

文章编号:1672-3961(2008)01-0009-04

# 混合输入五杆机构实现给定轨迹的功率分配

陈正洪<sup>1,3</sup>, 张卧波<sup>2</sup>, 王勇<sup>1</sup>, 刘同辉<sup>4</sup>, 李艳<sup>1</sup>

(1. 山东大学机械工程学院, 山东 济南 250061; 2. 济南职业学院机械制造系, 山东 济南 250014;  
3. 山东交通学院工程机械系, 山东 济南 250023; 4. 济南市区域供热公司, 山东 济南 250011)

**摘要:**混合输入五杆机构是一种新型的可控机构,采用恒速电机和伺服电机作为驱动元,两种类型的运动通过一个五杆机构复合后,可得到柔性输出运动.通过对混合输入五杆机构的工作空间的研究,对该机构实现给定轨迹进行了逆运动学和动力学分析,得到了电动机功率计算的数学模型.为了实现对连续时变轨迹的跟踪任务,该系统采用PD控制算法对伺服电动机的运动进行控制.对混合输入五杆机构实现直线轨迹和抛物线轨迹进行了仿真研究,得出了机构在实现给定轨迹时电动机功率分配的规律.

**关键词:**混合驱动机构;轨迹实现;功率分配

**中图分类号:**TH113; TP241.2 **文献标志码:**A

## Power distribution of a given trajectory generation for a hybrid-driven five-bar mechanism

CHEN Zheng-hong<sup>1,3</sup>, ZHANG Wo-bo<sup>2</sup>, WANG Yong<sup>1</sup>, LIU Tong-hui<sup>4</sup>, LI Yan<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Department of Mechanical Manufacturing, Jinan Vocational College, Jinan 250014, China; 3. Engineering Machinery Department, Shandong JiaoTong University, Jinan 250023, China; 4. Jinan District Heat Supplying Company, Jinan 250011, China)

**Abstract:** A hybrid-driving five-bar linkage mechanism is a new type of mechanism. The hybrid mechanism is a configuration combining the motions of two characteristically different electric motors by means of a five-bar mechanism to produce programmable output. Based on the study of the workspace of a hybrid-drive five-bar mechanism, the analysis of inverse kinematics and dynamics of the mechanism was developed, and a mathematical model of power calculation was obtained. In order to perform time-varying successive trajectory tracking, the PD control algorithm was applied to control the servo motor. The trajectory generation such as beeline and parabola was simulated with Matlab, and then the law of power distribution of trajectory generation was obtained.

**Key words:** hybrid-driven mechanism; trajectory generation; power distribution

## 0 引言

混合输入五杆机构系统是一种新型的可控机构,采用一个恒速电动机和一个伺服电动机作为驱动元,两种类型的输入运动通过一个两自由度五杆机构复合后,可得到柔性输出<sup>[1]</sup>.这种机构能够满足多样化、个性化的市场需求,同时它综合利用了传统

机械系统和伺服电动机驱动机械系统的优点<sup>[2]</sup>.恒速电动机提供主要动力,伺服电动机承担较小的动力,主要起运动调节作用.由于采用一个伺服电动机,相对于可控电动机驱动机械系统,成本较低,在一些只需要部分柔性或者需要在原有基础上进一步改善输出运动性能的场合,具有广泛的应用前景,是目前机构学研究的前沿领域<sup>[3,4]</sup>.当前对该机构的研究大多从机构学的角度对混合机构进行了优化和分

收稿日期:2007-03-19

基金项目:国家自然科学基金项目(50775130);山东省自然科学基金资助项目(Y2002F13)

作者简介:陈正洪(1978-),女,山东临沂人,讲师,在读博士,研究方向为智能检测与控制.

E-mail: chenzhh@mail.sdu.edu.cn

析,没有研究混合机构在实现不同轨迹时的功率分配问题.从混合输入机构电动机功率分配的角度出发,研究了混合输入五杆机构在实现直线轨迹和抛物线轨迹时,电动机功率的分配规律.

## 1 混合输入五杆机构的机构组成和工作空间

混合输入五杆机构由五个构件组成,该机构的工作空间如图1所示,其中 $L_1$ 和 $L_2$ 为两个输入构件.

