPCA

算法的识别效果。表 1 的统计结果表明,在相同条件下提出的人脸识别算法在 CMU PIE 数据库上的第一识别率均高于 PCA、GPP、2DPCA 算法的识别率,提出的人脸识别算法在人脸表示模式中保留了图像的空间结构信息,算法更好地构建了人脸图像的低维嵌套流形子空间,使得人脸对象在流形子空间中的分布更加有利于分类和识别,进而进一步提高人脸识别的准确率。图 1 的统计结果表明,提出的人脸识别算法具有很好的鲁棒性,人脸识别的准确率随着累积级(Rank)的增加平稳地提高。

### 4 结论

提出了一种基于二维测地线距离保持映射的人脸识别算法。算法采用矩阵的模式表示人脸样本的灰度图像,并基于图像的矩阵表示模型,采用二维测地线距离保持映射算法计算人脸空间的低维嵌套流形。最后,以人脸样本在低维流形空间中的投影为特征,采用最近邻分类的方法进行人脸识别。在 CMU PIE 人脸数据库上的实验结果表明,提出的人脸识别算法能够有效地提高人脸识别的准确率。

### 参考文献:

- [1] Zhao W,Chellappa R,Phillips P J,et al.Face recognition:A literature survey[J].ACM Computing Surveys,2003,35(4):399-459.
- [2] Turk M,Pentland A.Eigenfaces for recognition[J].J Cognitive Neuroscience,1991,3(1):71-86.
- [3] Yang J,Zhang D,Frangi A F,et al.Two-dimensional PCA:A new approach to appearance based face representation and recognition[J].IEEE Trans PAMI,2004,26:131-137.
- [4] Seung H S,Lee D D.The manifold ways of perception[J].Science,2000,290:2268-2269.
- [5] Tenenbaum J B,de Silva,et al.A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J].Science,2000,290:2319-2323.
- [6] Roweis S T,Saul L K.Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J].Science,2000,290:2323-2326.
- [7] He Xiaofei,Yan Shuicheng.Face recognition using laplacianfaces[J].IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2005,27(3):328-340.
- [8] Bai Xiaoming,Yin Baocai,Shi Qin,et al.Face recognition based on geodesic preserving projection algorithm with 3D morphable model[C]//IEEE Fifth International Conference on Cognitive Informatics,2006,2:850-855.
- [9] Sim T,Baker S,Bsat M.The CMU pose,illumination and expression database of human faces CMU-RI-TR-01-02[R].Carnegie Mellon University,2001.
- [10] Li S Z,Jain A K.Handbook of face recognition[M].[S.l.]:Springer Science+Business Meia,Inc,2004.