

气压对 MEMS 梳状线振动陀螺仪影响的研究

郭秋芬^{1,2}, 孙 枫², 郝燕玲², 李 峰¹, 朱 强¹

(1. 航天科工惯性技术有限公司, 北京 100070; 2. 哈尔滨工程大学, 哈尔滨 150001)

摘 要: MEMS 梳状线振动陀螺仪阻尼包括结构阻尼和流体(空气)阻尼,而对于此种结构而言,空气黏性阻尼比结构阻尼大的多。由于气压的变化会引起空气黏性系数的变化,因而会引起 MEMS 梳状线振动陀螺仪谐振频率、阻尼系数、零偏等参数的变化。因此,研究气压变化对 MEMS 梳状线振动陀螺仪的影响是非常必要的。根据 MEMS 梳状线振动陀螺仪的结构特点,建立了压膜阻尼和库埃特流阻尼模型及气压与阻尼的关系模型,研究了气压对两种阻尼的影响以及对 MEMS 梳状线振动陀螺仪输出电压的影响。通过研究分析可知,气压在小于一个大气压时对压膜阻尼系数的影响很大,进而对 MEMS 梳状线振动陀螺仪输出的幅值影响也较大。气压在接近或者大于一个大气压时, MEMS 梳状线振动陀螺仪随着气压的变化不大,因此将此种陀螺仪的气压控制在一个大气压。

关键词: MEMS 梳状线振动陀螺仪; 阻尼系数; 气压; 黏性系数

中图分类号: TP212.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2009)03-1024-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.033

0 引言

MEMS 梳状线振动陀螺仪的梁-质量块结构在受外力作用下的运动类似于有阻尼的弹簧-质量块系统,存在一定的共振频率。一般情况下,硅微机械梁-质量块系统的 Q 值很高,在空气中约为几百,在真空下可达 200000^[1],因此如不人为的增加阻尼,器件极易因共振而损坏,其频率也只能达到固有频率的 30% 左右。而在适当的阻尼条件下,器件的工作频率可达固有频率的 90%,瞬态特性也可大大改善,这说明阻尼的设计与实现是 MEMS 陀螺仪实用化的关键技术之一。

通常阻尼包括结构阻尼和流体(空气)阻尼。对于工作在空气中的 MEMS 结构而言,其结构阻尼比空气黏性阻尼小得多,一般可以忽略其影响。而气压的变化对空气阻尼的影响非常大,因此研究气压对 MEMS 梳状线振动陀螺仪的影响是非常有意义的。

MEMS 梳状线振动陀螺仪的阻尼包括库埃特流阻尼和压膜阻尼,下面对其进行一一分析。

1 气压对 MEMS 陀螺仪阻尼的影响

在不同的压强下,空气的阻尼是不同的,根据压

强的变化范围,阻尼可以分为以下几个部分:(1) 高真空状态:固有阻尼;(2) 分子自由运动状态:分子间粘力阻尼;(3) 过渡状态:稀薄空气阻尼;(4) 黏性状态:流体阻尼。

各个状态之间的界限特别是分子运动状态和过渡状态之间是可以互相转换的,同时也是很难区分的。一般用 Knudsen 常数 K_n 来区分各个状态,其代表的含义是指平均分子自由程与特征尺寸之间的比值。一般来讲 $K_n < 0.001$ 、 $0.001 < K_n < 0.1$ 、 $0.1 < K_n < 10$ 、 $K_n > 10$ 分别代表高真空状态、分子自由运动状态、过渡状态和黏性状态。

根据 Knudsen K_n 与气压的关系可用下式估算

$$K_n = k_{bz} TP_{ref} / (\sqrt{2} \pi d_{fe}^2 P_a d) \quad (1)$$

其中: d —— 流体特征尺寸(平板间距), m;

P_{ref} —— 平均分子自由程的参考压力, Pa;

P_a —— 周围环境压力, Pa。

k_{bz} —— 玻尔兹曼常量

$$k_{bz} = 1.38 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$$

d_{fe} —— 分子有效直径, m, 空气的分子有效直径为 3.5×10^{-10} m。

从上式可以看出, Knudsen K_n 与温度成正比,与分

子有效直径的平方、气压的平方和平板间距成反比。

1.1 气压对压膜阻尼的影响研究

空气的密度与空气的压力成正比,其表达式为

$$\rho = P \cdot \frac{M}{RT} \quad (2)$$

式中: M ——摩尔质量, 空气的摩尔质量 $28.9 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$;

