

Titreşim Kaynaklı Akustik Güç Modlarının H_∞ Kontrolü

Selim SİVRİOĞLU

*Sound and Vibration Division, Mechanical Engineering Lab.,
Namiki 1-2, Tsukuba-shi 305-0044, Ibaraki-JAPAN*

Geliş Tarihi 03.02.2000

Özet

Bu çalışma yayılı parametrelili düzlemsel yapıların titreşimi ile ortaya çıkan akustik güç modlarının H_∞ kontrolü ile ilgilidir. İlk olarak basit mesnetli bir plakanın titreşim modlarını içeren durum denklemi çıkarılmıştır. Kontrol sisteminde akustik modların ölçümü mod cinsine göre ayrışım yapma özelliğine sahip yayılı parametrelili sensörler ile yapıldığından bu sensörlerle ilgili çıkış denklemleri oluşturulmuştur. Burada esas amaç titreşim modlarının kontrolünden ziyade akustik güç modlarının kontrolü olduğundan elde edilen durum denklemi anılan düzlemsel yapı için hesaplanan akustik güç matrisi kullanılarak transforme edilmiştir. Kontrol sisteminde modellenemeyen modları temsil eden çarpım belirsizlik pertürbasyonu kullanılarak dayanımlı H_∞ kontrolü dizayn edildi. Sayısal sinyal işlemcisi kullanılarak yapılan deneylerde akustik güç modlarının kontrolü belirgin şekilde sağlandığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Yayılı parametrelili sistem, Akustik güç modu, PVDF sensör, Modsal kontrol, H_∞ Kontrol

H_∞ Control of Radiated Acoustic Power Modes

Abstract

This study presents a robust control system design for suppressing the radiated acoustic power emitted from a vibrating planar structure, and spillover effect caused by neglected high frequency modes. A state-space model of a simply supported plate is derived and an output equation is formed based on the one-dimensional PVDF film sensors. An output feedback H_∞ control is designed by introducing a multiplicative perturbation which represents unmodeled high frequency dynamics in the control system. The simulation and experimental results are reasonable and show performance improvements.

Key Words: Distributed parameter systems, Acoustic power modes, PVDF sensor, Modal control, H_∞ Control

Giriş

Dış ortamdan geçen veya yapısal titreşimler dolayısıyla oluşan gürültünün aktif kontrolü konusu özellikle uçak kabinlerinde, motorlu taşıt araçlarında ve binalarda giderek artan bir ihtiyaç haline gelmiştir. Yapısal titreşim kaynaklı akustik gücün kontrolü son yıllarda adaptif özellikte yapıların yeni

sensör ve kuvvet oluşturucu(actuator) teknolojileri ile yapılabılır hale gelmesiyle önemli bir aşama kaydetmiştir.

Akustik gücün aktif olarak kontrolü konusunda gerek ileri beslemeli gerekse geri beslemeli kontrol sistemi çalışmaları yapıldı Snyder ve arkadaşları(1995), Snyder ve arkadaşları(1996). En

küçük kareler türü algoritmalar kullanılarak adaptif yapıları beslemeli kontrol çalışmalarının olumsuzluğu, bu tür kontrol sistemlerinde her zaman bir referans değerinin bulunması zorluğu ve kontrolörün yüksek frekans modlarından etkilenmesi olarak verilebilir. Son yıllarda geri beslemeli lineer kontrol dizaynı konusunda özellikle sistem belirsizliklerine karşı sürekli dayanım gösteren H_∞ kontrol dizaynı uygulanabilir hale geldi Doyle ve arkadaşları(1992). Yayılı parametrelili yapılar için, özellikle bu tür yapılarda önemli bir sorun olan yüksek frekans modlarının etkisi bu çalışmada da teyit edildiği gibi H_∞ kontrolü ile yok edilebilir.

Bu çalışmada yayılı parametrelili Polyvinylidene difluoride (PVDF) ince film sensörleri akustik güç modlarının ölçülmesinde kullanılmıştır. Bu sensörlerde temel olarak ölçüm ilkesi, yayılı sistem üzerine yapılandırılmış sensörün yayılı sistemin yerleşiminden dolayı üzerinde oluşan elektiriksel yükün çıkış değeri olarak kullanılmasıdır. Sensör şekli ölçülmesi istenen çıkış değeri üzerinde etkili olan bir parametredir. Tanaka ve arkadaşları(1996) tek boyutlu PVDF sensörlerin akustik modların ölçülmesi için gerekli optimum şeklinin dizayn ilkelerini tanımladılar. Bu sensörler kullanılarak yayılı parametrelili düzlemsel sistemin akustik modlarının tek/tek, tek/çift, çift/tek ve çift/çift şeklinde modsal ayrışımı gerçekleştirilebilir. Ayrıştırılmış modlara bağlı H_∞ kontrol dizaynı ve simülasyonları Sivrioğlu ve arkadaşları (1999) tarafından verilmiştir.

