2004,**24A**(2):157－163

Acta Mathematica Scientia 数学物理学报

单位圆内拟亚纯映射的 Nevanlinna 点*

李纯红

(西华师范大学数学系 南充 637002;四川大学数学学院 成都 610064)

孙道椿

(华南师范大学数学系 广州 510631)

摘要:该文定义了单位圆内拟亚纯映射的 Nevanlinna 点与 Borel 点,并证明了单位圆内满足条件 $\overline{\lim\limits_{r\to 1^-}}\dfrac{T(r)}{\log\dfrac{1}{1-r}}=\infty$ 的拟亚纯映射的 Nevanlinna 点与 Borel 点的存在性.

关键词:拟亚纯映射;单位圆;Nevanlinna 点.

MR(2000)主题分类:30D35 **中图分类号**:O174.5 **文献标识码**:A

文章编号:1003-3998(2004)02-157-07

设 $f(z)$ 是平面区域 D 内的复值连续函数,按文献[1]的定义,我们有

定义 1 称 $f(z)$ 是 D 内的单叶 K-拟正则映射,如果 $f(z)$ 是区域 D 到 D' 的同胚且满足

(1) $f(z)$ 在 D 内具有 A.C.L 性质,即 $f(x+\mathrm{i}y)$ 在 D 内是线段绝对连续的,即对 D 内的任一矩形 $\{x+\mathrm{i}y:a<x<b,c<y<d\}$,$f(x+\mathrm{i}y)$ 对 (a,b) 内 a.e.(几乎处处)的 x,是 y 的绝对连续函数,对 (c,d) 内 a.e. 的 y,是 x 的绝对连续函数.

(2) $\exists K\geqslant 1$,使得 $f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}v(x,y)$ 在 D 内 a.e. 适合

$$|f_z|+|f_{\bar z}|\leqslant K(|f_z|-|f_{\bar z}|),$$

进而称 $f(z)$ 是 D 内的单叶 K-拟亚纯映射,如果 D' 是 Riemann 球面上的区域.

定义 2 若对 $z_0\in D$,$\exists z_0$ 的邻域 $U(\subset D)$ 及 $n\in\mathbf{N}$,使

$$F(z)=\begin{cases}(f(z))^{1/n}, & f(z_0)=\infty,\\ (f(z)-f(z_0))^{1/n}+f(z_0), & f(z_0)\neq\infty\end{cases}$$

是 U 上的单叶 K-拟亚纯(或正则)映射,则称 $f(z)$ 在 z_0 点是 n 叶 K-拟亚纯(或正则)映射,若 $f(z)$ 在 D 内每点都是 n 叶 K-拟亚纯(或正则)映射,则称 $f(z)$ 是 D 内的 K-拟亚纯(或正则)映射.

设 V 是直径为 1 的 Riemann 球面,记 $|z|<r$,在 $f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}v(x,y)$ 下到 V 上的复盖曲面为 F_r,F_r 对 V 的平均复盖次数

$$S(r,f)=\frac{|F_r|}{|V|}=\frac{1}{\pi}\iint\limits_{|z|<r}\frac{u_xv_y-u_yv_x}{(1+|f|^2)^2}r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r,$$

其中 $|F_r|$ 与 $|V|$ 分别表示 F_r 与 V 的面积.

收稿日期:2001-02-15;修订日期:2003-04-01

* 基金项目:国家自然科学基金资助项目(19971029);四川省教育厅自然科学基金资助项目(2000－B18)

我们用$M(r)\ll\rho(r)$表示函数$M(r)\leqslant\rho(r)$且$\exists r_n\to\infty$使得$M(r_n)=\rho(r_n)$，用$\Omega(\varphi_1,\varphi_2)$ $(\varphi_1<\varphi_2)$表示集合$\varphi_1<\arg z<\varphi_2$，用$n(E,r,a)$表示$f(z)-a$在集合$E\cap(|z|<r)$上的零点个数，特别地当$E=\mathbf{C}$时，则记为$n(r,a)$.