R ——气体摩尔常量,

$$R = 8.31451 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1};$$

T ——绝对温度 T 。

梳齿结构的振动形成的阻尼不仅与梳齿的结构尺寸有关,而且与梳齿的运动速度有关。定义一个无量纲参数^[2]来表征梳齿的驱动频率,表达式为

$$\hat{\lambda}_{qd} = w \sqrt{\omega_c} / \sqrt{2\eta/\rho}, \quad \hat{\lambda}_{jc} = h \sqrt{\omega_c} / \sqrt{2\eta/\rho} \quad (3)$$

此定义的前提是假设驱动模式的压膜阻尼力与驱动梳齿的宽度及 $\sqrt{\omega_c}$ 成正比,是线性关系;检测模式的压膜阻尼力与检测梳齿的厚度及 $\sqrt{\omega_c}$ 成正比,是线性关系。

则驱动模式和检测模式的压膜阻尼系数为

$$c_{sqd} = 2n_{qd}\pi\eta(a_{qd} + b_{qd}\hat{\lambda}_{qd})$$

$$c_{sjc} = 2n_{jc}\pi\eta(a_{jc} + b_{jc}\hat{\lambda}_{jc}) \quad (4)$$

式中: $a_{qd}, b_{qd}, a_{jc}, b_{jc}$ 是梳齿横截面的无量纲常量,可以通过解析仿真或数字仿真的方法得到^[2]。式中的 a_{qd}, a_{jc} 与频率无关,其近似表达式为

$$a_{ad} = \frac{4}{l_{qd}/(l_{qd} + w) - \gamma - \ln[k_{\rho\eta}(l_{qd} + w)/8]}$$

$$a_{jc} = \frac{4}{w/(w + h) - \gamma - \ln[k_{\rho\eta}(w + h)/8]} \quad (5)$$

其中: $\gamma \cong 0.577$ ——欧拉常数;

$$k_{\rho\eta} = \rho v_{\max}/(2\eta);$$

v_{\max} ——梳齿的最大速度。

通过上面的分析可以得到压膜阻尼系数与压强的关系式为

$$c_{sqd} = 2n_{qd}\pi\eta \left[a_{qd} + \frac{b_{qd}w\sqrt{\omega_c}}{\sqrt{2\eta RT/(MP)}} \right]$$

$$c_{sjc} = 2n_{jc}\pi\eta \left[a_{jc} + \frac{b_{jc}h\sqrt{\omega_c}}{\sqrt{2\eta RT/(MP)}} \right] \quad (6)$$

从上式可以看出,压膜阻尼系数不仅与黏性系数有关,而且与梳齿的结构尺寸(梳齿的长度、宽度、厚

度)、驱动频率、温度和气压都有关。下面对其进行仿真分析,令 $b_{qd} = b_{jc} = 2$, 从图形中看其变化状态。

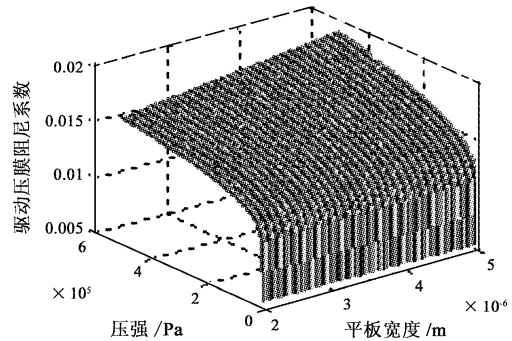


图 1 驱动压膜阻尼系数与气压的关系

Fig.1 Relationship of the driving Squeeze-film damping and the pressure

从图 1 可以看出(此时驱动频率为 MEMS 线振动陀螺仪的谐振频率),当压强很小时,即大部分是真空状态,压强有很小的变化,则阻尼系数就有很大的变化,此部分基本呈线性关系。当气压从 $1.33 \times 10^{-4} \text{ Pa}$ 增加到 $4 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时,驱动压膜阻尼系数从 0.0052 增加到了 0.0125;当气压从 $4 \times 10^3 \text{ Pa}$ 增加到 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ 即 1 个大气压时,驱动压膜阻尼系数变化曲线比较明显,从 0.0125 增加到 0.0178;当气压大于 1 个大气压时,随着压强的增加驱动压膜阻尼系数的增加程度不是很大,其曲线程度不大,基本也呈线性,当气压从 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ 增加到 $5.05 \times 10^5 \text{ Pa}$, 驱动压膜阻尼系数从 0.0178 增加到 0.025。同时,从图 1 中可以看出,驱动压膜阻尼系数随着驱动平板宽度即驱动梳齿宽度的增加而增加,呈线性关系。当压强一定,在 1 个大气压时,梳齿宽度从 $2 \mu\text{m}$ 增加到 $5 \mu\text{m}$ 时,驱动压膜阻尼系数从 0.0152 增加到 0.0178。