Bu çalışmada önce yayılı parametrelili yapılar için durum denklemi çıkartıldı. PVDF sensörlerin çıkış genliği durum denkleminin çıkış ifadesi olarak bulundu. H_∞ kontrol dizaynı ilkeleri bir plak yapı için açıklandı. Burada deneysel sonuçlarda kontrolün etkinliği konusu tartışılmıştır.

Yayılı Parametrelili Düzlemsel Bir Yapının Formülasyonu

Durum denkleminin çıkarılması

Yayılı parametrelili, sönümlü yapıların hareket denklemleri aşağıdaki şekilde verilir.

$$M(r)\ddot{w}(r,t) + 2\xi L^{1/2}\dot{w}(r,t) + Lw(r,t) = U(r,t) \quad (1)$$

Burada $w(r,t)$, yapı üzerine t zamanında uygulanan U kuvvetine karşılık r noktasındaki yerleşimini vermektedir. Ayrıca M ve ξ sırası ile birim alan başına düşen kütle ve sönüm katsayısını ifade etmektedir. L zamandan bağımsız ve pozitif olan diferansiyel

operatörü belirtmektedir. Yayılı parametrelili yapılar için öz değer problemi

$$L\psi_n = \lambda_n M\psi_n \quad (2)$$

olarak ifade edilebilir. Burada λ_n , n inci öz değeri, ψ_n ise bu özdeğere karşılık gelen mod şekil fonksiyonunu göstermektedir. Öz değerler ve sönümsüz doğal frekanslar arasındaki ilişki

$$\lambda_n = \omega_n^2 \quad (3)$$

olarak verilir. Yayılı parametrelili yapı üzerindeki herhangi bir noktanın yerleşimini aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$w(r,t) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i(t)\psi_i(r) \quad (4)$$

Burada $x_i(t)$, t anında i inci modun genliğini belirtmektedir. $\psi_i(r)$ yapı üzerinde r noktasındaki mod şekil fonksiyonunu gösterir. Eğer denklem (4) denklem (1) de yerine konur, ψ_n ile çarpılır ve yapının yüzeyi boyunca integre edilirse, n inci modun hareketini veren aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\ddot{x}_n(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}_n(t) + \omega_n^2x_n(t) = \int_s \psi_n(r)U(r,t) \quad (5)$$

Denklem (5) kullanılarak herhangi bir n inci titreşim modunu içeren durum denklemi

$$\dot{\underline{x}}_n(t) = A_n\underline{x}_n(t) + B_nu(t) + D_nv(t) \quad (6)$$

şeklinde bulunur. Burada $\underline{x}_n(t)$ durum vektörünü, $u(t)$ kontrol giriş vektörünü ve $v(t)$ ise dış giriş vektörünü göstermektedir. Denklem (6) da verilen matris ve vektörlerin açık yazılımı

$$\underline{x}_n(t) = \begin{bmatrix} x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}, A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix}$$

$$B_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{\psi}_{n,1} & \tilde{\psi}_{n,2} & \dots & \tilde{\psi}_{n,N_u} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{\psi}_{n,1} & \bar{\psi}_{n,2} & \dots & \bar{\psi}_{n,N_v} \end{bmatrix}$$

şeklinde dir. Burada $\tilde{\psi}_{n,i}$ ve $\bar{\psi}_{n,i}$ sırasıyla kontrol kuvvetinin ve dış kuvvetin uygulandığı noktalardaki mod şekil fonksiyonu değerlerini ifade etmektedir. N_u ve N_v kontrol ve dış kuvvet sayısını göstermektedir. Sonuç olarak, N_m sayıda yapısal modu içeren durum denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dv(t) \quad (8)$$

Bu denklemde bulunan matris ve vektörlerin açık yazılımı

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{N_m}(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_1 & & & 0 \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_{N_m} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{N_m} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{N_m} \end{bmatrix}$$

şekindedir. Denklem (8) doğrudan kontrol dizaynı için kullanılabilir. Fakat burada asıl amaç yapısal titreşim modlarını kontrol etmekten ziyade akustik güç modlarının kontrolü olduğundan bu denklemin transformasyonu gerekmektedir. Genel olarak titreşim yapan düzlemsel yapılarda ortaya çıkan akustik yoğunluğun ve basıncın hesaplanması Fahy(1985) tarafından verilmiştir. Burada önemli bir kriter olan ve sayısal olarak düşük frekanslarda oldukça yaklaşık değerlerde hesaplanabilen akustik güç matrisi kullanılacaktır. Bu matris aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$R_{ij} = \frac{\omega^3 \rho}{4\pi} \int_s \int_s \psi_i(r_2) \frac{\sin kr_s}{r_s} \psi_j(r_1) dr_2 dr_1 \quad (10)$$