设$f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}v(x,y)$是扇形$E=\Omega(\varphi_1,\varphi_2)\cap(|z|<r)$内的拟亚纯映射，定义

$$S(E,r)=\frac{1}{\pi}\iint\limits_{\Omega(\varphi_1,\varphi_2)\cap(|z|<r)}\frac{u_xv_y-u_yv_x}{(1+|f|^2)^2}\mathrm{d}\omega,$$

$$S(r)=\frac{1}{\pi}\iint\limits_{|z|<r}\frac{u_xv_y-u_yv_x}{(1+|f|^2)^2}\mathrm{d}\omega\quad(\text{当 } E=\mathbf{C})\text{，约定 } S(0)=0,$$

$$T(E,r)=\int_0^r\frac{S(E,r)}{r}\mathrm{d}r,\ T(r)=\int_0^r\frac{S(r)}{r}\mathrm{d}r,$$

$$N(E,r,a)=\int_0^r\frac{n(E,r,a)}{r}\mathrm{d}r,\ N(r,a)=\int_0^r\frac{n(r,a)}{r}\mathrm{d}r.$$

定义 3 设$f(z)$是扇形$\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma)\cap(|z|<1)$内的拟亚纯映射，对$a\in\mathbf{C}$，如果

$$\delta(a,\varphi)=1-\varlimsup_{\sigma\to0}\varlimsup_{r\to1-}\frac{N(\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma),r,a)}{T(\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma),r)}>0,$$

则称a是$f(z)$关于$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$的一个亏值，$\delta(a,\varphi)$为亏量.

定义 4 对于$f(z)$，如果$\exists\varphi\in[0,2\pi)$，使得对任意有限多个亏值，有

$$\sum_{j=1}^{q}\delta(a_j,\varphi)\leqslant2,$$

则称$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$是$f(z)$的一个 Nevanlinna 点.

定义 5 若$f(z)$是扇形$\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma)\cap(|z|<1)$内的拟亚纯映射，对$\forall\sigma\in(0,\varepsilon)$及$\forall a\in\mathbf{C}$(至多有两个例外值)有

$$\varlimsup_{r\to1-}\frac{\log n(\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma),r,a)}{\log U(\frac{1}{1-r})}=1,$$

则称$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$为$f(z)$关于型函数$U(\frac{1}{1-r})$的 Borel 点.

引理 1[2] 设$u(x)$是$[a,+\infty)$上的正值连续函数，$\lim\limits_{x\to\infty}u(x)=0$. 则存在连续可微函数$\rho(x)$满足

(1) $0<\rho(x)\ll u(x)$；

(2) $\rho(x)$单调下降，$\rho'(x)$单调上升；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\rho'(x)\cdot x\cdot\log x\cdot\log\log x=0$.

引理 2[3] 设$M(x)$是$[a,+\infty)$上的连续函数，且

$$\varlimsup_{x\to+\infty}\frac{M(x)}{\log x}=\infty,$$

则存在连续可微函数$U(x)$、$\rho(x)$满足

(1) $\rho(x)$单调下降趋于零，$\rho'(x)$单调上升；

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\rho'(x)\cdot x\cdot\log x\cdot\log\log x=0$；

(3) $M(x)\ll U(x)=\exp(\frac{1}{\rho(x)})\log x$；

(4) $U(x+x\rho^2(x))<(1+o(1))U(x)$.

引理 3[1] 设$f(z)$是$|z|<R$内的K-拟亚纯映射，$a_1,\cdots,a_q(q\geqslant3)$是$V$上$q$个判别点，

其中任意两点间距离小于 δ,$\delta\in(0,1/2)$,则对 $\forall r\in(0,R)$有

$$(q-2)S(r,f)<\sum_{j=1}^{q}n(R,a_j)+\frac{2^{15}\pi^6K}{(q-2)(\log R-\log r)\delta^6}.$$

以下我们总规定 $x=\dfrac{1}{1-r}$,$X=\dfrac{1}{1-R}$.

