

# 考虑从众效应的入匝道系统建模与模拟

庄倩, 贾斌, 李新刚

(北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044)

**摘要:**采用改进的加权概率元胞自动机模型对主道是双车道的入口匝道系统进行模拟分析,并考虑了匝道上车辆的从众效应。模拟研究了从众效应对入匝道系统交通流特性的影响,并把此种情况下的系统相图与不考虑从众效应时的系统相图和以前的研究成果进行比较分析。研究了当主道和匝道都达到饱和时,主道上游、匝道及主道下游的通行能力与从众概率的变化关系。模拟结果表明,从众效应能在一定程度上减弱主道对匝道的瓶颈效应,提高匝道的通行能力。

**关键词:**交通运输工程;入口匝道系统;元胞自动机;从众效应

**中图分类号:**U491 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5497(2009)Sup. 2-0052-06

## Models and simulations of on-ramp system considering conformity effect

ZHUANG Qian, JIA Bin, LI Xin-gang

(School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** The traffic system with two-lane main road and one-lane on-ramp was simulated and analyzed by using the modified weighted probabilistic cellular automaton model. The conformity effect of the vehicles on the ramp was considered. The phase diagrams with and without the conformity effect were analyzed and compared to study the influence of conformity effect on traffic flow characteristics. The variations of the capacity at upstream the on-ramp, the on-ramp and downstream the on-ramp with respect to the conformity probability were analyzed, when main road and on-ramp both are saturated. The results indicate that conformity effect can weaken the bottlenecks effect caused by the main road on the on-ramp to some extent and increase capacity of on-ramp.

**Key words:** engineering of communication and transportation; on-ramp system; cellular automaton; conformity effect

入口匝道作为一种典型的交通瓶颈,对其建模和分析已成为现在道路交通流研究的热点问题<sup>[1-5]</sup>。2000年,Diedrich等<sup>[6]</sup>研究了一种以车

库形式出现的入口匝道对主路交通流的影响,这种入口匝道形式将真实的入口匝道简单、理想化了。为了模拟出入口匝道交通瓶颈复杂的交通特

**收稿日期:**2009-04-26.

**基金项目:**“973”国家重点基础研究发展规划项目(2006CB705500);国家自然科学基金重点项目(70631001);国家自然科学基金项目(70501004);教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-07-0057).

**作者简介:**庄倩(1984-),女,硕士研究生,研究方向:道路交通流建模与模拟. E-mail:07121213@bjtu.edu.cn

**通信作者:**贾斌(1974-),男,副教授,博士生导师.研究方向:道路交通流建模与模拟. E-mail:bjia@bjtu.edu.cn

性,姜锐等<sup>[7-8]</sup>利用 NaSch 模型<sup>[9]</sup>研究了主道和入口匝道之间的相互作用。在入匝道口处,主道车辆与匝道车辆之间的相互作用是比较复杂的,具有很大的不确定性,很难用解析的模型进行描述,其特殊的道路环境使得驾驶员的反应更加敏感。此外,当主道上的车辆与匝道上的车辆发生冲突时,保守型的驾驶员为了避免发生事故会避让与之冲突的车辆,但激进型的驾驶员会强行通过冲突点。而且车辆是否会避让与交叉点被占据的状况有关。如果交叉点在上一个时间步被从匝道进入的车辆占据,那么在当前时间步,交叉点再次被匝道上的车辆占据的可能性就非常大。基于此,作者利用改进的加权概率元胞自动机模型<sup>[10]</sup>对主道为双车道的入口匝道交通瓶颈处的交通模式进行了模拟研究,并制定能够反映从众效应的规则,以期模拟出入口匝道交通瓶颈处各种复杂的交通特征。

## 1 模型建立

在元胞自动机模型中,时间、空间以及速度都被整数离散化。道路被划分为离散的格子(即元胞),每个元胞或者是空,或者被一辆车占据,每辆车的速度可以在  $(0, v_{\max})$  内取值,  $v_{\max}$  为最大速度。本文采用改进的加权概率元胞自动机模型<sup>[10]</sup>(MWP 模型)进行建模。