Bu denklemde ω gürültü kaynağının frekansını, ρ havanın yoğunluğunu, k dalga sayısını, r_s ise kaynağın bulunduğu yer r_2 ile gürültünün alındığı nokta r_1 arasındaki mesafeyi vermektedir. S integrasyonun titreşim yapan yüzey üzerinde olduğunu ifade etmektedir. R matrisi aşağıdaki şekilde ayrıklaştırılabilir.

$$R = Q\Lambda Q^{-1} \quad (11)$$

Burada Q matrisi, kolonları R vektörünün öz vektörlerinden oluşan ortogonal dönüşüm matrisini, Λ matrisi ise R matrisinin öz değerlerini içeren köşegen matrisi göstermektedir. Q transformasyon matrisi kullanılarak (8) denklemi aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{D}v(t) \quad (12)$$

Burada dönüşüme tabi tutulan matris ve vektörler

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= Q_e^{-1}x(t), \quad \bar{A} = Q_e^{-1}AQ_e \\ \bar{B} &= Q_e^{-1}B, \quad \bar{D} = Q_e^{-1}D \end{aligned} \quad (13)$$

şekindedir. Q_e matrisi ortogonal dönüşüm matrisi Q nun $(2N_m \times 2N_m)$ boyutuna genişletilmiş halini göstermektedir.

Çıkış denkleminin elde edilmesi

PVDF sensörün çıkış genliği aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\tilde{y} = q_{n_j} \sum_{m_j=1}^{N_m} x_j(m_j, n_j) b_j(m_j, n_j) c_j(m_j) \quad (14)$$

Bu denklemde q_{n_j} ağırlık faktörünü, $x_j(m_j, n_j)$ modsal genliği göstermektedir. $b_j(m_j, n_j)$ ve $c_j(m_j)$ aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$b_j(m_j, n_j) = L_y \Gamma_0 \left[e_{32} \left(\frac{m_j \pi}{L_x} \right)^2 + e_{31} \left(\frac{m_j \pi}{L_y} \right)^2 \right]$$

$$c_j(m_j) = \sin \frac{m_j \pi}{L_x} \gamma \quad (15)$$

Burada, m_j ve n_j modsal indeksi gösterirken j mod sayısını ifade etmektedir. L_x ve L_y plakanın X ve Y eksenleri doğrultusundaki boyutlarıdır. γ sensörün X doğrultusunda yerleştirildiği yeri belirtir. Ayrıca Γ_0 sensör şekil katsayısını, e_{31} ve e_{32} piezo elektrik yoğunluk katsayılarını göstermektedir. Ön görülen belirli bir frekansa kadar tek/tek, tek/çift, çift/tek ve çift/çift şeklindeki akustik modları ölçebilmek için dört grup yayılı parametrelili sensör dizaynı gerekmektedir. Herbir gurubun çıkış genliği

$$y_{oo} = \sum_{i=1}^{n_{oo}} \tilde{y}_i^{(oo)}, \quad y_{oe} = \sum_{i=1}^{n_{oe}} \tilde{y}_i^{(oe)}$$

$$y_{eo} = \sum_{i=1}^{n_{eo}} \tilde{y}_i^{(eo)}, \quad y_{ee} = \sum_{i=1}^{n_{ee}} \tilde{y}_i^{(ee)} \quad (16)$$

şekindedir. Burada n_{oo} , n_{oe} , n_{eo} , ve n_{ee} sırasıyla dizayn edilmesi gerekli tek/tek, tek/çift, çift/tek ve çift/çift şeklindeki modları ölçen sensörlerin sayısını ifade eder. Sonuç olarak, herbir moda karşılık gelen genliği veren çıkış denklemi

$$y = \begin{bmatrix} y_{oo}(1) & 0 & \dots & y_{oo}(N_m) & 0 \\ y_{oe}(1) & 0 & \dots & y_{oe}(N_m) & 0 \\ y_{eo}(1) & 0 & \dots & y_{eo}(N_m) & 0 \\ y_{ee}(1) & 0 & \dots & y_{ee}(N_m) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_{N_m} \\ \dot{\bar{x}}_{N_m} \end{bmatrix} \quad (17)$$

olarak elde edilebilir.

H_∞ Kontrol Dizaynı

Yayıllı parametrelili sistemler teorik olarak sonsuz sayıda yapısal mod içermektedir. Ön görülen