引理 4　设 $f(z)$是扇形 $\Omega(\varphi-\sigma,\varphi+\sigma)\cap(|z|<1)$内的拟亚纯映射,若连续可微函数 $\rho(x)$、$U(x)$满足引理 2 中(1)、(2)、(4),且有

$$T(\Omega(\varphi_1,\varphi_2),r)\ll U(x)=\exp(\frac{1}{\rho(x)})\log x,$$

则对 q 个不同的复数 $a_1,\cdots,a_q(3\leqslant q<+\infty)$及 $\forall\varphi$、δ'、$\delta(0<\delta'<\delta,\varphi_1<\varphi-\delta<\varphi+\delta<\varphi_2)$,有

$$(q-2)T(\Omega(\varphi-\delta',\varphi+\delta'),r)<\sum_{j=1}^{q}N(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)+o(U(x)),$$

其中 $X=x+x\rho^2(x)$(故可推出 $R=1-\dfrac{1}{X}=\dfrac{r+\rho^2(x)}{1+\rho^2(x)}$).

证　容易验证函数

$$g(z)=\frac{(ze^{-i\varphi})^{\pi/\delta}+2(ze^{-i\varphi})^{\pi/2\delta}R^{\pi/2\delta}-R^{\pi/\delta}}{(ze^{-i\varphi})^{\pi/\delta}-2(ze^{-i\varphi})^{\pi/2\delta}R^{\pi/2\delta}-R^{\pi/\delta}}\tag{1}$$

把扇形区域 $E=\{z|(|z|\leqslant R)\cap(|\arg z-\varphi|\leqslant\delta)\}$映射到圆 $I=\{z||g(z)|<1\}$,同时把 E 内的区域 $F=\{z|(0.1\leqslant|z|\leqslant r)\cap(|\arg z-\varphi|\leqslant\delta')\}$映射到 I 内. 下面求 $m=\max\{\dfrac{1}{1-|g(z)|}|z\in F\}$的上界.

设 $z_0=pe^{i(\varphi+\theta)}(0.1\leqslant p\leqslant r,|\theta|\leqslant\delta')$是 F 中任一点,则代入(1)式中计算可得

$$g(z_0)=\frac{A+Bi}{C+Di},$$

其中

$$A=\rho^{\pi/\delta}\cos\frac{\theta\pi}{\delta}+2R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\cos\frac{\theta\pi}{2\delta}-R^{\pi/\delta},$$

$$B=\rho^{\pi/\delta}\sin\frac{\theta\pi}{\delta}+2R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\sin\frac{\theta\pi}{2\delta},$$

$$C=\rho^{\pi/\delta}\cos\frac{\theta\pi}{\delta}-2R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\cos\frac{\theta\pi}{2\delta}-R^{\pi/\delta},$$

$$D=\rho^{\pi/\delta}\sin\frac{\theta\pi}{\delta}-2R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\sin\frac{\theta\pi}{2\delta}.$$

显然有 $0\leqslant|g(z)|=\sqrt{\dfrac{A^2+B^2}{C^2+D^2}}<1$. 由于

$$\begin{aligned}1-|g(z_0)|&=1-\sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2}}=(1-\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2})/(1+\sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2}})\\&\geqslant\frac{8R^{3\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\cos\frac{\theta\pi}{2\delta}-8R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}\cos\frac{\theta\pi}{2\delta}\cos\frac{\theta\pi}{\delta}-8R^{\pi/2\delta}\rho^{3\pi/2\delta}\sin\frac{\theta\pi}{2\delta}\sin\frac{\theta\pi}{\delta}}{2(C^2+D^2)}\\&=\frac{4R^{\pi/2\delta}\rho^{\pi/2\delta}(R^{\pi/\delta}-\rho^{\pi/\delta})\cos\frac{\theta\pi}{2\delta}}{(C^2+D^2)},\end{aligned}$$