从上面的分析可以看出,驱动梳齿宽度对驱动压膜阻尼系数的影响比压强对驱动压膜阻尼系数的影响要小。

从图 2 可以看出(此时驱动频率为 MEMS 线振动陀螺仪的谐振频率),当压强很小时,即大部分是真空状态,压强有很小的变化,则阻尼系数就有很大的变化,此部分基本呈线性关系。当气压从 $1.33 \times 10^{-4} \text{ Pa}$ 增加到 $4 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时,检测压膜阻尼系数从 0.00135 增加到了 0.004;当气压从 $4 \times 10^3 \text{ Pa}$ 增加到 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ 即 1 个大气压时,检测压膜阻尼系数变化曲线比较明显,从 0.004 增加到 0.0195;当气压大于 1 个大气压

时,随着压强的增加检测压膜阻尼系数的增加程度比较大,其曲线程度不大,基本也呈线性,当气压从 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ 增加到 $5.05 \times 10^5 \text{ Pa}$,检测压膜阻尼系数从0.0195增加到0.0398。同时,从图2中可以看出,检测压膜阻尼系数随着驱动平板宽度即检测梳齿厚度的增加而增加,呈线性关系。当压强一定,在1个大气压时,梳齿宽度从 $2 \mu\text{m}$ 增加到 $5 \mu\text{m}$ 时,驱动压膜阻尼系数从0.0155增加到1.022。

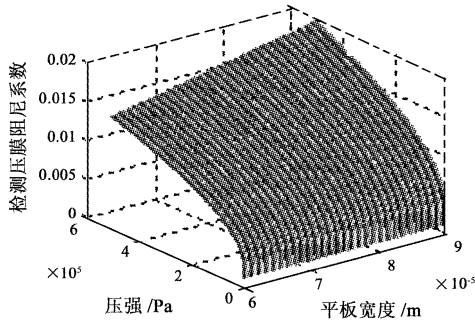


图2 检测压膜阻尼系数与压强的关系

Fig.2 Relationship of the detecting Squeeze-flow damping and the pressure

从上面的分析可以看出,检测梳齿厚度对检测压膜阻尼系数的影响比压强对检测压膜阻尼系数的影响要小。

1.2 气压对库埃特流阻尼的影响研究

在库埃特流阻尼中,我们假设阻尼厚度的增减量为气体平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的2倍。则根据文献[3]可知,在库埃特流阻尼中的平面受到的剪切力与阻尼厚度及平面速度的关系式为

$$\tau = - \frac{\eta A}{d + 2\bar{\lambda}} v_r \quad (7)$$

其中: A ——平面的面积, m^2 ;

η ——黏性系数。

而有效黏性系数与分子平均自由程有关,即与Knudsen K_n 有关,其表达式为

$$\eta_{eff, s} = \frac{\eta}{1 + 2K_n} \quad (8)$$

式(11)并不是非常精确,在一些情况下会有很大的误差,文献[4-9]给出了更为精确的表达式。在实际计算过程中,有效黏性系数可用下式表示:

$$\eta_{eff, m} = \frac{\eta}{1 + 2K_n + 0.2K_n^{0.788} e^{-K_n/10}} \quad (9)$$

结合式(10)、(11)及(12)可以得到库埃特流阻

尼系数与压强的关系式为:

$$c_{cuqd, m} = - \frac{\tau}{v_r} = \frac{2n_{qd}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_{kqudong} + 2kTP_{ref})l_{xqd}h}{Pd_{kqudong}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_{kqudong} + 2k_{bz}T)}$$

$$c_{cujc, m} = - \frac{\tau}{v_r} = \frac{n_{jc}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_1 + 2k_{bz}TP_{ref})wh}{Pd_1(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_1 + 2k_{bz}T)} + \frac{n_{jc}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_2 + 2k_{bz}TP_{ref})wh}{Pd_2(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_2 + 2k_{bz}T)} \quad (10)$$