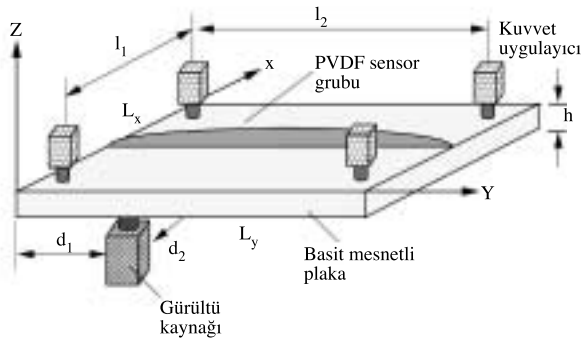
belirli bir frekansa kadar olan modları içeren hareket denklemleri kısmı diferansiyel denklemlerle ifade edilebilir. Şekil 1 de gösterilen tüm kenarlarından basit mesnetli ($1,8m \times 0,88m \times 0,009m$) boyutlarındaki bir plak sistemini ele alalım. Bu plakin öngörülen frekansı olan 500 Hz'e kadar 22 tane yapısal modu vardır (Tablo 1). Bir önceki bölümde açıklandığı şekilde bu sistemin denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_f &= \bar{A}_f \bar{x}_f + \bar{B}_f u + \bar{D}_f v \\ y_f &= C_f \bar{x}_f\end{aligned}\quad (18)$$

Matris boyutları $A_f \in \mathbb{R}^{44 \times 44}$, $B_f \in \mathbb{R}^{44 \times 4}$, $C_f \in \mathbb{R}^{4 \times 44}$ ve $D_f \in \mathbb{R}^{44 \times 1}$ şeklindedir. Burada f ile belirtilen tam dereceli bir sistem ifadesidir. Ayrıca modal kontrol amacı ile aynı guruptan olan modlar durum denkleminde bir araya toplanmıştır yani sırası ile 7 adet tek/tek, 6 adet tek/çift, 5 adet çift/tek ve 4 adet çift/çift modu olmak üzere sıralanmıştır. Diğer taraftan boyutu 44 olan bir durum denklemleri kullanılarak dizayn edilecek bir dayanımlı kontrolörü gerçekte uygulamak mümkün olmamaktadır. Bu nedenle kontrol dizaynı için burada ilk 6 adet mod yani 150 Hz'e kadar olan modlar dikkate alınacaktır. Bu durumda sistemin denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_r &= \bar{A}_r \bar{x}_r + \bar{B}_r u + \bar{D}_r v \\ y_r &= C_r \bar{x}_r\end{aligned}\quad (19)$$

şeklindedir. Matris boyutları $A_r \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$, $B_r \in \mathbb{R}^{12 \times 4}$, $C_r \in \mathbb{R}^{4 \times 12}$ ve $D_r \in \mathbb{R}^{12 \times 1}$ olarak verilir. Burada r indirgenmiş bir sistemi ifade etmektedir. Ayrıca bu frekansa kadar olan modların sırası 2 adet tek/tek, 2 adet tek/çift, 1 adet çift/tek ve 1 adet çift/çift modu şeklindedir.



Şekil 1. Yayılı parametrelili plak sistemi

Table 1. Plak sisteminin yapısal modları

Sayı	Mod	Frekans	Sayı	Mod	Frekans
1	(1,1)	35,292	12	(3,2)	283,588
2	(1,2)	55,716	13	(2,5)	284,136
3	(1,3)	89,756	14	(3,3)	317,628
4	(2,1)	120,744	15	(2,6)	359,024
5	(1,4)	137,412	16	(1,7)	362,077
6	(2,2)	141,168	17	(3,4)	365,284
7	(2,3)	175,208	18	(3,5)	426,556
8	(1,5)	198,684	19	(2,7)	447,529
9	(2,4)	222,864	20	(4,1)	462,551
10	(3,1)	263,164	21	(1,8)	464,198
11	(1,6)	273,573	22	(4,2)	482,975

H_∞ kontrol dizaynı esas olarak kontrol sisteminin matematik modeli yani durum denklemleri kullanılarak yapılır. Diğer taraftan elde edilen model sistem gerçek sistemi tam anlamda hiçbir zaman temsil etmemektedir. Gerçek sistemle kontrol dizaynında kullanılan model sistem arasındaki fark yani sistem dinamikleri belirsizlik olarak isimlendirilir. Dizayn edilecek kontrolörden beklenen dizayn esnasında hesaba katılmayan sistem dinamiklerini yani burada yüksek frekans modlarını tahrik etmemesidir. Bu anlamda kontrol sistemine etki eden belirsizlik

$$\Delta_m(s) = \frac{P_f(s) - P_r(s)}{P_r(s)} \quad (20)$$

şeklinde verilebilir. $P_f(s)$ ve $P_r(s)$ sırası ile tam ve indirgenmiş dereceli sistemlerin transfer fonksiyonlarını ifade etmektedir. Burada ele alınan kontrol sistemi kontrol esnasında herhangi bir referans girişine sahip olmayan regülatör sistemdir. Regülatör tipi kontrol sistemleri için H_∞ kontrol teorisi, sistemin kapalı çevriminin sonsuz normunu en aza indirecek ve sistemi kararlı kılacak kontrolörü bulmayı sağlar Sampei ve arkadaşları (1990). Kontrol dizaynında ilk amaç geri beslemeli kontrol sisteminin çarpım belirsizliğine karşı dayanımlı kararlılığını sağlamaktır. Bu amaçla Şekil 2(a) da verilen kontrol sistemi blok diyagramını düşünelim. Bu kontrol sisteminde aşağıdaki gibi iki ana transfer fonksiyonu vardır.