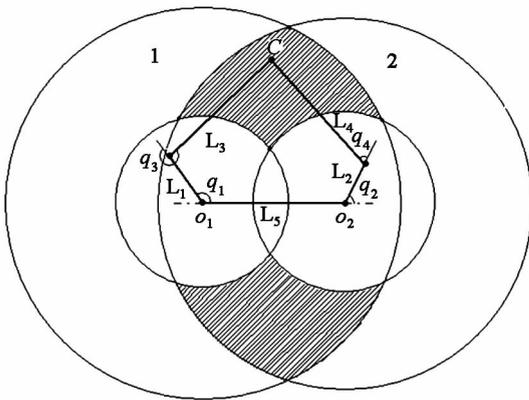


图1 五杆机构工作空间  
Fig.1 Workspace of five-bar linkage

$C$ 点取为双自由度五杆机构末端执行器的参考点,分析 $C$ 点工作区间目的有两个:一是当五杆机构几何参数一定时,可以确定末端件 $C$ 点的运动有效空间;二是已知 $C$ 点的轨迹时,来确定五杆机构的几何参数(如杆长等),以确保 $C$ 点的轨迹在工作空间的范围内,因此需要确定工作空间和机构几何参数两者之间的关系.

不同的轨迹可能要求原动件 $L_1, L_2$ 做整周转动,该机构采用双曲柄机构.杆件 $L_1$ 和 $L_2$ 均是曲柄,因此该系统是由两个连架杆组成,那么五杆机构的工作空间就是两个连架杆的工作空间.当杆件 $L_1$ 和 $L_3$ 之间的夹角或者杆件 $L_2$ 和 $L_4$ 之间夹角是 $0^\circ$ 或 $180^\circ$ 时,末端执行器运动到它的边界.当 $L_1$ 和 $L_3$ 之间连成直线的时候可以到的杆组1的工作空间,是两个圆相交构成的圆环1;当 $L_2$ 和 $L_4$ 之间连成直线的时候可以得到的杆组2的工作空间,是两个圆相交构成的圆环2.圆环1和圆环2相交的阴影部分的区域即是五杆机构的工作空间.

## 2 混合输入五杆机构实现轨迹的逆运动学分析

混合输入五杆机构的示意图如图2所示,恒速

电动机驱动曲柄 $L_1$ 运动,伺服电动机驱动曲柄 $L_2$ 运动,恒速电动机的角速度设为 $1.57 \text{ rad/s}$ .

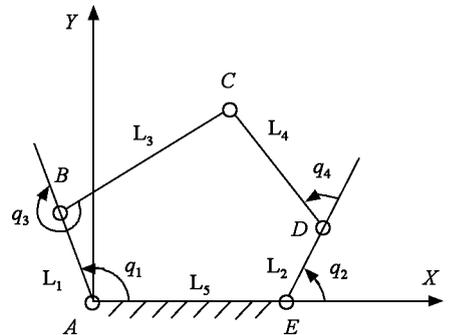


图2 混合输入五杆机构简图  
Fig.2 Diagram of hybrid-driven five-bar linkage

假设末端执行器 $C$ 点的预定轨迹为

$$y = f(x). \quad (1)$$

为了使 $C$ 点实现预定的轨迹,应计算出对应于不同 $C$ 点位置时,曲柄 $DE$ 的输入角 $q_2$ 的值,即已知 $C$ 的坐标 $(x_c, y_c)$ 和杆 $L_1$ 的输入角 $q_1$ ,求伺服电动机的输入角 $q_2$ .

由图2中矢量多边形得到矢量方程<sup>[5]</sup>

$$L_1 + L_3 = L_4 + L_2 + L_5, \quad (2)$$

展开式(2)再联合式(1)可得到如下方程组.

$$\begin{cases} l_1 \cos q_1 + l_3 \cos (q_1 + q_3) = l_2 \cos q_2 + \\ \quad l_4 \cos (q_2 + q_4) + l_5 = x_c; \\ l_1 \sin q_1 + l_3 \sin (q_1 + q_3) = l_2 \sin q_2 + \\ \quad l_4 \sin (q_2 + q_4) = y_c; \\ y_c = f(x_c). \end{cases} \quad (3)$$

由方程组(3)消去 $q_4$ 可得

$$A \sin q_2 + B \cos q_2 + C = 0, \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= -2y_c; \quad B = -2l_2(x_c - l_5); \\ C &= x_c^2 + y_c^2 + l_2^2 + l_5^2 - l_4^2 - 2x_c l_5. \end{aligned} \quad (5)$$

令 $s = \tan(q_2/2)$ 代入式(4)解得

$$s = (A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}) / (B - C). \quad (6)$$

可以求得 $q_2 = 2 \tan^{-1}(s)$ .

