

# 基于 Bayesian 估计理论的 GPS 导航算法

周泽波<sup>1</sup>, 沈云中<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学测量与国土信息工程系, 上海 200092; 2. 现代工程测量国家测绘局重点实验室, 上海 200092)

**摘 要:** 当观测信息冗余度小或出现异常时, 仅依靠 GPS 单历元数据难以获得可靠的定位结果, 需借助历史信息改善定位精度和可靠性。导出了 Bayesian 递推算法的一般形式, 建立了基于移动窗口的牛顿向前插值模型与常速度、二次曲线最小二乘拟合模型的先验信息获取方式, 引入了当前历元相关观测方程的抗差估计, 并采用实测 GPS 动态数据计算分析, 结果表明: 抗差估计能有效抑制粗差对 GPS 定位结果的影响; 拟合模型对误差具有平滑作用, 其中二次曲线模型明显优于常速度模型, 但两者均需实时计算拟合系数; 而牛顿向前插值模型系数恒定, 计算简单, 显著提高了定位精度及可靠性。

**关键词:** 全球定位系统; Bayesian 估计; 状态模型; 导航; 稳健估计

**中图分类号:** V417.9      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2009)03-1073-06

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.040

## 0 引言

GPS 定位较多传感器组合定位拥有更为低廉的成本优势, 广泛地应用于汽车、船舶导航等人类生产与生活领域。目前, GPS 相位实时差分 RTK 能获得厘米级精度, 但需要正确固定模糊度<sup>[1]</sup>。GPS 伪距码易于捕获且不受周跳影响<sup>[2]</sup>, 比相位更适用于观测值中断频繁, 信号遮挡严重的城市导航。然而, 在复杂的动态观测环境中仍然面临亟需解决的问题: 信号遮挡, 卫星失锁定使得单历元观测信息明显减少, 卫星几何图形强度因子减弱; 粗差、多路径, 非随机噪声的影响降低了定位精度和可靠性<sup>[3]</sup>。对于具有高斯分布噪声的动态线性系统, 采用卡尔曼滤波可以获得系统状态的最优估值<sup>[4]</sup>, 为克服动态系统中实际噪声统计特不确定性以及抑制模型的不准确性, 发展起来了抗差自适应滤波、SAGE 滤波等<sup>[5-7]</sup>。然而, 独立 GPS 定位不存在真实的动力学模型, 无法直接构造卡尔曼滤波器。因此, 需要建立一种先验信息与当前信息融合的递推方法以增强定位的准确性与稳定性。先验信息的获取依赖于两个方面: 一是由以邻近历元的坐标导出近似的动力学模型<sup>[8]</sup> (如匀速度、常加速度); 二是以邻近历元载体运动的几何图形约束运动轨迹。当前信息处理的关

键在于观测数据的质量控制方面, 防止数据污染。经典最小二乘估计易受粗差、非随机噪声等影响, 导致待估参数有偏<sup>[9]</sup>。Teunissen 提出了一种 DIA 方法, 通过发现误差 (Detection)、确认误差 (Identification)、消除误差 (Adaptation) 三步实现动态定位的质量控制<sup>[10]</sup>。抗差 M 估计是使用最为广泛, 计算简明的抗差理论, 方差膨胀是控制粗差影响的核心, 其抗差效果好坏则取决于等价权函数, 如 Huber, Hampel, IGG III 等函数<sup>[11,12]</sup>, Yang 在这些等价权原理基础上提出了一种相关观测的稳健估计方法 RECO<sup>[12]</sup>。

本文提出了一种基于 Bayesian 估计理论的动态定位递推算法。首先导出了基于 Bayesian 估计理论的动态定位递推算法的一般形式; 然后重点针对该算法所涉及的先验信息获取与当前信息质量控制两个方面进行了详细地研究: 通过多样化的先验信息获取方式建立了基于移动窗口的牛顿向前插值模型, 以及常速度、坐标二次曲线拟合模型, 并在当前信息中引入了相关观测方程的抗差估计方法; 最后, 采用一组实测 GPS 动态数据对各模型精度和可靠性进行了计算分析和比较。

## 1 基于 Bayesian 估计理论的动态定位递推算法

历元  $k$  时刻, 若通过当前观测方程求得的估值

及其协方差为  $\hat{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ , 通过先验信息得到的预测值及其协方差为  $\bar{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k}$ , 并令  $\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} = \Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k}^{-1}, \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k} = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k}^{-1}$ , 则可构造 Bayesian 估计极值函数:

$$\alpha(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_k)^T \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_k) + (\mathbf{x} + \hat{\mathbf{x}}_k)^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k) = \min \quad (1)$$

上式  $\alpha$  为控制状态异常的自适应因子, 确定方法可参见文献[5], 则 Bayesian 估计量及其方差为,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k(B)} &= (\alpha \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} + \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k})^{-1} (\alpha \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k} \hat{\mathbf{x}}_k) \\ \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k(B)}} &= (\alpha \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} + \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k})^{-2} (\alpha^2 \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k} + \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k}) \end{aligned} \quad (2)$$

一般地, 动态离散系统先验信息与当前信息均可转化为以下形式

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_k = \Phi_{[(k-n+1):(k-1)]} \mathbf{x}_{[(k-n+1):(k-1)]} + \mathbf{w}_k \\ \hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k^0 + \delta \hat{\mathbf{x}}_k \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\Phi_{[(k-n+1):(k-1)]}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{w}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{\mathbf{w}_k}), \mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k); \mathbf{Q}_{\mathbf{w}_k}$  和  $\mathbf{R}_k$  分别为状态噪声和观测噪声方差;  $\mathbf{x}_{[(k-n+1):(k-1)]} = [\mathbf{x}_{k-n+1}, \mathbf{x}_{k-n+2}, \dots, \mathbf{x}_{k-1}]^T; \mathbf{x}_k^0$  观测方程线性化初始值,  $\delta \hat{\mathbf{x}}_k$  为估值改正数。对于状态预测方程, 由 Bayesian 理论可得,

$$\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-n+1}, \mathbf{x}_{k-n+2}, \dots, \mathbf{x}_{k-1} \sim N(\bar{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k}) \quad (4)$$