$$\begin{aligned}\mathcal{M}(s) &= \frac{P_r(s)}{I - P_r(s)K(s)} \\ \mathcal{T}(s) &= \frac{P_r(s)K(s)}{I - P_r(s)K(s)}\end{aligned}\quad (21)$$

Burada $\mathcal{M}(s)$, v dış girişinden y çıkışına olan, $\mathcal{T}(s)$ ise u girişinden y çıkışına olan transfer fonksiyonunu

ifade etmektedir. $K(s)$ dizayn edilecek kontrolörü ifade eder. Dayanımlı kontrol dizaynı açısından $T(s)$ özel bir önem taşır ve tamamlayıcı duyarlılık transfer fonksiyonu olarak isimlendirilir. Kontrol dizaynında bir sonraki adım olarak $W_T(s)$ ve $W_M(s)$ gibi iki ağırlık fonksiyonunun kontrol sisteminin u kontrol ve y çıkış kanalına yerleştirildiği düşünülmektedir (Şekil 2(b)). Buraya kadar $T(s)$, $\Delta(s)$ in birer kararlı transfer fonksiyonu olduğunu düşünerek, kontrol sisteminin kapalı çevriminin kontrol sistemine etki eden tüm pertürbasyonlara karşı dayanımlı sürekli kararlılığı için yeterli şart

$$\|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (22)$$

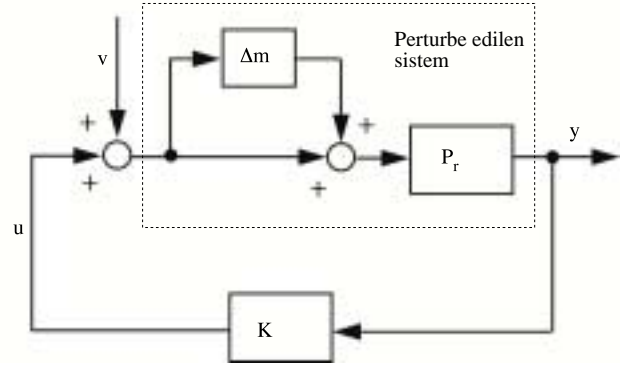
şeklinde ifade edilir. Bu şartın yerine getirilmesi için aşağıdaki eşitsizliğin mutlak surette sağlanması gerekir.

$$\bar{\sigma}[\Delta_m(s)] < W_T(s) \quad (23)$$

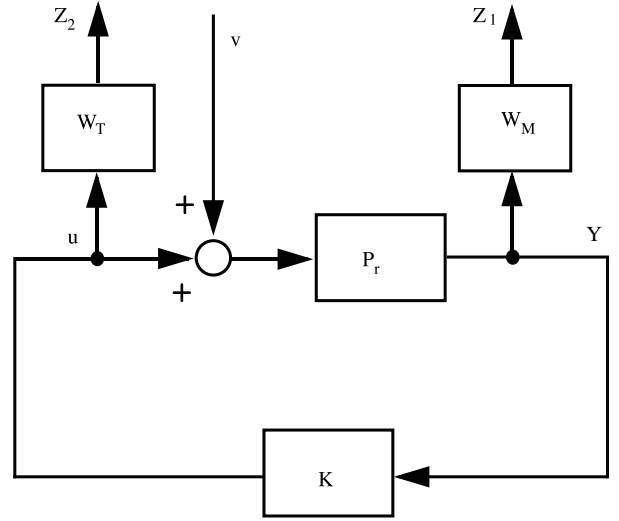
Burada $\bar{\sigma}$ maksimum tekil değeri belirtmektedir. Denklem (22) nin ifade ettiği anlam, $T(s)$ ne kadar küçük değerde olursa dayanımlı kararlılığın o kadar iyi olacaktır.

H_∞ kontrol dizaynında ikinci amaç geri beslemeli kontrol sisteminin performansını arttırmaktır. Bu, cevap performansını iyileştirmek yani v dış girişinin y sistem çıkışı üzerindeki etkisini azaltmak anlamındadır. Bu problem kapalı çevrimin kararlılığının sağlanması şartıyla transfer fonksiyonu $\mathcal{M}(s)$ in maksimum tekil değeri $\|\mathcal{M}(s)\|_\infty = \sup \bar{\sigma}[\mathcal{M}(s)]$ nin en aza indirilmesi ile ilgilidir. Pratikte kontrol sistemine etki eden bozucu etkinin spektrumunu, göreceli olarak düşük frekans bölgesinde büyük yüksek frekans bölgesinde ise küçüktür. Eğer $W_M(s)$ in ağırlık fonksiyonu düşük frekans bölgesinde büyük olacak şekilde seçilirse, $\|W_M(s)\mathcal{M}(s)\|_\infty$ nin H_∞ normu gürültüyü azaltacak şekilde küçük olacaktır. Sonuç olarak, kontrol dizaynı için hedeflenen iki amaç yani dayanımlı kararlılık ve cevap performansı, $W_T(s)$ ve $W_M(s)$ gibi iki ağırlık fonksiyonunun seçilmesiyle aşağıdaki karışık duyarlılık probleminin çözülmesine bağlıdır.