首先,简要介绍一下 MWP 模型。MWP 模型是在加权概率元胞自动机模型<sup>[11]</sup>(WP 模型)的基础上经过改进得到的。在 MWP 模型中,引入一个随机变量  $M_i^t$ ,表示  $t$  时刻第  $i$  辆车移动的格子数,用  $m$  表示  $M_i^t$  的一个可能取值。速度分布概率函数  $w_i^t(m)$  表示第  $i$  辆车  $t$  时刻前进  $m$  个格子的概率,即  $M_i^t$  取  $m$  的概率。 $w_i^t(m)$  除了具有分布函数的性质外,在给定的间距  $\Delta x_i$  下是  $m$  的单调增函数,即  $w_i^t(m)/w_i^t(m-1) > 1$ ,这主要是由于在给定的车间距  $\Delta x_i$  下,车辆一般会尽可能的快速行驶。然而由于外部条件(如限速)和内部因素(车辆性能等)的制约,当  $m$  增加到某一值时,加速机制便趋于一致,即  $w_i^t(m)/w_i^t(m-1) \rightarrow 1 (m \rightarrow \Delta x_i)$ ,同时也反映了在车间距较大时加速效应趋于相同。在这里还要说明一点,由于考虑了驾驶员和车辆的差异,这个最大速度并不表示所有车辆的最大速度,只是把它看成是所有车辆期望速度的最大值。

在模型中,概率函数  $w_i^t(m)$  的定义如下:

$$w_i^t(m) = \begin{cases} 1, \Delta x_i = 0 \\ \frac{1}{\Delta x_i} \left( 1 - \frac{\alpha}{\gamma^{m+1}} \right), \\ m = 0, 1, \dots, \Delta x_i - 1; \Delta x_i \neq 0 \\ \frac{1}{\Delta x_i} \left( 1 - \frac{\beta}{\gamma^m} \right), m = \Delta x_i; \Delta x_i \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\alpha, \beta$  和  $\gamma$  是待定参数,  $\alpha, \beta, \gamma \in Z^+$ , 且  $\alpha + \beta = \gamma, \alpha > \beta, \gamma > 1$ ;  $x_i^t$  表示  $t$  时刻第  $i$  辆车的位置,  $x_{i+1}^t$  表示  $t$  时刻第  $i+1$  辆车的位置,  $\Delta x_i = x_{i+1}^t - x_i^t - 1$  表示车间距,即  $t$  时刻第  $i$  车与其前车  $i+1$  车之间的空元胞数。当  $\Delta x_i > v_{\max}$  时,取  $\Delta x_i = v_{\max}$ ,使得  $m$  的所有可能取值为  $0, 1, \dots, \Delta x_i$ ,保证了  $m \leq m_{\max}$ 。

在  $t \rightarrow t+1$  过程中,车辆按如下规则更新:

(1) 在给定的车间距  $\Delta x_i$  下,根据式(1)确定随机概率函数  $w_i^t(m)$  的值,可得概率函数的  $\Delta x_i + 1$  个区间:①  $[0, w_i^t(0)]$ ; ②  $[w_i^t(0), w_i^t(0) + w_i^t(1)]$ ; ……。

$$\begin{aligned} & \Delta x_i [w_i^t(0) + w_i^t(1) + \dots + w_i^t(m-2), \\ & w_i^t(0) + w_i^t(1) + \dots + w_i^t(m-1)]; \\ & \Delta x_i + 1 [w_i^t(0) + w_i^t(1) + \dots + w_i^t(m-1), \\ & 1]。 \end{aligned}$$

(2) 考虑到车辆减速是在一定的范围内,并且  $t+1$  时刻的速度是在  $t$  时刻速度基础上变化的。所以  $t+1$  时刻速度的取值区间为

$$v_i^{t+1} \in [v_i^t - 1, \min(v_{\max}, \Delta x_i)] \quad v_i^{t+1} \in Z^+ \quad (2)$$

如果  $v_i^t - 1 < 0$ , 区间下界取 0; 如果  $v_i^t - 1 > \Delta x_i$ , 那么取  $v_i^{t+1} = \Delta x_i$ 。其中,  $v_i^t$  表示  $t$  时刻第  $i$  辆车的速度,  $v_i^{t+1}$  表示  $t+1$  时刻第  $i$  辆车的速度。

