

一种低复杂度的多用户 MIMO THP 排序算法

王 伟, 胡梅霞, 张海林

(西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: Tomlinson-Harashima 预编码算法是一种有效的多用户多输入多输出下行链路算法,但是它的性能严重依赖于预编码符号的顺序.为了有效地衡量 Tomlinson-Harashima 预编码排序算法的性能,定义了一种排序增益因子.在此基础上为了最大化排序增益,提出了一种基于近似等对角 QR 分解的低复杂度 Tomlinson-Harashima 预编码排序算法.该算法通过对信道矩阵的行向量排序,使信道分解后的三角阵具有近似相等的对角元素值,改善了排序性能.仿真表明,与优化的 Tomlinson-Harashima 预编码排序算法相比,该算法大大降低了计算复杂度,而误码率性能几乎没有损失.

关键词: 多用户;多输入多输出;下行链路;Tomlinson-Harashima 预编码

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2009)04-0596-06

Low complexity ordering algorithm for multiuser MIMO Tomlinson-Harashima precoding

WANG Wei, HU Mei-xia, ZHANG Hai-lin

(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: The nonlinear Tomlinson-Harashima precoding (THP) algorithm is an effective solution for MIMO broadcast. However, the performance of the THP strongly depends on the ordering of precoding symbols. To compare different ordering THP algorithms effectively, an ordering gain factor is defined in this paper. And we propose a low complexity ordering THP algorithm based on the approximate equal-diagonal QR decomposition. The proposed algorithm obtains a triangle matrix with approximate equal diagonal elements by rearranging the order of the channel matrix's rows to maximize the ordering gain. Simulation results reveal that the proposed algorithm has a significant reduction of computational complexity at the expense of only slight performance degradation compared to the optimal ordering THP algorithm.

Key Words: multiuser; multiple input multiple output; downlink; Tomlinson-Harashima precoding

由于在性能和频谱利用率方面所具有的巨大优势,多用户多输入多输出(MIMO)系统^[1-2]在无线传输领域受到越来越多的关注.多用户 MIMO 系统通常指基站和多个用户同时通信,基站装配有多根天线,每个用户有一根或多根天线.

在多用户 MIMO 下行链路中,由于各个用户之间无法协作解码,不能采用传统的 MIMO 联合检测算法进行多用户干扰(MUI)抵消.因此,在下行链路中通常采用预编码方式,利用已知的信道信息(CSI)对发射信号进行预处理来减轻或完全抵消由于空分复用接收端造成的多用户干扰.

线性预编码算法(Linear Precoding)^[3-4]以其复杂度低的特点被广泛使用,但是,线性预编码算法可能会导致功率增加的问题.一种基于 QR 分解的非线性 Tomlinson-Harashima 预编码(THP)算法^[5]被提出.该算法采用连续的干扰预抵消和模运算器,有效地抑制了发射功率增加的问题.但是,THP 算法的性能严重地依赖于预编码符号的顺序^[6],也就是说通过置换矩阵对信道矩阵的行向量进行排序能改善 THP 算法性能.近年来,一些有效的 THP 排序算法被提出.文献[5,7]提出了一种类似于 V-BLAST 检测算法的贪婪 THP

收稿日期:2008-10-31

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划资助(2006F30)

作者简介:王 伟(1980-),男,西安电子科技大学博士研究生,E-mail: weiwang@mail.xidian.edu.cn.

排序算法(VBLAST-THP),通过最大化 QR 分解后三角阵对角元素的最小值,取得了优化的排序效果^[7].但是,这种算法需要连续进行伪逆运算,复杂度较高.文献[8]提出次优的排序 QR 分解算法能够应用于 THP 算法(SQR-THP),有效地降低了算法复杂度,但排序性能并不理想.文献[9]提出一种框架式的基于收发机联合设计的 THP 算法,但是无法应用于多用户环境.

笔者定义了一种排序增益因子来衡量 THP 排序算法的性能.为了提高排序增益,提出一种低复杂度 THP 排序算法.不同于以往的 THP 排序采用贪婪算法的思路来最大化三角阵的对角元素的最小值,该算法对信道矩阵的行向量进行排序,使得信道 QR 分解后所得三角阵具有近似相等的对角值来改善排序性能,具有很低的算法复杂度.