$$\left\| \begin{array}{c} W_T(s)T(s) \\ W_M(s)\mathcal{M}(s) \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (24)$$



(a)



(b)

Şekil 2. H_∞ kontrol dizaynı için blok diyagramı (a) Pertürbasyon uygulanmış sistem (b) Genişletilmiş sistem

Burada ele alınan kontrol sisteminde modsal ayrışım gerçekleştirildiği için her bir mod gurubu için ayrı bir kontrolör dizayn edilecektir. Kontrol sisteminde 4 noktadan kontrol kuvveti uygulandığından dizayn edilecek kontrolörler tek girişli çok çıkışlı olacaktır. H_∞ kontrol dizaynında önemli bir kısım ağırlık fonksiyonlarının belirlenmesidir. Ağırlık fonksiyonlarının köşe frekanslarının bulunmasında kontrol sistemine etki eden belirsizlik kullanılabilir. W_T nin belirlenmesinde temel ilke Şekil 3 de gösterildiği gibi sisteme etki eden belirsizlikleri kaplıyacak bir fonksiyon bulmaktır. Bu ilke kullanılarak bu çalışmada aşağıdaki şekilde ağırlık fonk-

siyonları belirlenir.

$$w_T = k_1 \frac{s^2 + 2\xi_{wn}\omega_{wn}s + \omega_{wn}^2}{s^2 + 2\xi_{wd}\omega_{wd}s + \omega_{wd}^2}$$

$$W_M = \frac{k_2}{s + \omega_{wM}} \quad (25)$$

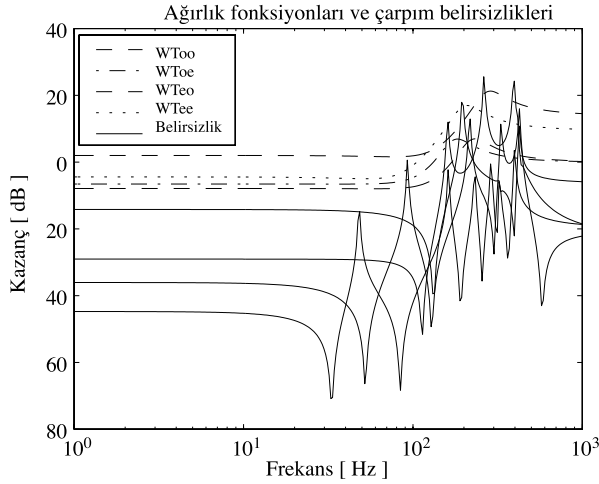
$$W_T = \text{diag}(w_T, w_T, w_T, w_T)$$

Tek/tek mod gurubu için değerler $k_1 = 3$, $\omega_{wn} = 2\pi 89 \text{ rad/s}$, $\omega_{wd} = 2\pi 199 \text{ rad/s}$, $\xi_{wn} = 0,5$, $\xi_{wd} = 0.2$ olarak bulundu. Diğer mod gurupları içinde aynı yöntemle değerler belirlendi. H_∞ kontrol dizaynı Gahinet ve arkadaşlarının (1995) oluşturduğu Matlab LMI Kontrol dizayn algoritması kullanılarak yapıldı. Elde edilen her bir H_∞ kontrolör denklemini

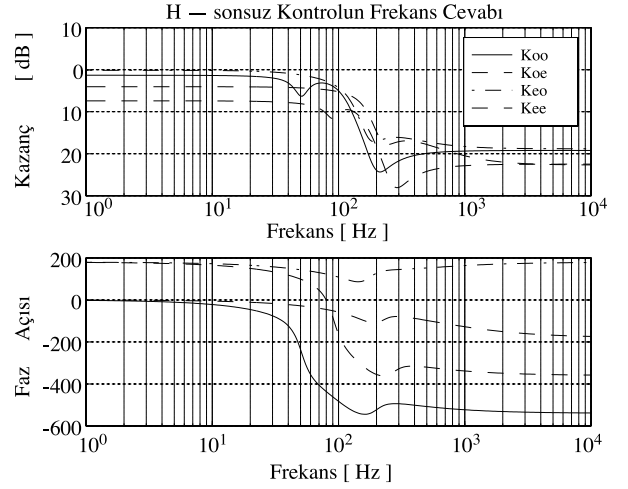
$$\dot{x}_K = A_K x_K + B_K y$$

$$u = C_K x_K + D_K y \quad (26)$$

şeklinde. H_∞ kontrolörünün frekans cevabı Şekil 4 de gösterilmiştir. Bu frekans cevabından görülebileceği şekilde kontrolörün kazanç ve fazı kontrol edilen modlarda istenen düzeyde iken yüksek frekans modları bölgesinde bu modları tahrik etmeyecek şekilde bir davranış göstermektedir.