(3) 根据分布函数的性质及概率函数  $w_i^t(m)$ , 可得第 2 步中区间(2)所对应的概率区间  $[w_i^t(0) + w_i^t(1) + \dots + w_i^t(v_i^t - 2), 1]$ , 产生一个包含于这个概率区间的随机数  $rand(\cdot)$ , 满足  $rand(\cdot) \in [0, 1]$ , 若该随机数  $rand(\cdot)$  属于第 1 步中的第  $j$  个子区间, 则车辆运动的格子数为  $m = j - 1$ , 即

$$v_i^t = m \quad (3)$$

(4) 位置更新

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^t \quad (4)$$

式中:  $x_i^{t+1}$  表示  $t+1$  时刻第  $i$  辆车的位置。

本文采用文献[9]中主道为双车道匝道为单车道的入匝道系统,如图 1 所示。主道是双车道,

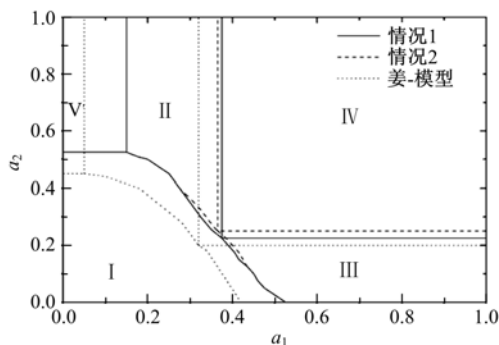


图 1 主道为双车道的入口匝道系统示意图  
Fig.1 Sketch of on-ramp system with main road having two lanes

匝道上下游左车道分别记作道 D、E，右车道记作 A、C，入匝道是单车道 B，入口匝道上的车辆在元胞  $C_0$  处进入主道。主道上的车辆按照对称换道规则<sup>[12]</sup>进行换道，即

$$\begin{cases} d_n < \min(v_n + 1, v_{max}) \\ d_{n,other} > d_n \\ d_{n,back} > v_{max} \end{cases} \quad (5)$$

式中： $d_n = x_{n+1} - x_n - l_{car}$  表示第  $n$  辆车与前车之间的空元胞数； $x_n$ 、 $v_n$  分别表示第  $n$  辆车的位置和速度； $l_{car}$  为车长，没有特殊说明时均取 1； $d_{n,other}$  表示第  $n$  辆车与旁道上的前车之间的空格数； $d_{n,back}$  表示第  $n$  辆车与旁道上后车之间的空格数； $v_{max}$  表示车辆的 maximum 速度。

主道上左车道 D 和 E 上的车辆按照 MWP 模型进行更新。道路 A、C 和 B 按如下更新规则更新。

为了方便，在此用  $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  分别表示右车道 A 和匝道 B 上的头车； $C_{last}$  表示右车道 C 上的尾车； $x_A$ 、 $x_B$  和  $x_0$  分别表示车辆  $A_{lead}$ 、 $B_{lead}$  和  $C_0$  的位置； $t_A$ 、 $t_B$  分别表示  $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  到达交叉元胞  $C_0$  所需的时间； $d_A$ 、 $d_B$  分别表示  $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  与交叉元胞  $C_0$  之间的距离； $v_A$ 、 $v_B$  分别表示  $t$  时刻车辆  $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  的速度。

在更新过程中，首先判断在  $t \rightarrow t+1$  时间步里， $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  是否能到达交叉元胞。如果都不能到达或其中之一可以到达，则主道和匝道上的车互不影响，各自按 MWP 模型的更新规则向前移动。如果都能到达，则主道和匝道上的车在交叉元胞  $C_0$  处发生冲突。所以首先要按照式(6)和式(7)来计算  $t_A$  和  $t_B$