1 系统模型

笔者研究多用户 MIMO 下行链路,基站端装配有 N 根发射天线, K 个用户($K \leq N$) 每个用户只装配一根接收天线. 设 $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_K]^T$ 为发送数据向量,其中 u_i 为发送给第 i 个用户的数据. \mathbf{u} 经过预编码处理后,得到发射信号向量 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$, x_i 为从基站的第 i 根天线发送的数据,发射功率被归一化为 $\|\mathbf{x}\|^2 = 1$. 设 y_i 为第 i 个用户接收到的信号,则接收信号向量 $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_K]^T$ 可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_K]^T$ 为噪声向量, n_1, \dots, n_K 为具有零均值且独立同分布的高斯变量,协方差矩阵为 $E[\mathbf{m}\mathbf{m}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_K$. 假设信道为平坦衰落信道,发射端完全获知信道信息, $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^H, \dots, \mathbf{h}_K^H]^T$ 为 $K \times N$ MIMO 信道矩阵, h_i 为发射端到第 i 个移动台之间的信道增益.

2 多用户 Tomlinson-Harashima 预编码

多用户 MIMO THP 的系统结构如图 1 所示. 对信道矩阵右乘一前置滤波器 \mathbf{F} 后,等效的信道矩阵变成了一下三角阵结构. 因此,对于第 k 个用户来讲,它只受到来自于前 $k-1$ 个用户信号的干扰. 前 $k-1$ 个用户的干扰可以利用反馈滤波器 $\mathbf{B}-\mathbf{I}$ 来抵消,其中 $\mathbf{B} = [b_{ij}]$ 为对角线值为 1 的下三角矩阵, \mathbf{I} 为单位阵. 前置滤波器 \mathbf{F} 和反馈滤波器 $\mathbf{B}-\mathbf{I}$ 可由对信道矩阵 \mathbf{H} 的行向量进行 Gram-Schmidt 正交化的 QR 分解 $\mathbf{H} = \mathbf{L}\mathbf{Q}$ 获得,其中 \mathbf{L} 为一下三角矩阵, \mathbf{Q} 为酉矩阵.

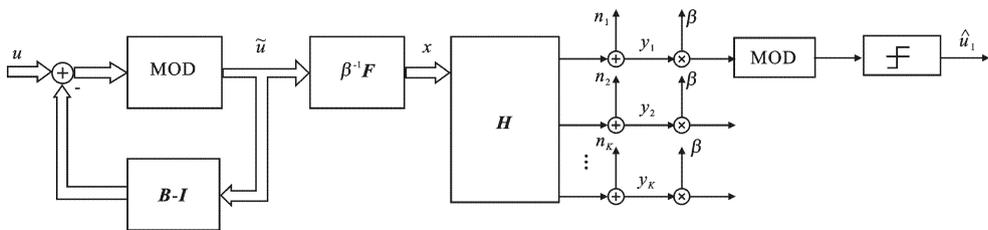


图 1 多用户 MIMO THP 的系统框图

令前置滤波器 $\mathbf{F} = \mathbf{Q}^H \mathbf{G}$, 其中 $\mathbf{G} = \text{diag}\{L_{11}^{-1}, \dots, L_{KK}^{-1}\}$ 为对角阵, L_{ii} 为矩阵 \mathbf{L} 的主对角线元素. 通过前置滤波器 \mathbf{F} 处理,有效的信道矩阵可表示为

$$\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{L}\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H \mathbf{G} = \mathbf{L}\mathbf{G}$$

因此,通过形如 $\mathbf{B}-\mathbf{I} = \mathbf{L}\mathbf{G}-\mathbf{I}$ 的反馈滤波矩阵^[5],可以将多用户干扰完全抑制掉. 但是对信号进行干扰预抵消可能会使预编码器的输出信号 $\tilde{\mathbf{u}}$ 的功率过大. 因此, THP 算法采用模运算来限制预编码器的输出功率. 假设信号 r 经过模运算器(MOD)处理,则其输出为

$$\tilde{r} = \text{mod}(r, \tau) = r - \lfloor (r + \tau/2) / \tau \rfloor \tau = r + l\tau$$

其中 $\lfloor x \rfloor$ 为取整函数,表示不大于 x 的最大整数. l 为复整数向量. 因此,经过 $\text{mod}(\cdot)$ 运算,就可将发射信号实部和虚部的取值范围分别限制到 $(-\tau/2, \tau/2)$ 内, (τ 为任意正实数, τ 值取决于系统总发射功率的大小^[5]),

从而降低了发射功率,则预编码后的信号为 $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{l})$, \mathbf{l} 为复整数向量. 在接收端,对接收信号采用同样的模运算,可消除 \mathbf{l} 对 \mathbf{u} 值的影响.