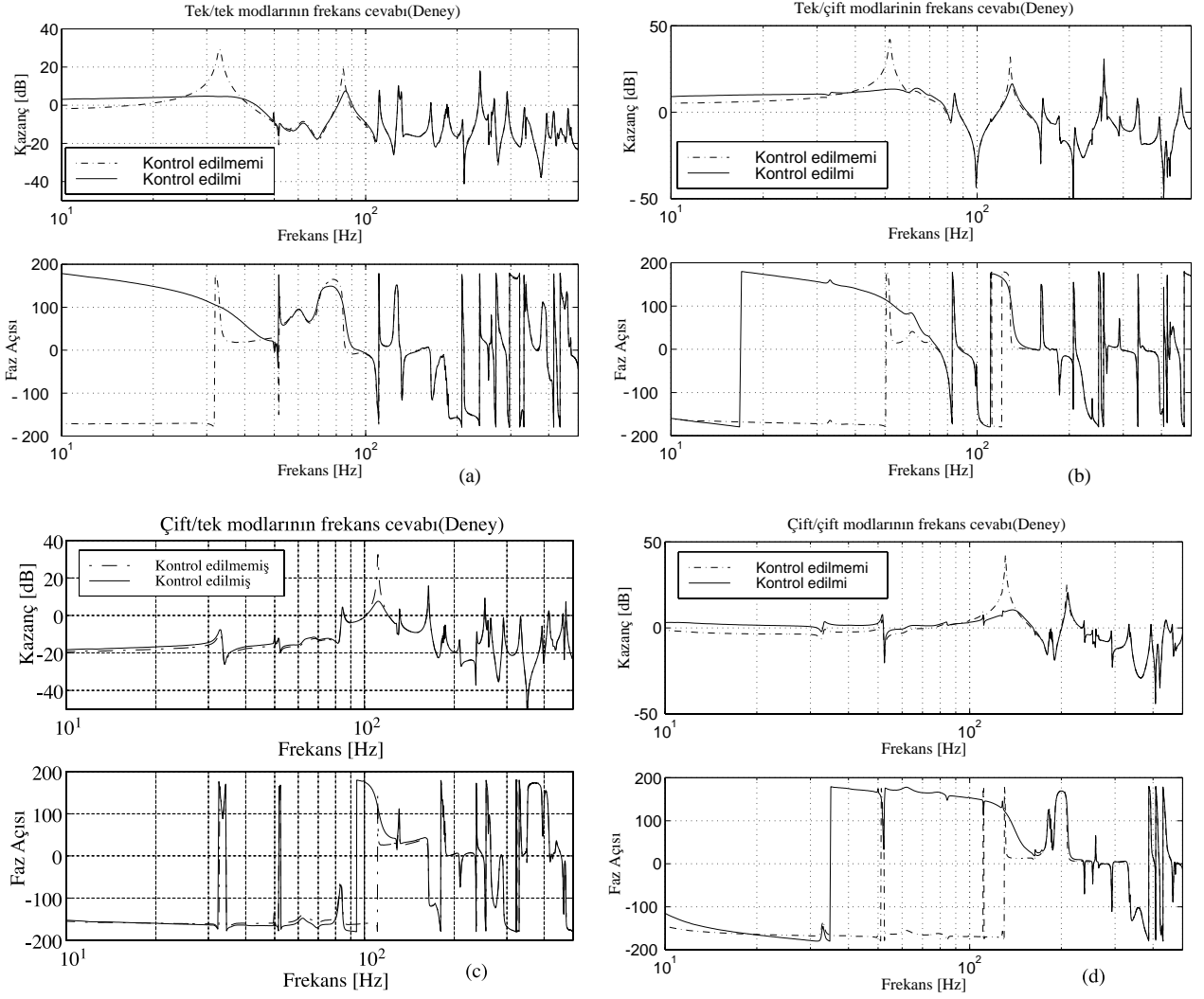
Şekil 3. Belirsizlik frekans cevabı



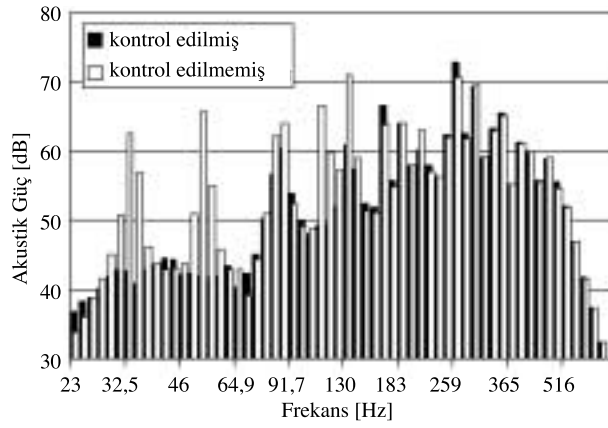
Şekil 4. H_∞ kontrolör frekans cevabı

DeneySEL Sonuçlar

Dizayn edilen her bir H_∞ kontrolör Tustin transformasyonu kullanılarak sürekli halden ayrık hale dönüştürüldü. Burada 0,0002 saniyelik ayrık zaman aralığı seçildi. Kontrolörlerin C dil kodu oluşturularak A/D, D/A ara yüzüne sahip Sayısal Sinyal İşlemcisine yüklendi ve derlendi. Kontrolü öngörülen bütün modlar aynı anda kontrol edildi. Elde edilen sonuçlar Şekil 5a-d de gösterilmiştir. Bu şekillerden görülebileceği gibi kontrol yoluyla tek/tek modlardan (1,1) modu 28,86 dB den 6,88 dB'e, (1,3) modu 18,35 dB den 10,19 dB'e geriledi. Tek/çift modlardan (1,2) modu 42,10 dB den 13,36 dB'e, (1,4) modu 31,06 dB den 16,21 dB'e, çift/tek modu (2,1) 32,00 dB den 7,51 dB'e, çift/çift modu (2,2) ise 42,55 dB den 10,46 dB'e geriledi. Kontrol edilmeyen diğer bütün modlar herhangi bir tahrik olmadan kontrolden etkilenmemektedir. Bu sonuç H_∞ kontrolün bir avantajı olarak gösterilebilir. Dikdörtgen yüzeyler için öngörülmuş akustik güç ölçüm standartları kullanılarak akustik güç ölçümü yankısız bir odaya yerleştirilmiş olan deney seti üzerinde ses yoğunluk probu kullanılarak yapıldı. Şekil 6 da gösterildiği gibi öngörülen modlarda kontrol ile akustik güçteki azalma teyit edilmiştir.



Şekil 5. Kapalı çevrim frekans cevabı (a) Tek/tek modları (b) Tek/çift modları (c) Çift/tek modları (d) Çift/çift modları



Şekil 6. Plakadan yayılan akustik güç

Sonuçlar

Bu çalışmada, yayılı parametrelili sistemlerde yapısal titreşim kaynaklı akustik güç modlarının H_∞ kontrolü konusu deneysel olarak verilmiş ve yayılı parametrelili PVDF sensörlerin deneysel olarak modsal ayrışım ve modsal kontrol amacı ile kullanımı açıklanmıştır. Yayılı parametrelili sistemlerde modellenemeyen yüksek frekans modlarının kontrol sis-