$$t_A = (x_0 - x_A) / v_A \quad (6)$$

$$t_B = (x_0 - x_B) / v_B \quad (7)$$

然后判断  $t_A$  和  $t_B$  之间的关系，当  $t_A < t_B$  时，可以假定  $A_{lead}$  有优先权占据  $C_0$ 。这时，A、C 道上的车辆按照 MWP 模型进行更新。更新 B 道时，在  $C_0$  设一虚拟车辆，假定  $C_0$  已被占据，然后再按照 MWP 模型进行更新。当  $t_A > t_B$  时，情形类似，只是 A 道和 B 道的角色互换。当  $t_A = t_B$  时，判断  $A_{lead}$  和  $B_{lead}$  与交叉元胞  $C_0$  的距离  $d_A$ 、 $d_B$  的关系，当  $d_A < d_B$  时，假定  $A_{lead}$  有优先权占据  $C_0$ ，否则  $B_{lead}$  有优先权占据  $C_0$ 。当  $d_A = d_B$  时，分两种情况考虑：

情况 1：主道有优先权，即  $A_{lead}$  优先占据  $C_0$ 。

情况 2：考虑匝道上车辆的从众效应，用  $p_{con}$  来表示从众概率。判断上一时间步交叉元胞  $C_0$  的状态，如果  $C_0$  为空或被主道上的车辆占据，则  $A_{lead}$  以绝对优先权占据  $C_0$ ，如果  $C_0$  被匝道上的车辆占据，则 B 道上的车辆以概率  $p_{con}$  占据  $C_0$  进入主路，A 道上的车辆以概率  $1 - p_{con}$  占据  $C_0$ 。

## 2 模拟结果分析

模拟时，采用开口边界条件，每个元胞对应 7.5 m，一辆车占据一个元胞的长度，每个时间步对应于 1 s。假设主道的左车道是长度为  $L$  个元胞的单车道，最左边的元胞对应着  $x=1$  的位置，最左面的车辆位置对应  $x_{last}$ ，最右面的车辆位置对应  $x_{lead}$ 。如果  $x_{last} > v_{max}$ ，则一辆速度为  $v_{max}$  的车以概率  $a_1$  进入  $\min(x_{last} - v_{max}, v_{max})$  的位置。在道路的出口处，如果  $x_{lead} > L$ ，那么最后一辆车无阻碍的驶出系统，紧跟其后的第二辆车成为新的头车。右道的进车和出车规则同左道相同。匝道入口的进车概率为  $a_2$ ，进车规则和主道相同。道路 A、B、C、D、E 都被划分为  $100 \times v_{max}$  个元胞，模型参数取值为  $v_{max} = 5$ ， $L = 1000$ 。另外，参考文献[11]，选取  $\alpha = 2$ ， $\beta = 1$ ， $\gamma = 3$ 。分别放置虚拟探头在匝道上游的主道上、匝道口和匝道下游的主道上来记录通过的车辆数，舍去前 20 000 个时间步以排除非稳态影响，记录在 100 000 个时间步内通过该虚拟探头的车辆数来确定主道上游、下游和匝道的流量  $Q_u$ 、 $Q_d$  和  $Q_r$ 。

在图 2 中，给出了没有考虑从众效应(情况 1)以  $(a_1, a_2)$  为相空间的相图，为了便于对比，同时给出了当从众概率  $p_{con} = 0.8$  时(情况 2)的空间相图及慢化概率为 0.4 时姜锐等<sup>[9]</sup>基于 NaSch 模型(姜-模型)所得到的相图。

在不考虑从众效应时(情况 1)，相图共分为 5 个区域，在 I 区中，主道和匝道都为自由流状态；

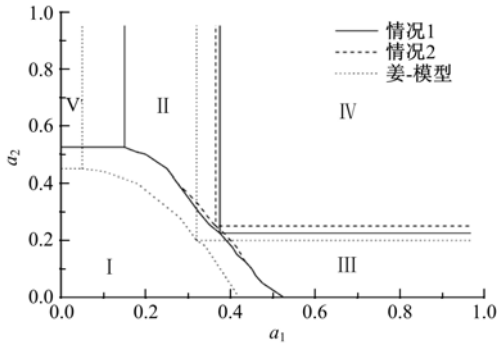


图 2 情况 1、情况 2 和慢化概率为 0.4 时姜-模型<sup>[9]</sup>的相图比较

Fig.2 Phase diagram of on-ramp system in Case 1, Case 2 and Jiang-model<sup>[9]</sup> when  $p=0.4$