因此,预编码后的发射信号可表示为 $\mathbf{x} = \beta^{-1} \mathbf{F} \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{l})$, 其中 $\beta = (\text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}))^{1/2}$ 为功率归一化因子.

经信道传输后 $\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} = \beta^{-1} \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{l}) + \mathbf{n} = \beta^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{l}) + \mathbf{n}$. (2)

第 k 个用户的接收信号经过模运算后的估计值为

$$\tilde{y}_k = \text{mod}(y_k, \tau) = u_k + \tilde{n}_k \quad , \quad (3)$$

其中 $\tilde{n}_k = \text{mod}(\beta n_k)$.

3 低复杂度的 THP 排序算法

在分析排序算法的基础上,笔者定义了一种排序因子来衡量排序算法的排序增益,并提出了一种基于近似等对角 QR 分解的低复杂度排序算法.

3.1 传统的排序策略

由式(2)和(3)可知,采用 THP 算法后各用户的接收信噪比(SNR)相等,且与功率归一化因子的大小成反比,即

$$\text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) = \sum_{k=1}^K (1/L_{kk}^2) \quad . \quad (4)$$

由于不同的行向量顺序会导致对角元素 L_{kk} 的值不同,因此式(4) 的值与信道矩阵的行向量排列顺序有关. 可以通过置换矩阵 \mathbf{P} 来改变信道矩阵的行向量顺序使得 $\mathbf{P} \mathbf{H} = \mathbf{L} \mathbf{Q}$, 以减小功率归一化因子的大小,提高接收 SNR. 优化的置换矩阵可表示为

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K (1/L_{kk}^2) \quad . \quad (5)$$

式(5)为一非凸规划问题,需要遍历 $K!$ 种行变换的可能才能获得优化的置换矩阵. VBLAST-THP 排序算法^[5,7]采用最大化最小对角元素值的贪婪排序准则,得

$$\mathbf{P} = \arg \max_{\mathbf{P}} \min \{L_{11}, \dots, L_{KK}\} \quad ,$$

取得优化的排序效果.

3.2 排序增益因子

为了有效地衡量 THP 排序算法的性能,定义了一种排序增益因子. 首先引入如下性质.

性质 1 给定一行满秩的信道矩阵 \mathbf{H} , 令 $\{L_{11}^2, \dots, L_{KK}^2\}$ 和 $\{L_{11}'^2, \dots, L_{KK}'^2\}$ 分别为 QR 分解 $\mathbf{H} = \mathbf{L} \mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{P} \mathbf{H} = \mathbf{L}' \mathbf{Q}'$ 中矩阵 \mathbf{L} 和 \mathbf{L}' 中对角线元素平方的集合,其中 \mathbf{P} 为行置换矩阵. 则有

$$\prod_{i=1}^K L_{ii}^2 = |\det(\mathbf{L})|^2 = \det(\mathbf{H} \mathbf{H}^H) = \det(\mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^H) = |\det(\mathbf{L}')|^2 = \prod_{i=1}^K L_{ii}'^2 \quad . \quad (6)$$

由上述性质知,对于给定信道矩阵,对其进行行向量变换,并不改变其 QR 分解后三角阵对角元素的平方积. 因此定义如下的排序增益因子来衡量排序算法的性能.

定义 给定一行满秩的信道矩阵 \mathbf{H} , 存在行置换矩阵 \mathbf{P} 使 $\mathbf{P} \mathbf{H} = \mathbf{L} \mathbf{Q}$, 则定义排序增益因子为 $\rho = \mathcal{G}/\mathcal{A}$, 其中 \mathcal{A} 和 \mathcal{G} 分别为如下的算术平均数和几何平均数:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K L_{ii}^{-2} \quad , \quad \mathcal{G} = \left(\prod_{i=1}^K L_{ii}^{-2} \right)^{1/K} \quad .$$

由平均数不等式可知,恒有 $\mathcal{A} \geq \mathcal{G}$, 当且仅当 $L_{11}^2 = \dots = L_{KK}^2$ 时等号成立,因此 $\rho \leq 1$. 由式(4) 和(6) 知,对信道矩阵的行向量进行排序,几何平均数 \mathcal{G} 为一常数,只改变算术平均数 \mathcal{A} 的大小. 又 \mathcal{A} 与 SNR 成反比,所以当排序增益因子越大,排序性能越好. 因此,排序增益因子 ρ 能够有效地衡量排序算法的性能.