同理可以求出 $q_3, q_4$ .由此 $q_2, q_3, q_4$ 都可以用 $q_1$ 和 $x_c, y_c$ 来表示,即

$$q_2, q_3, q_4 = f(q_1, x_c, y_c). \quad (8)$$

当 $q_1$ 和 $C$ 点轨迹已知时,即可求得各个杆件的角位移.

方程组(3)对时间进行一次和两次求导,即可得到伺服电动机的角速度和角加速度.

五杆机构的参数见表1所示. $m_i, l_i, l_{ci}, I_i$ 分别代表各杆 $i$ 的质量、杆长、质心到端点的距离和转动

惯量.

表1 五杆机构的参数

Table 1 Parameters of five-bar mechanism

杆件号数 $i$	$m_i/\text{kg}$	$l_i/\text{m}$	$l_{ci}/\text{m}$	$I_i/(\times 10^{-3} \text{kg}\cdot\text{m}^2)$
1	0.12	0.10	0.007	0.912
2	0.29	0.08	0.029	0.651
3	0.42	0.25	0.125	3.982
4	0.42	0.25	0.125	3.982
5	—	0.25	—	—

### 3 混合输入五杆机构实现轨迹的动力分析

Fathi 推导出平面五杆机构简化动力学模型,在该模型中,动力学方程利用独立输入角度来表示且写为类似于开链机械手动力学方程的形式<sup>[6]</sup>.这种形式便于进行动力学研究,更方便了控制参数的确定,再利用牛顿动力学定律得到电动机的动力学模型.把五杆机构和电动机动力学模型复合在一起,可以得到混合输入五杆机构机电系统的动力学模型.

$$\begin{cases} \bar{D}(q')\ddot{q} + C(q', \dot{q}')\dot{q} + B\dot{q} + g(q') = \tau; \\ \dot{q}' = \rho(q')\dot{q}; \\ q' = \sigma(q). \end{cases} \quad (9)$$

式中  $\bar{D}(q') = (D(q') + J)$ ,  $J = \text{diag}[\eta J_{m1} J_{m2}]$ ,  $B = \text{diag}[\eta B_{m1} B_{m2}]$ .  $J_{m1} = 0.5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $J_{m2} = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $B_{m1} = 0.5 \text{ N}\cdot\text{ms}$ ,  $B_{m2} = 0.05 \text{ N}\cdot\text{ms}$ . 恒速电动机通过皮带把运动传递到铰链杆  $L_1$  上,传动比  $\eta$  为 3,同时伺服电动机直接驱动铰链杆  $L_2$ . 该模型的详细推导和计算参见文献[7].

伺服电动机采用传统 PD 控制策略,因为恒速电动机不可控,根据动力学模型式(9),假设恒速电动机的输入力矩恒定,则恒速电动机的力矩  $\tau_1$  和伺服电动机的力矩  $\tau_2$  可以用公式(10)计算.

$$\begin{cases} \tau_1 = B_{m1} \dot{q}_1, \\ \tau_2 = k_p e_2 + k_d \dot{e}_2. \end{cases} \quad (10)$$

式中  $k_p$  是比例系数,  $k_d$  是微分系数.  $e_2$  是伺服电动机的理想角位移和实际角位移之间的误差,  $\dot{e}_2$  是伺服电动机的理想角速度和实际角速度之间的误差.