在 II 区中,主道仍为自由流状态,匝道变为拥堵流,此时主道成为了匝道的瓶颈;在 III 区中,情况恰好与 II 区相反,匝道是自由流而主道出现拥堵流,匝道反过来变为了主道的瓶颈;在 IV 区中,主道和匝道都是拥堵流,主道和匝道互为瓶颈;而 V 区则比较特别,表示入匝道上达到了最大车流量,而匝道口上游的主道上仍处于自由流状态。这是由于,在主道为双车道的情况下,当主道的进车概率比较小时,即使匝道达到了最大流量,总流量也不会达到双车道的最大流量。

从图 2 还可以看出,考虑从众效应时(情况 2)与不考虑从众效应时(情况 1)相比,相图的分区没有定性的变化,并且每个相区的含义也是相同的。但 I 区稍有扩大,II 区稍有缩小,即匝道和主道的共同自由流区稍稍扩大了,主道为自由流、匝道为拥堵流的相区缩小了。III 区的面积有所扩张,即主道为拥堵流时,匝道的自由流区扩大了。可见,从众效应可以在一定程度上提高匝道的通行能力。这主要是由于,与情况 1 相比,匝道上车辆的从众行为使其有更多的机会进入主道。从图中还可以看出,与情况 1 相比,各相区面积的大小变化不大,主要是因为更新规则中,当主道和匝道的车辆发生冲突时,只有它们到达交叉元胞的时间和距离都相等时,才考虑从众效应,而这种情况出现的几率很小。

由图 2 中还可以看出,慢化概率为 0.4 时姜-模型的相图,选取慢化概率为 0.4 主要是由于在姜-模型中慢化概率越大可以得到更大的 V 区,便于比较。比较基于 MWP 模型与基于姜-模型的相图可知,MWP 模型能模拟出更大的 I 区和 V 区,而 II 区,III 区和 IV 区都变小了。这主要

是由于:姜-模型中最大加速度为 1,而 MWP 模型的最大加速度不受限制,在条件允许的情况下可以比姜-模型得到更大的速度。从而,在主道和匝道进车概率都相同的情况下,MWP 模型可以模拟出更高的流量,使得主道和匝道共同的自由流区变大了。同时,也减弱了主道对匝道的瓶颈作用,使得匝道达到最大流量的区域也变大了。可见,基于 MWP 模型来模拟入匝道系统可以较全面的模拟出车辆速度的变化,使得驾驶员在进入匝道时,选取更合理的速度,减小瓶颈作用,模拟出更高的流量。

考虑从众效应时,各条路段上的通行能力与进车概率的关系如图 3 所示。图 3(a)给出了主道上游流量与进车概率  $a_1$ 、 $a_2$  的关系。对于任意的  $a_2$ ,  $Q_u$  都随着主道进车概率  $a_1$  的增加而增加,

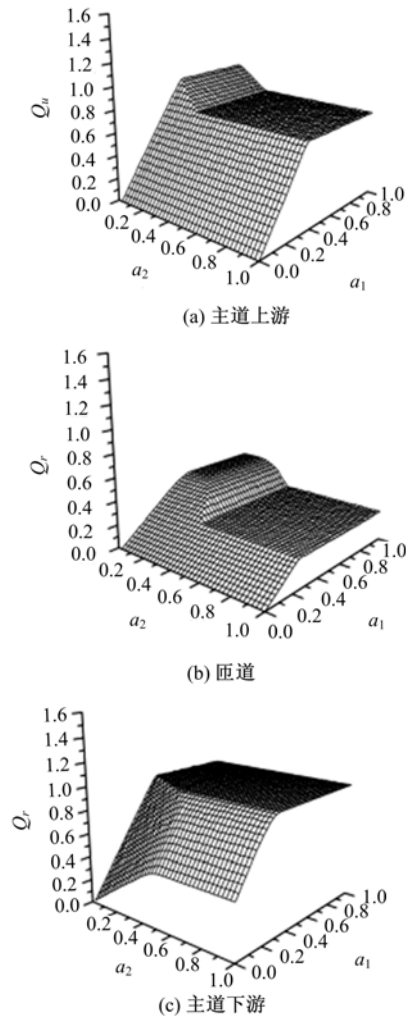


图 3 流量  $Q_u$ ,  $Q_r$  和  $Q_d$  与进车概率  $a_1$ ,  $a_2$  之间的关系  
Fig.3 Flux  $Q_u$ ,  $Q_r$  and  $Q_d$  versus entering probabilities  $a_1$  and  $a_2$