又由于 $R>r>p>0.1, C^2+D^2<25R^{2\pi/\delta}, \cos\frac{\theta\pi}{2\delta}\geqslant\cos\frac{\delta'\pi}{2\delta}>0$，及

$$\begin{aligned}R^{\pi/\delta}-\rho^{\pi/\delta}&\geqslant\left(\frac{r+\rho^2(x)}{1+\rho^2(x)}\right)^{\pi/\delta}-r^{\pi/\delta}\\&=r^{\pi/\delta}\left[\left(1+\frac{(1-r)\rho^2(x)}{r(1+\rho^2(x))}\right)^{\pi/\delta}-1\right]\\&\geqslant Cr^{\pi/\delta}(1-r)\rho^2(x)\qquad(C\text{ 是某正常数}).\end{aligned}$$

故

$$m<CR^{2\pi/\delta}((1-r)\rho^2(x))^{-1}<\frac{C}{(1-r)\rho^2(x)}.$$

而

$$\log R-\log r=\log\left(1+\frac{(1-r)\rho^2(x)}{r(1+\rho^2(x))}\right)\backsim\frac{(1-r)\rho^2(x)}{r(1+\rho^2(x))}\quad(r\to1-)$$

或

$$\frac{1}{\log R-\log r}\backsim\frac{r(1+\rho^2(x))}{(1-r)\rho^2(x)}\backsim\frac{1}{(1-r)\rho^2(x)}\quad(r\to1-),$$

故由引理 3 可得

$$(q-2)S(\Omega(\varphi-\delta',\varphi+\delta'),r)<\sum_{j=1}^{q}n(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)+o\left(\frac{1}{(1-r)\rho^2(x)}\right),\tag{2}$$

通过计算可得

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r}=1-o(1)\rho(x),\ \frac{\mathrm{d}R}{R}=\left(1-\frac{o(1)\rho(x)}{r}\right)\frac{\mathrm{d}r}{r}.$$

故

$$\begin{aligned}&(q-2)(1-\rho(\exp(\log^{1/2}x)))\int_{1-\exp(-\log^{1/2}x)}^{r}\frac{S(\Omega(\varphi-\delta',\varphi+\delta'),r)}{r}\mathrm{d}r\\&\leqslant\sum_{j=1}^{q}\int^{R}\frac{n(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)}{R}\mathrm{d}R+o\left(\int^{r}\frac{\mathrm{d}r}{r(1-r)\rho^2(x)}\right)\\&\leqslant\sum_{j=1}^{q}N(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)+o(\rho^{-2}(x)\log x),\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}&(q-2)T(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),r)\\&<\sum_{j=1}^{q}N(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)+o(\rho^{-2}(x)\log x)\\&\quad+(q-2)\rho(\exp(\log^{1/2}x))T(\Omega(\varphi-\delta',\varphi+\delta'),r)\\&\quad+qT(\Omega(\varphi-\delta',\varphi+\delta'),1-\exp(-\log^{1/2}x))\\&\leqslant\sum_{j=1}^{q}N(\Omega(\varphi-\delta,\varphi+\delta),R,a_j)+o(U(x))+U(\exp(\log^{1/2}x)).\end{aligned}$$

但

$$\frac{U(\exp(\log^{1/2}x))}{U(x)}=\frac{\exp(1/\rho(\exp(\log^{1/2}x)))\ln(\exp(\log^{1/2}x))}{\exp(1/\rho(x))\log x}<\frac{\log^{1/2}x}{\log x}=o(1),$$