从式(13)中的两个式子中可以看出,库埃特流阻尼系数不仅与梳齿的结构尺寸有关,而且与气压和温度有关。下面进行仿真。

图3为驱动库埃特流阻尼系数与压强的关系图形,从图中可以看出,驱动模式和检测模式的库埃特流阻尼系数与压强的关系近似。在高真空状态,随着压强的增加,库埃特流阻尼系数急剧的降低,基本呈线性关系,驱动模式的库埃特流阻尼系数从 7.5×10^{-4} 降低到了 1×10^{-4} ,检测模式的库埃特流阻尼系数从 1.95×10^{-5} 降低到了 0.2×10^{-5} ;在低真空状态,库埃特流阻尼系数随着压强的增加而降低,图形成曲线,驱动模式的库埃特流阻尼系数从 1×10^{-4} 降低到了 0.15×10^{-4} ,检测模式的库埃特流阻尼系数从 0.2×10^{-5} 降低到了 0.04×10^{-5} ;当气压接近1个大气压或者大于1个大气压时,库埃特流阻尼系数基本上没有变化,其变化量可以忽略不计。

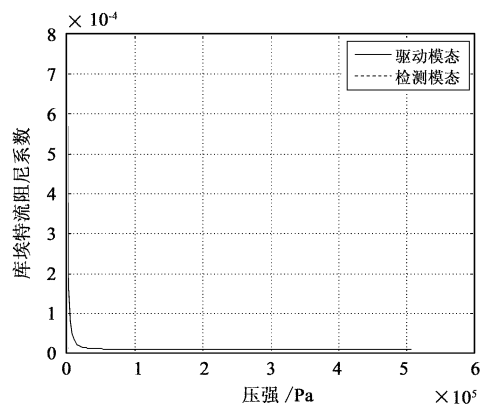


图3 库埃特流阻尼系数与压强的关系

Fig.3 Relationship of the Couette-flow damping and the pressure

从上面的分析可以看出,在真空状态下,两种阻

尼都随着气压的变化而急剧变化,在低真空状态,两种阻尼随着气压的变化有较大的变化,在大于等于标准大气压的状态下,两种阻尼的变化不是很大。因此, MEMS 梳状线振动陀螺仪的气压可以定在标准大气压下,这样既有利于气压的控制,又有利于振动系统输出的稳定性。

2 气压对 MEMS 梳状线振动陀螺仪的影响

根据弹簧—质量块—阻尼系统, MEMS 梳状线振动陀螺仪驱动模式的运动方程式为

$$m\ddot{x}_{dc}(t) + c_{qd}\dot{x}_{dc}(t) + kx_{dc}(t) = F_x \sin\omega_c t \quad (11)$$

根据调幅载波的分析方法,得到驱动模式的输出为

$$x_{dc}(t) = \frac{F_x \sin(\omega_c t - \Phi_{qd})}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{qd}\omega_n\omega_c)^2}} \quad (12)$$

$$\tan\Phi_{qd} = \frac{\omega_n\omega_c}{Q_{qd}(\omega_n^2 - \omega_c^2)}$$

其中: $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\xi_{qd} = \frac{c_{qd}}{2\sqrt{mk}}$, $Q_{qd} = \frac{1}{2\xi_{qd}}$ 。

$$y_{ydcys} = \frac{2F_x m \omega_{IGZO} \omega_c \cos(\omega_c t - \Phi_{qd} - \Phi_{jc})}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{qd}\omega_n\omega_c)^2} \sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{jc}\omega_n\omega_c)^2}} \quad (17)$$

$$\tan\Phi_{jc} = \frac{\omega_n\omega_c}{Q_{jc}(\omega_n^2 - \omega_c^2)}$$

其中: $\xi_{qd} = \frac{c_{qd}}{2\sqrt{mk}}$, $\xi_{jc} = \frac{c_{jc}}{2\sqrt{mk}}$, $Q_{jc} = \frac{1}{2\xi_{jc}}$ 。