直到达到饱和。但饱和流量的大小随着匝道的进车概率  $a_2$  的增加而减小,最后保持不变。也就是说随着匝道上车辆的增多,匝道逐渐变为了主道的瓶颈。图 3(b)给出了匝道流量与进车概率的关系。对于任意的  $a_1, Q_r$  都随着匝道进车概率  $a_2$  的增加而增加,达到最大值后保持不变。最大值的大小随着主道的进车概率  $a_1$  的增加先不变,再减小,最后又保持不变。此时,随着主道进车概率的变大,主道逐渐变为了匝道的瓶颈。图 3(c)给出了主道下游流量与进车概率的关系。下游流量等于上游流量和匝道流量之和,即  $Q_d = Q_u + Q_r$ 。从图中可以看出,同上游流量一样,对于任意的  $a_2, Q_d$  都随着主道进车概率  $a_1$  的增加而增加,直到达到饱和。当主道进车概率  $a_1$  较小时,  $Q_d$  随着匝道的进车概率  $a_2$  的增加而增加,达到最大之后保持不变;当主道进车概率  $a_1$  达到一定值后,  $Q_d$  不再随匝道的进车概率  $a_2$  的变化而变化。综上所述,随着进车概率的增加,匝道和主道之间存在着相互影响。考虑从众效应并不能改善匝道和主道之间的瓶颈问题。

下面考察从众概率对各路段流量的影响。从实际交通情况考虑,只有当车辆密度比较大,出现排队时,从众现象出现的几率才比较大。所以,选取主道进车概率和匝道进车概率都为 1,考察各路段流量是如何随从众概率的变化而变化的。

图 4 给出了  $a_1 = 1, a_2 = 1$  时,主道上游,匝道和主道下游通行能力与从众概率的关系。可以看出,主道上游通行能力随着从众概率的增加而下降。随着从众概率增大,匝道上可以进入主道的车辆增加,匝道对主道的瓶颈效应加强。但通行能力下降幅度比较小,即从众效应对主道通行能

力的影响比较小,即使从众概率为 1 时,主道的通行能力仅比  $p_{con}=0$  时大约降低 0.025。可见,即使从众概率很大,匝道上的车想进入主道还是比较难。这主要是由于在模型的规则中,只有当主道和匝道的车辆发生冲突时,它们到达交叉元胞的时间和距离都相等时,才考虑从众效应,而这种情况出现的几率很小,所以匝道上车辆的从众行为对主道的通行能力影响很小。图 4 中还可以看出,匝道通行能力随着从众概率的增加而增加。这是由于从众概率增大,匝道上的车辆有更多的机会进入主道,从而提高了匝道的通行能力。但增加的幅度比较小,即从众效应只能稍微缓解匝道的拥堵,对于主道对匝道形成的瓶颈,并不能通过从众效应来消除。随着从众概率的增加,主道下游通行能力保持恒定不变,如图 4 所示。这是由于,当进车概率  $a_1 = 1, a_2 = 1$  时,主道下游已经达到了双车道的最大流量,不再会发生变化。另外,根据主道下游流量等于主道上游流量与匝道流量之和还可以知道,主道上游通行能力的下降幅度和匝道通行能力的上升幅度相等