temini kararsızlaştırıcı ve performansını bozucu etkisinin, belirsizlik fonksiyonlarının kontrol dizaynı içine katılması ve frekans şekillendirmeyi sağlayan uygun ağırlık fonksiyonlarının bulunmasıyla giderilebileceği gösterildi. Ayrıca elde edilen deneysel sonuçlar, geri beslemeli sürekli dayanımlı H_∞ kontrolün kontrol performansının oldukça iyi olduğunu göstermektedir.

Kaynaklar

Doyle, J.C., Francis, B.A., Tannenbaum, A.R., "Feedback Control Theory", Macmillan, 1992.

Fahy, F., "Sound and Structural Vibration", Academic Press, 1985.

Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A. J., Chilali, M., "LMI Control Toolbox, For Use with MATLAB", Mathworks, 1995.

Sampei, M., Mita, T., Nakamichi, M., "An Algebraic Approach to H_∞ Output Feedback Control Problems", Systems and Control Letters, 14, 13-24, 1990.

Sivrioğlu S., Tanaka, N., Kikushima, Y., "An H_∞ Control Design Approach for Distributed Parameter Structures with Attached PVDF Sensors", Proceeding of 6 th International Congress on Sound and Vibration, 1669-1676, 1999.

Snyder, S. D., Tanaka, N., Kikushima, Y., "The Use of Optimally Shaped Piezo-electric Film Sensors in the Active Control of Free Field Structural Radiation, Part 1: Feedforward Control", Journal of Vibration and Acoustic, 117, 311-322, 1995.

Snyder, S. D., Tanaka, N., Kikushima, Y., "The Use of Optimally Shaped Piezo-electric Film Sensors in the Active Control of Free Field Structural Radiation, Part 2: Feedback Control", Trans. of the ASME, 118, 112-121, 1996.

Tanaka, N., Snyder, S. D., Hansen, C.H., "Distributed Parameter Modal Filtering Using Smart Sensor", Trans. of the ASME, 118, 630-640, 1996.