3.3 低复杂度的 THP 排序算法

由上述分析可知,对于给定的信道矩阵 \mathbf{H} , 排序算法的性能取决于排序增益因子 ρ 的大小. 且 ρ 在 $L_{11}^2 = \dots = L_{KK}^2$ 时取到最大值,也就是说当下三角阵 \mathbf{L} 的对角元素越近似相等时,排序算法的性能越好. 因此,笔者

提出一种基于近似等对角 QR 分解的低复杂度 THP 排序算法. 不同于以往的 THP 排序算法^[5,7-8]采用贪婪算法来最大化对角线元素的最小值, 该算法的主要思想是通过信道矩阵 \mathbf{H} 的行向量进行排序, 使得对 \mathbf{H} 的行向量进行 Gram-Schmidt 正交化的 QR 分解所得三角阵具有近似相等的对角值, 因此, 能够很好地改善排序增益.

算法描述如下: 令对角线参考值 $\alpha = (\det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H))^{1/K}$ 为 $\mathcal{S} = \mathcal{G}(L_{11}^2 = \dots = L_{KK}^2)$ 时对角线元素 L_{ii}^2 的值. 三角阵 \mathbf{L} 的第一个对角线元素 L_{11} 为 \mathbf{H} 的第一行向量的范数, 为了使得 \mathbf{L} 的对角线元素的值近似相等, 取 \mathbf{H} 中行向量范数与参考值 α 之差的最小一行作为第一行, 通过计算剩余的 $K-1$ 行与归一化后的第一行向量的内积, 就得到了 \mathbf{L} 的第一列. L_{22} 可用类似的方法通过 Gram-Schmidt 正交化从剩下的 $K-1$ 个向量获得. 因此, \mathbf{H} 以相应的顺序连续进行 Gram-Schmidt 正交化后, 就可得到经排序后的信道分解结果 $\mathbf{P}\mathbf{H} = \mathbf{L}\mathbf{Q}$. 由于所有的行范数只需在开始计算一次, 之后只需进行更新处理, 因此由排序造成的计算开销很小. 该算法的伪代码如下:

- (1) $\mathbf{L} = \mathbf{0}, \mathbf{Q} = \mathbf{H}\mathbf{P} = \mathbf{I};$
- (2) $\alpha = (\det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H))^{1/K};$
- (3) for $i = 1, \dots, K;$
- (4) $n_i = \|\mathbf{q}_i\|^2;$
- (5) end;
- (6) for $i = 1, \dots, K;$
- (7) $k_i = \arg \min_{l=1, \dots, K} |n_l - \alpha|;$
- (8) exchange row i and k_i in $\mathbf{Q}, \mathbf{L}, \mathbf{P}$ and $n;$
- (9) $L_{i,i} = n_i^{1/2};$
- (10) $\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i / L_{i,i};$
- (11) for $k = i + 1, \dots, K;$
- (12) $L_{k,i} = \mathbf{q}_k \cdot \mathbf{q}_i^H;$
- (13) $\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k - L_{k,i} \mathbf{q}_i;$
- (14) $n_k = n_k - L_{k,i}^2;$
- (15) end;
- (16) end.

其中 \mathbf{q}_i 为矩阵 \mathbf{Q} 的第 i 行, \mathbf{P} 为行排序置换矩阵.

3.4 复杂度分析

笔者对所提出的 THP 排序算法与 VBLAST-THP 排序算法^[5,7]和 SQR-THP 算法^[8]的复杂度进行了比较. 为了方便计算, 每次加法运算和乘法运算均记为一次浮点运算. 次优的 SQR-THP 算法复杂度为 $O(K^3)$. 原始的 VBLAST-THP 算法由于连续采用伪逆运算, 算法复杂度为 $O(K^4)$, 采用高效 VBLAST 算法^[10-11]的复杂度为 $O(K^3)$, 其中文献[11]的快速递归算法复杂度为 $f = 7K^3/6 + 11K^2N/2 - K^2/2 + 13KN/2 - 7K/6 - 2N$.

笔者提出的算法的复杂度仅为

$$f = 2K^2N + KN + K^2/2 - N - K/2 - 2,$$

较采用快速递归 VBLAST-THP 算法的复杂度有明显降低. 与未排序的 THP 算法相比, 用于行向量排序增加的复杂度开销为 $KN + K^2/2 - N - K/2 - 2$.