恒速电动机和伺服电动机实现给定轨迹时所需的功率  $P_1$  和  $P_2$  为

$$\begin{cases} P_1 = \tau_1 \dot{q}_1, \\ P_2 = \tau_2 \dot{q}_2. \end{cases} \quad (11)$$

## 4 混合输入五杆机构实现给定轨迹时电动机的动力分配问题

### 4.1 实现轨迹的逆运动学仿真

逆运动学分析的目的是在已知混合输入五杆机构的末端执行器的运动轨迹和恒速电动机转角的情况下,来确定伺服电动机的运动规律.图3是混合机构实现直线轨迹  $y = x$  时求得的伺服电动机角位移、角速度和角加速度.图4是混合机构实现抛物线轨迹  $x^2 = 2y$  时求得的伺服电动机角位移、角速度和角加速度.

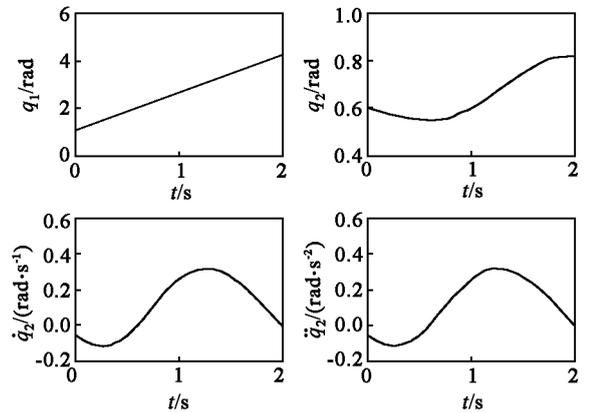


图3 实现直线轨迹  $y = x$  时伺服电动机运动  
Fig.3 Servo motor motion of tracking line trajectory

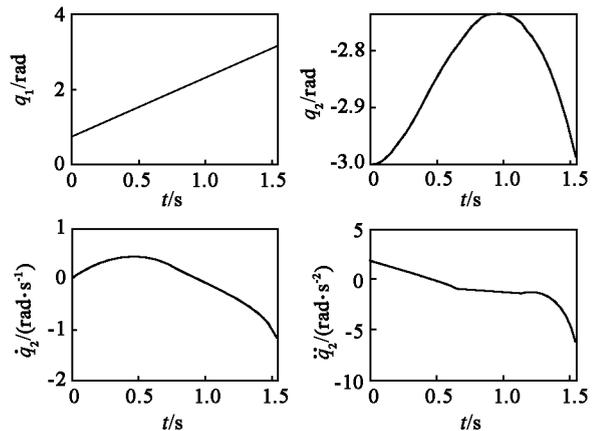


图4 实现抛物线轨迹  $x^2 = 2y$  时伺服电动机运动  
Fig.4 Servo motor motion of tracking parabola trajectory

### 4.2 实现轨迹的功率分配

混合输入五杆机构融合了传统机构和工业机器人的一些优点,能够以高承载能力快速完成一些柔性输出<sup>[3]</sup>.它突出的优点在于机构实现不同轨迹时,伺服电动机功率消耗小,能够节省伺服电动机的成本.机构在实现各种不同轨迹曲线时,伺服电动机的功率消耗是不同的.因此需要研究混合输入五杆机构在实现不同轨迹时,电动机功率分配的规律.

设伺服电动机功率  $P_2$  和恒速电动机功率  $P_1$  比例  $I$  为

$$I = P_2/P_1. \quad (15)$$

当运动轨迹为直线时,电动机功率分配如图5所示,从图中可以看出电动机功耗比  $I$  比较小(小于0.2),这就说明混合机构在实现直线轨迹时,恒速电动机都承担大部分的动力,而伺服电动机只承担很小的动力,仅仅是对轨迹的实现起到调节的作用.对于不同斜率的直线轨迹,伺服电动机功率消耗也不尽相同,也就是说伺服电动机对输入轨迹的调节作用有所不同.图5可以看出随着直线斜率  $k$  的加大,伺服电动机消耗的功率随之增大.负号代表伺服电动机和恒速电动机转动方向相反.