故引理 4 获证. ▌

设 $f(z)$是扇形 $\Omega(\varphi_1,\varphi_2)\cap(|z|<1)$内的 K-拟亚纯映射，且

$$\overline{\lim_{r\to 1-}}\frac{T(\Omega(\varphi_1,\varphi_2))}{\log\dfrac{1}{1-r}}=\infty. \tag{3}$$

则由引理 2，存在连续可微函数 $\rho(r)$、$U(r)$ 满足引理 2 中(1)、(2)、(4)，且有

$$T(\Omega(\varphi_1,\varphi_2),r)\ll U(x)=\exp(1/\rho(x))\log x.$$

以下出现的 $U(x)$ 均指这样的函数，本文得到

定理 1　设 $f(z)$ 是扇形 $\Omega(\varphi_1,\varphi_2)\cap(|z|<1)$ 内满足(3)式的拟亚纯映射，且对 $\forall\theta\in(-\varphi,\varphi)$ 及 $\forall\varepsilon\in(0,\varphi)$ 总有

$$\lim_{t\to 0}\overline{\lim_{r\to 1-}}\frac{T(\Omega(\theta-t,\theta+t),r)}{U(x)}=0, \tag{4}$$

$$\lim_{r\to 1-}\frac{T(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),r)}{U(x)}>0. \tag{5}$$

则

(1) 1 是 $f(z)$ 的一个 Nevanlinna 点.

(2) 对 $\forall\varepsilon>0$，$\forall a\in\mathbf{C}$，至多有两个例外值，总有

$$\overline{\lim_{r\to 1-}}\frac{\log n(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),r,a)}{\log(xU(x))}\geqslant 1.$$

证　(1) 若 1 不是 $f(z)$ 的一个 Nevanlinna 点，则据定义 4 知，$\exists a_j\in\mathbf{C}(j=1,\cdots,q)$ 及 $c\in(0,1)$，使

$$\sum_{j=1}^{q}\delta(a_j,\varphi)\geqslant 2+3c.$$

由定义 3，$\exists\varepsilon_0>0$，当 $\varepsilon\leqslant\varepsilon_0$ 时有

$$\sum_{j=1}^{q}\overline{\lim_{r\to 1-}}\frac{N(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),r,a)}{T(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),r)}<q-2-2c, \tag{6}$$

由已知条件(5)式，可设

$$\overline{\lim_{r\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0,\varepsilon_0),r)}{U(x)}=t\quad(0<t\leqslant 1). \tag{7}$$

下面首先证明由条件(4)、(5)式可得，$\exists\sigma\in(0,\varepsilon_0)$ 及点列 $\{r_n\}$：$r_n\to 1-$，使得

$$T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)>(x-\frac{tc}{4q})U(x_n), \tag{8}$$

其中 $x_n=\dfrac{1}{1-r_n}$.

若不然，则对 $\forall\sigma\in(0,\varepsilon_0)$，$\forall\{r_n\}\to 1-$，有

$$T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)\leqslant(t-\frac{tc}{4q})U(x_n),$$

于是有

$$\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)}{U(x_n)}\leqslant t-\frac{tc}{4q}. \tag{9}$$

由条件(4)式可知

$$\begin{aligned}0&\leqslant\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0,-\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}\\&\leqslant\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0-\sigma,-\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}=0,\end{aligned} \tag{10}$$

$$0\leqslant \lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(\varepsilon_0-\sigma,\varepsilon_0),r_n)}{U(x_n)}$$

$$\leqslant \lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(\varepsilon_0-\sigma,\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}=0. \tag{11}$$