图 2 中给出了在 $N = K$ 时, 在不同天线情况下 VBLAST-THP 算法(采用文献[11]的快速递归算法)、SQR-THP 算法和笔者提出的排序算法所需的浮点运算次数的比较. 相比 VBLAST-THP 算法, 笔者提出的算法大大降低了排序的复杂度.

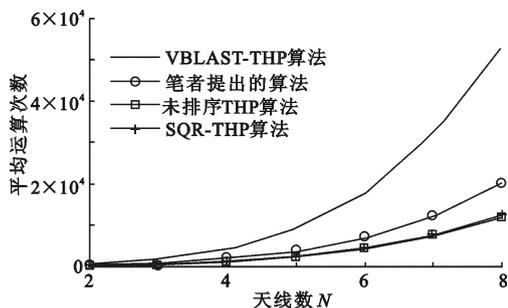


图 2 排序算法复杂度比较

4 仿真结果

基于多用户 MIMO 下行链路模型,对所提出的排序算法的性能进行了验证. 仿真采用平坦衰落 MIMO 下行链路信道模型,信道状况在每个符号间保持不变. 信噪比定义为每比特信息到达接收端的平均能量,即 $E_b/N_0 = K/(N \log_2(M) \sigma_n^2)$.

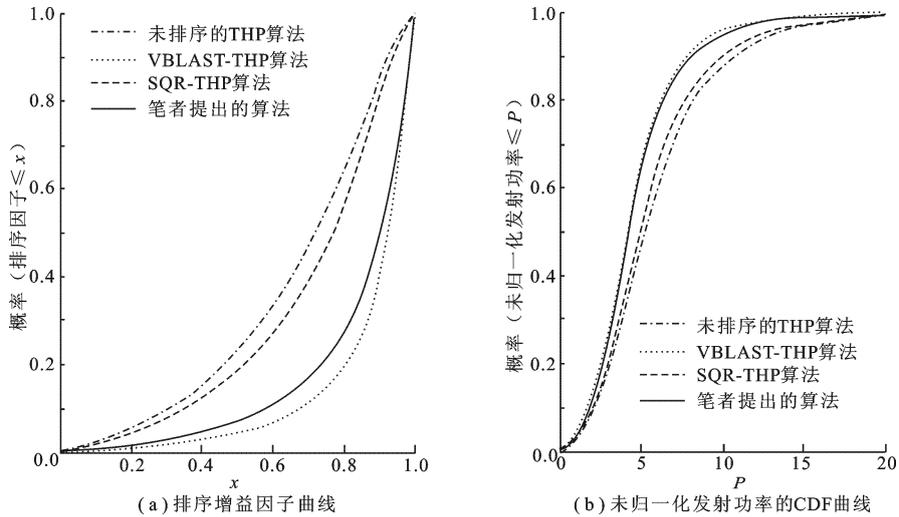


图 3 几种算法的比较

图 3(a)给出了在 4×4 MIMO 系统中 VBLAST-THP 算法、SQR-THP 算法、笔者所提出的算法和未排序 THP 算法的排序增益因子的累积分布函数(CDF)曲线. 从图中可以看出, SQR-THP 算法排序增益仅比未排序的 THP 算法有少许提高,而笔者所提出的排序算法的排序性能逼近优化的 VBLAST-THP 算法. 当笔者所提算法的排序增益因子大于 0.8 的概率为 75%,优化的 VBLAST-THP 算法为 80%,而未排序的算法只有不足 40%. 图 3(b)为各算法的未归一化发射功率的 CDF 曲线. 由图可知,笔者提出的算法能有效地降低未归一化发射功率,提高接收 SNR,在性能上近似于优化 VBLAST-THP 算法.