根据式(16)和(27)可以知道, MEMS 梳状线振动陀螺仪驱动模式和检测模式的阻尼系数与气压的关系如下所示:

$$c_{qd} = c_{sqd} + c_{cuqd, m}$$

$$= 2n_{qd}\pi\eta_{eff, m} \left[a_{qd} + \frac{b_{qd}w\sqrt{\omega_c}}{\sqrt{2\eta RT/(MP)}} \right] +$$

$$\frac{2n_{qd}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_{kqudong} + 2k_{bz} TP_{ref}) l_{xqd} h}{Pd_{kqudong}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_{kqudong} + 2k_{bz} T)}$$

$$c_{jc} = c_{sjc} + c_{cujc, m}$$

$$= 2n_{jc}\pi\eta_{eff, m} \left[a_{jc} + \frac{b_{jc}h\sqrt{\omega_c}}{\sqrt{2\eta RT/(MP)}} \right] +$$

$$\frac{n_{jc}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_1 + 2k_{bz} TP_{ref}) wh}{Pd_1(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_1 + 2k_{bz} T)} +$$

$$\frac{n_{jc}\eta_{eff, m}(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 P^2 d_2 + 2k_{bz} TP_{ref}) wh}{Pd_2(\sqrt{2}\pi d_{fz}^2 Pd_2 + 2k_{bz} T)} \quad (18)$$

驱动模式的速度为

$$v_{dc}(t) = \dot{x}_{dc}(t)$$

$$= \frac{F_x \omega_c \cos(\omega_c t - \Phi_{qd})}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{qd}\omega_n\omega_c)^2}} \quad (13)$$

当载体绕 z 轴旋转时,其旋转角速度为 ω_{IGZO} , 此时在检测模式产生的哥氏加速度为

$$a_{ydcys} = 2\omega_{IGZO}v_{dc}(t)$$

$$= \frac{2F_x \omega_{IGZO} \omega_c \cos(\omega_c t - \Phi_{qd})}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{qd}\omega_n\omega_c)^2}} \quad (14)$$

质量块在静电力驱动下检测模式的运动方程式为

$$m\ddot{y}_{jc}(t) + c_{jc}\dot{y}_{jc}(t) + ky_{jc}(t) = F_y \sin\omega_c t + ma_{ydcys} \quad (15)$$

由于初始状态时 $F_y = 0$, 因此上式为

$$m\ddot{y}_{jc}(t) + c_{jc}\dot{y}_{jc}(t) + ky_{jc}(t)$$

$$= \frac{2F_x m \omega_{IGZO} \omega_c \cos(\omega_c t - \Phi_{qd})}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\xi_{qd}\omega_n\omega_c)^2}} \quad (16)$$

检测模式的输出为

MEMS 梳状线振动陀螺仪输出电压与检测模式输出幅值的关系为

$$V_{odcys} = \frac{n_{jc} y_{ydcys} (d_{y1} + d_{y2})}{(2d_{y1} + y_{ydcys})(2d_{y2} - y_{ydcys})} V_{in} \quad (19)$$

下面通过仿真分析气压对输出电压的影响。

从图4中可以看出,输出电压随着气压的增加而减小。从图4(a),(b),(c)中可以看出,在气压在高真空状态时,随着气压的增加,输出电压的幅值逐渐降低,幅值变化量非常大,气压从 $1.33 \times 10^{-4} - 1.33 \times 10^2$ Pa 时,输出电压从 $8 \times 10^{-13} - 1 \times 10^{-13}$ V; 气压在真空及低真空状态时,随着气压的增加,输出电压幅值逐渐降低,幅值变化量较大,当气压从 $1.33 \times 10^2 - 1.01 \times 10^5$ Pa 时,电压从 $1 \times 10^{-15} - 3 \times 10^{-15}$ V。从图4(d)中可以看出,在气压大于等于1个大气压时,气压越大,输出电压越小,但变化量并不是很大,当气压从1个大气压增加到5个大气压时,输出电压从 $3 \times 10^{-15} - 5 \times 10^{-16}$ V。