由(7)、(9)～(11)式可得如下矛盾事实

$$t=\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0,\varepsilon_0),r_n)}{U(x_n)}$$

$$\leqslant\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)+T(\Omega(-\varepsilon_0-\sigma,\varepsilon_0+\sigma),r_n)+T(\Omega(\varepsilon_0-\sigma,\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}$$

$$\leqslant\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)}{U(x_n)}+\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(-\varepsilon_0-\sigma,-\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}$$

$$+\lim_{\sigma\to 0}\overline{\lim_{r_n\to 1-}}\frac{T(\Omega(\varepsilon_0-\sigma,\varepsilon_0+\sigma),r_n)}{U(x_n)}$$

$$\leqslant t-\frac{tc}{4q}.$$

进而由引理 4 及(6)～(8)式有

$$(q-2)(t-\frac{tc}{4q})U(x_n)<(q-2)T(\Omega(-\varepsilon_0+\sigma,\varepsilon_0-\sigma),r_n)$$

$$<\sum_{j=1}^{q}N(\Omega(-\varepsilon_0,\varepsilon_0),R_n,a_j)+o(U(x_n))$$

$$<(q-2-c)T(\Omega(-\varepsilon_0,\varepsilon_0),R_n)+o(U(x_n))$$

$$<(q-2-c)(t+\frac{tc}{4q})U(X_n)+o(U(x_n)).$$

两边除以 $tU(x_n)$后，取极限可得如下矛盾事实

$$4<-2q-c.$$

(2) 否则，对某个 $\varepsilon>0$，及三个复数 $a_j\in\mathbf{C}(j=1,2,3)$，$\exists\sigma>0$，使得

$$\sum_{j=1}^{3}\overline{\lim_{R\to 1-}}\frac{\log n(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),R,a_j)}{\log(XU(X))}<1-2\sigma,$$

故

$$\sum_{j=1}^{3}N(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),R,a_j)<\sum_{j=1}^{3}\int_{R_0}^{R}\frac{n((-\varepsilon,\varepsilon),R,a_j)}{R}\mathrm{d}R+C$$

$$<\sum_{j=1}^{3}\int_{R_0}^{R}\frac{U^{1-\sigma}(X)X^{1-\sigma}}{R}\mathrm{d}R+C$$

$$<U^{1-\sigma}(X)\frac{1}{R_0}\sum_{j=1}^{3}\int_{R_0}^{R}\frac{\mathrm{d}R}{(1-R)^{1-\sigma}}+C$$

$$<\frac{3}{R_0}U^{1-\sigma}(X)\frac{1}{\sigma R_0}((1-R_0)^{\sigma}-(1-R)^{\sigma})+C,$$

故

$$\frac{T(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),r)}{U(x)}<\frac{\sum_{j=1}^{3}N(\Omega(-\varepsilon,\varepsilon),R,a_j)+o(U(x))}{(1-o(1))U(X)}<\frac{C}{U^{\sigma}(X)}=o(1).$$

此与条件矛盾，其中 R_0 是充分接近 1 的常数. ∎

参 考 文 献

［1］ 孙道椿，杨乐．拟亚纯映射的值分布．中国科学（A 辑），1997，**27**(2)：132－139

［2］ 孙道椿．关于 (m,n,ρ) 级半纯函数的一些结果．数学研究与评论，1984，**4**(1)：37－42

［3］ 孙道椿．单位圆内半纯函数的 Nevanlinna 点的存在性定理．武汉大学学报（自然科学版），1984，**30**(2)：1－10

On the Nevanlinna Points of Quasimeromorphic Mappings in the Unit Circle

Li Chunhong

(*Department of Mathematics*, *China West Normal University*, *Nanchong* 637002;
Mathematical College, *Sichuan University*, *Chengdu* 637002)

Sun Daochun

(*Department of Mathematics*, *South China Normal University*, *Guangzhou* 510632)

Abstract: This present paper defines Nevanlinna point and Borel point of quasimeromorphic mapping in unit circle and proves the existence of Nevanlinna point and Borel point for quasimeromorphic mapping with condition $\overline{\lim\limits_{r\to 1-}}\dfrac{T(r)}{\log\dfrac{1}{1-r}}=\infty$.

Key words: Quasimeromorphic mapping; Unit circle; Nevanlinna point.

MR(2000) Subject Classification: 30D35