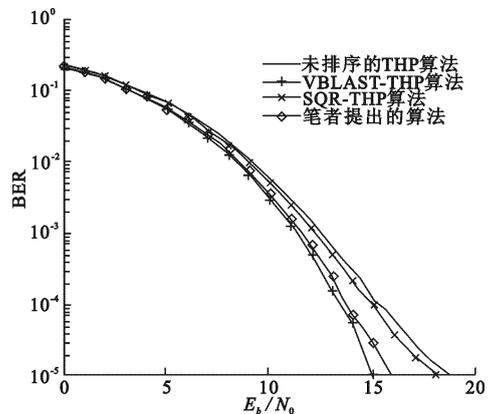
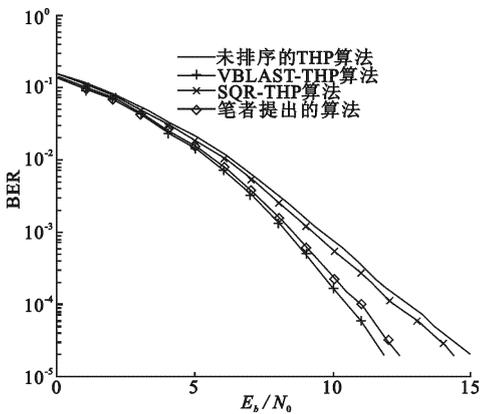


图 4 排序 THP 算法误比特率性能曲线(4×6 4-QAM) 图 5 排序 THP 算法误比特率性能曲线(4×6 16-QAM)

图 4 给出了在采用 4-QAM 调制的 4×6 MIMO 系统中,各排序 THP 算法的 BER 性能曲线. 发现在 BER 为 10^{-4} 时,笔者所提出的排序算法较未排序的 THP 算法有 2 dB 的排序增益,而与优化的 VBLAST-THP 排序算法相比只有不到 0.3 dB 的差异. 图 5 为同样天线配置下,采用 16-QAM 调制的 BER 性能曲线. 类似于图 4,笔者所提出的排序算法在 BER 为 10^{-4} 时较未排序的 THP 算法有 1.7 dB 的排序增益,而与优化的 VBLAST-THP 排序算法相比只有不到 0.2 dB 的差异.

5 总 结

以上研究了多用户 MIMO THP 预编码算法的排序问题. 在分析排序性能的基础上, 定义了一种排序增益因子来衡量 THP 排序算法的性能, 并提出了一种低复杂度的 THP 排序算法. 该算法通过置换信道矩阵的行向量来获得近似等对角 QR 分解, 有效地改善了排序增益. 仿真表明, 与优化的 THP 排序算法相比, 该算法大大降低了计算复杂度, 而误码率性能只略有下降.

参考文献:

- [1] Caire G, Shamai S. On the Achievable Throughput of a Multiantenna Gaussian Broadcast Channel [J]. IEEE Trans on Inform Theory, 2003, 49(7): 1691-1706.
- [2] Vishwanath S, Jindal N, Goldsmith A. Duality, Achievable Rates, and Sumrate Capacity of Gaussian MIMO Broadcast Channels [J]. IEEE Trans on Inform Theory, 2003, 49(10): 2658-2668.
- [3] Spencer Q, Peel C, Swindlehurst A, et al. An Introduction to the Multi-user MIMO Downlink [J]. IEEE Communications Magazine, 2004, 42(10): 60-67.
- [4] Joham M, Utschick W, Nossek J A. Linear Transmit Processing in MIMO Communications Systems [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(8):2700-2712.
- [5] Windpassinger C, Fischer R F H, Vencel T, et al. Precoding in Multiantenna and Multiuser Communications [J]. IEEE Trans on Wireless Commun, 2004, 3(4):1305-1316.
- [6] Fung C-H F, Yu W, Lim T J. Precoding for the Multiantenna Downlink: Multiuser SNR Gap and Optimal User Ordering [J]. IEEE Trans on Communications, 2007, 55(1): 188-197.
- [7] Liu J, Krzymien W A. A Novel Nonlinear Precoding Algorithm for the Downlink of Multiple Antenna Multi-User Systems [J]. Wireless Personal Communications, 2007, 41(2): 207-223
- [8] Wubben D, Rinas J, Bohnke R, et al. Efficient Algorithm for Detecting Layered Space-time Codes [C]//4th International ITG Conference on Source and Channel Coding. Berlin: VDE-Verlag, 2002: 399-405.
- [9] Shenouda M B, Davidson T N. A Framework for Designing MIMO Systems with Decision Feedback Equalization or Tomlinson-harashima Precoding [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(2): 401-411.
- [10] Hassibi B. An Efficient Square-Root Algorithm for Blast [C]//Proc IEEE Int Conf Acoustics, Speech, and Signal Processing. Istanbul; IEEE, 2000: 737-740.
- [11] Benesty J, Huang Y, Chen J. A Fast Recursive Algorithm for Optimum Sequential Signal Detection in a BLAST System [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(7): 1722-1730.

(编辑: 郭 华)