### 3 结束语

为了模拟更加实际的交通状况,在主道是双车道的入匝道系统的基础上考虑了匝道上的从众效应,采用 MWP 模型进行建模。模拟研究了在主道为双车道的入匝道系统中引入从众效应后,其对交通流特性的影响。并对相图进行比较。引入从众效应后,系统相图中的相区边界线产生了略微变化,匝道为自由流的两个相区都变大了。可见,从众效应的引入可以提高匝道的通行能力。将模拟得到的基于 MWP 模型的相图与姜-模型的相图相比,可以模拟出更大的自由流区。由于从众效应产生的条件比较特殊,只有当密度比较大,车辆出现排队现象时,才有可能出现,本文考察了当主道和匝道都达到饱和时,主道上游的通行能力,匝道的通行能力,主道下游的通行能力与从众概率的变化关系。模拟结果显示,主道上游的通行能力与从众概率是负相关的关系,匝道的通行能力与从众概率存在正相关的关系,但主道上游和匝道的通行能力随从众概率的变化幅度却非常小,而主道下游的通行能力不随从众概率的变化而变化。可见,从众效应只能在一定程度上减弱主道对匝道的瓶颈效应,提高匝道的通行能力。但是在实际交通中,匝道入口处的交通行为

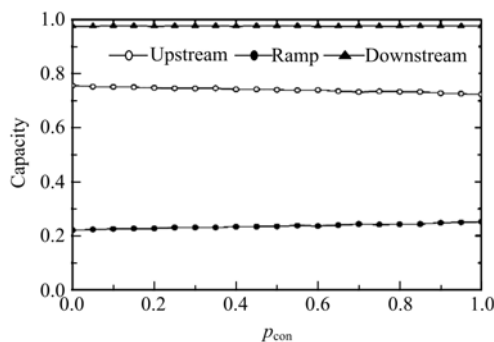


图 4  $a_1 = 1, a_2 = 1$  时通行能力与从众概率的关系  
Fig. 4 Capacity on main road versus conformity probabilities when  $a_1 = 1, a_2 = 1$

非常复杂,从众行为具体在什么条件下发生很难预测。本文只是考虑了从众行为发生的一种情况,并没有模拟分析其他情况下从众效应对交通流的影响。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Ez-Zahraouy H, Benrihane Z, Benyoussef A. The effect of off-ramps in cellular automata models for traffic flow[J]. *Int J Mod Phys C*, 2000, 11: 335-345.
- [ 2 ] Huang D W. Effects of ramps in the Nagel-Schreckenberg traffic model[J]. *Int J Mod Phys C*, 2002, 173: 739-749.
- [ 3 ] Campari E G, Levi G. A cellular automata model for highway traffic[J]. *Eur Phys J B*, 2000, 17: 159-166.
- [ 4 ] Li F, Zhang X Y, Gao Z Y. The effect of restricted velocity in the two-lane on-ramp system[J]. *Phys A*, 2007, 374: 827-834.
- [ 5 ] Chen T, Jia B, Li X G, et al. Synchronized flow in a cellular automaton model with time headway dependent randomization [J]. *Chinese Phys Lett*, 2008, 25: 2795-2798.
- [ 6 ] Diedrich G, Santen L, Schadschneider A, et al. Effects of on- and off-ramps in cellular automata models for traffic flow[J]. *Int J Mod Phys C*, 2000, 11: 335-345.
- [ 7 ] Jiang R, Wu Q S. Cellular automata model simulating traffic interactions between on-ramp and main road[J]. *Phys Rev E*, 2002, 66: 036104.
- [ 8 ] Jiang R, Jia B, Wu Q S. The stochastic randomization effect in the on-ramp system: single lane main road and tow lane main road situations[J]. *J Phys A*, 2003, 36: 11713-11723.
- [ 9 ] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic[J]. *J Phys I (France)*, 1992, 2: 2221-2229.
- [10] Zhuang Q, Jia B, Li X G. A modified weighted probabilistic cellular automaton traffic flow model [J]. *Chin Phys B*, 2009, 18(8): 1-8.
- [11] Li X L, Kuang H, Song T, et al. New insights into traffic dynamics: a weighted probabilistic cellular automaton model[J]. *Chin Phys B*, 2008, 17: 2366-2372.
- [12] Rickert M, Nagel K, Schreckenberg M, et al. Two lane traffic simulations using cellular automata[J]. *Phys A*, 1996, 231: 534-550.