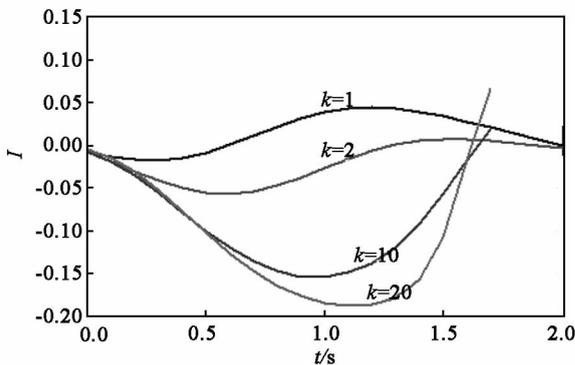


图5 实现直线轨迹,电动机功率分配( $k$ 为直线斜率)  
Fig.5 Power distribution and line trajectory tracking

当实现抛物线轨迹  $x^2 = 2py$  时,从图6的电动机功率分配图中可以看出,电动机功耗比例  $I$  数值仍然很小,这就说明混合机构在实现抛物线轨迹时,恒速电动机仍承担大部分动力,伺服电动机功率消耗很小.在实现抛物线轨迹的前半阶段,功率比  $I$  几乎不受抛物线开口量大小的影响,但当时间在1.2s之后  $p$  值(开口量)发生变化时,伺服电动机功耗变化比较明显.随着抛物线开口的增大,伺服电动机功耗趋于减小,但减小的幅度越来越小.当抛物线开口达到一定程度时,伺服电动机功耗大体相同.

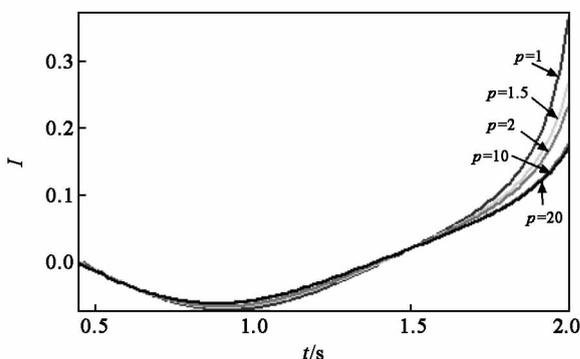


图6 实现抛物线轨迹,电动机功率分配  
Fig.6 Power distribution and parabolic trajectory tracking

## 5 结论

分析了混合输入五杆机构的工作空间,建立了实现轨迹输出的混合输入五杆机构的数学模型.对机构实现轨迹进行了逆运动学分析,仿真结果得出了伺服电动机运动的规律.通过逆运动学和动力学分析,得到了混合输入五杆机构轨迹实现的功率计算模型.通过仿真研究得到了机构在实现不同直线轨迹和抛物线轨迹时,电动机功率分配的规律.混合输入五杆机构在实现直线轨迹时,随着直线斜率的增大,伺服电动机功耗增大.在实现抛物线轨迹时,随着抛物线开口量的增大,伺服电动机功耗趋于减小.

### 参考文献:

- [1] HERMAN J. VAN de Straete. Hybrid cam mechanisms[J]. IEEE/ASME Transactions of Mechatronics, 1996, 1(4):284-289.
- [2] GREENOUGH J D. Design of hybrid machine[C]// Proceedings of the 9<sup>th</sup> World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Milano, Italy: Pergamon Press, 1995: 2501-2505.
- [3] 葛正浩,任子文,李晓芳.混合驱动机构研究综述[J].机械设计,2006,2:1-3.  
GE Zheng-hao, REN Zi-wen, LI Xiao-fang. Summarization on the study of composite driving mechanism[J]. Journal of Machine Design, 2006, 2:1-3.
- [4] 李瑞琴,邹慧君.可控机构的分类及应用[J].机械设计与研究,2002,18(1):17-20.  
LI Rui-qin, ZOU Hui-jun. The classification and application of controlled mechanisms[J]. Machine Design and Research, 2002, 18(1):17-20.
- [5] 华大年,华志宏,吕静平.连杆机构设计[M].上海:上海科学技术出版社,1995:66-69.  
HUA Da-nian, HUA Zhi-hong, LÜ Jing-ping. Linkage mechanism design[M]. Shanghai: Shanghai Technology Publishing Company, 1995: 66-69.
- [6] FATHI Ghorbel. Modeling and PD control of closed-chain mechanical systems[C]// Proceedings of the 34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, Louisiana: IEEE Control Systems Society, 1995: 540-542.
- [7] OUYANG P R, LI Q, ZHANG W J, et al. Design, modeling and control of a hybrid machine system[J]. Mechatronics, 2004, 6(14):1197-1217.

(编辑:陈燕)