从上面的分析可以看出,气压在大于等于1个大

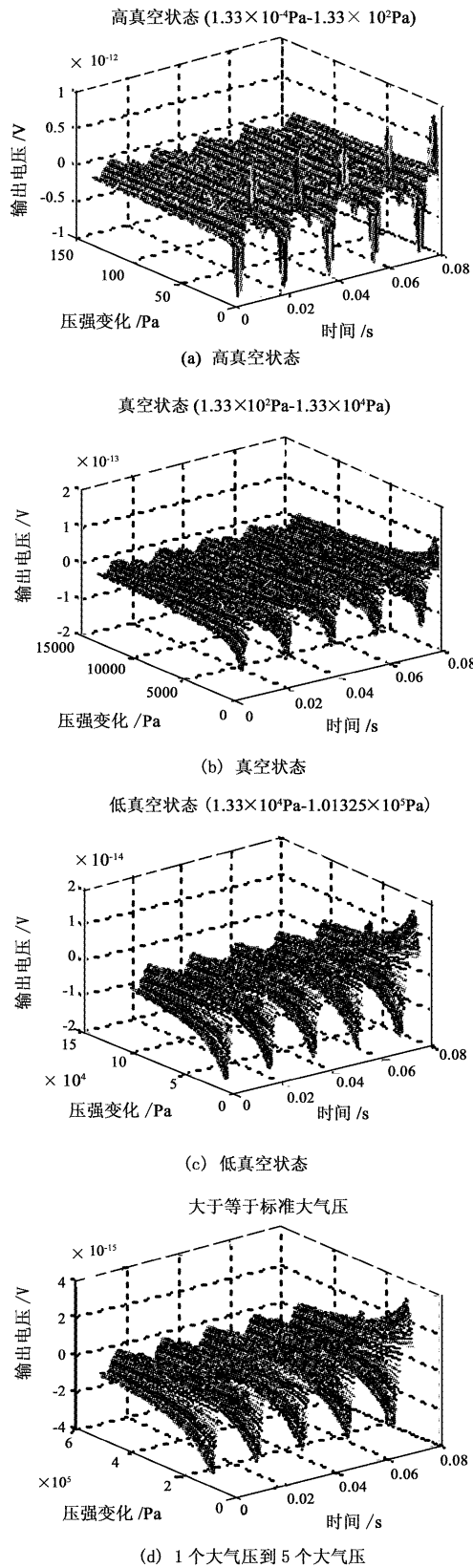


图 4 气压与输出电压的关系

Fig.4 Relationship of the air pressure and the output voltage

气压时,输出电压的变化不是很大,而且将气压控制在 1 个大气压比较容易实现,因此,MEMS 梳状线振动陀螺仪的工作气压在标准大气压及 1 个大气压下较好。

3 结论

本文研究了 MEMS 梳状线振动陀螺仪阻尼的特性及气压对 MEMS 梳状线振动陀螺仪两种阻尼及输出电压的影响。从研究的结果可以看出,当气压在高真空状态时,随着气压的增加, MEMS 梳状线振动陀螺仪阻尼系数变化非常大;当气压在低真空状态时,随着气压的增加, MEMS 梳状线振动陀螺仪的阻尼系数变化较大;当气压大于等于一个大气压时,阻尼系数变化较小。当气压在一个大气压时, MEMS 梳状线振动陀螺仪的输出电压达到正值的最大值。由此可以看出,可以将 MEMS 梳状线振动陀螺仪的工作气压定在一个大气压,这样既减小了控制气压的工作量,又容易实现较大的输出电压,减小了 MEMS 梳状线振动陀螺仪的制作成本。

参考文献:

- [1] Allen H V, Terry S C, De Bruin D W[J]. Sensors and Actuators, 1989,20:153 - 161.
- [2] Weibin Zhang, Kimberly L, Turner. Pressure-dependent damping characteristics of micro silicon beam resonators for different resonant modes[J]. 2005 IEEE:357 - 360.
- [3] Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings[J]. J. Basic Eng. Trans. ASME, 1959,3(81):94 - 99.
- [4] Willis D R. Comparison of kinetic theory analyzes of linearized coquette flow[J]. The Phys. Fluids, 1962,5(2): 127 - 135.
- [5] Cercignani C, Pagani C D. Variational approach to boundary-value problems in kinetic theory[J]. The Phys. Fluids, June 1966, 9: 1167 - 1173.
- [6] Saraf J R, Rarefied. Gas flows based on variational principle[J]. Appl.Sci. Res., 1973, 28: 27 - 36.
- [7] Loyalka S K, Petrellis N, Storvick T S. Some exact numerical results for the BGK model: Couette, poiseulle and thermal creep flow between parallel plates[J]. J. Appl.Math.Phys. (ZAMP), 1979, 30: 514 - 521.
- [8] Sone Y, Takata S, Ohwada T. Numerical analysis of the plane Couette flow of a rarefied gas on the basis of the linearized Boltzmann equation for hard-sphere molecules[J]. Eur.J.Mech.B/Fluids, 1990, 9(3): 273 - 288.
- [9] Shakhov E M, Rarefied. Gas shear flow between two movable segments of parallel plates[J]. Fluid Dynam., 1995(3): 462 - 466.

作者简介:郭秋芬(1975 -),女,博士,研究方向为惯性导航系统,惯性技术建模与仿真。

通信地址:北京市丰台区海鹰路 1 号院 2 号楼 3 层航天惯性公司(100070)

电话:(010)83399331 - 607

E-mail:gqf9571@163.com