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k} = \Phi_k \Sigma_{\mathbf{x}_{[(k-n+1):(k-1)]}} \Phi_k^T + \mathbf{Q}_{\mathbf{w}_k}$$

其中,  $\Sigma_{\mathbf{x}_{[(k-n+1):(k-1)]}}$  表示移动窗口内前  $n-1$  个点的状态参数方差-协方差矩阵,  $\Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k}$  为预测状态参数的方差。而对于非线性观测方程, 在  $\mathbf{x}_k^0 = \bar{\mathbf{x}}_k$  处泰勒一阶展开, 迭代求解位置改正数, 可获得估值  $\hat{\mathbf{x}}_k$  及方差  $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 。基于移动窗口宽度为  $n$  的 Bayesian 递推初始信息为存储连续的 1 至  $n-1$  个历元观测方程对应的估值及方差  $(\hat{\mathbf{x}}_1, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_1}), (\hat{\mathbf{x}}_2, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_2}), \dots, (\hat{\mathbf{x}}_{n-1}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{n-1}})$ ; 对于历元  $k-1$  至  $k$  的递推步骤如下:

(1) 根据历史信息  $(\hat{\mathbf{x}}_{k-n+1}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k-n+1}}), (\hat{\mathbf{x}}_{k-n+2}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k-n+2}}), \dots, (\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1}})$ , 分别计算  $\hat{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k}, \bar{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\bar{\mathbf{x}}_k}$ ;

(2) 按式(2)输出 Bayesian 估计量及其方差  $\hat{\mathbf{x}}_{k(B)}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k(B)}}$ ;

(3) 更新窗口信息:  $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k(B)}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k} = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k(B)}}, (\hat{\mathbf{x}}_{k-n+2}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k-n+2}}), (\hat{\mathbf{x}}_{k-n+3}, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k-n+3}}), \dots, (\hat{\mathbf{x}}_k, \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_k})$ ;

(4) 若观测连续, 则按步骤 2~4 逐次输出各历元 Bayesian 估值; 反之, 将递推重新初始化。

## 2 基于插值模型与拟合模型的先验信息获取方法

### 2.1 基于 Newton 向前插值的先验信息计算

以下引入等距节点(时间为变量)的牛顿向前插值模型。若在等距时间节点 ( $\Delta t$  表示步长)  $t_1, t_2, \dots, t_n (i = 1, 2, \dots, n)$  上的函数值为  $\mathbf{x}_i$ , 则基于  $n$  阶 Newton 向前插值的位置函数,

$$\mathbf{x}(t_{s+1}, n) = \mathbf{x}(t_1 + s\Delta t, n) \quad (5)$$

式(5)展开可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{s+1}, n) &= \Delta^1 \mathbf{F}_0 + \frac{s}{1!} \Delta^2 \mathbf{F}_0 + \\ &\frac{s(s-1)}{2!} \Delta^3 \mathbf{F}_0 + \dots + \\ &\frac{s(s-1)\dots(s-n+1)}{n!} \Delta^n \mathbf{F}_0 \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $n$  为向前插值阶数,  $s$  表示  $t_s$  在窗口中序号。

记  $C_s^n = \frac{s!}{(s-n)!n!} = \frac{s(s-1)\dots(s-n+1)}{n!}$ , 则

(6)式可简写,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{s+1} - n) &= C_s^0 \Delta^1 \mathbf{F}_0 + C_s^1 \Delta^2 \mathbf{F}_0 + \\ &C_s^2 \Delta^3 \mathbf{F}_0 + \dots + C_s^{n-1} \Delta^n \mathbf{F}_0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $\Delta^n \mathbf{F}_0$  可由递推关系求得:

$$\begin{aligned} \Delta^1 \mathbf{F}_0 &= \mathbf{x}_1 \\ \Delta^2 \mathbf{F}_0 &= \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \\ \Delta^3 \mathbf{F}_0 &= \mathbf{x}_3 - 2\mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_1 \\ \Delta^4 \mathbf{F}_0 &= \mathbf{x}_4 - 3\mathbf{x}_3 + 3\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \\ \Delta^n \mathbf{F}_0 &= \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i C_{n-1}^i \mathbf{x}_{n-i} \end{aligned} \quad (8)$$

因此, 利用窗口内  $n-1$  个点推算第  $n$  点的预测方程,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_n &= \mathbf{x}(t_{n-1+1}, n-1) = C_{n-1}^0 \Delta^1 \mathbf{F}_0 + \\ &C_{n-1}^1 \Delta^2 \mathbf{F}_0 + C_{n-1}^2 \Delta^3 \mathbf{F}_0 + \dots + \\ &C_{n-1}^{n-2} \Delta^{n-1} \mathbf{F}_0 + \mathbf{w}_n \end{aligned} \quad (9)$$

化简后可得,

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \sum_{i=0}^{n-2} \left\{ C_{n-1}^i \sum_{j=0}^i [(-1)^j C_{i,j}^j \mathbf{x}_{i-j+1}] \right\} + \mathbf{w}_n \quad (10)$$

$n$  阶 Newton 插值的优势在于插值系数是固定的, 无需实时计算更新。当  $n$  取 2, 3, 4 时, 分别为线性插值、二次插值与三次插值。

### 2.2 基于拟合模型的先验信息计算

当插值函数的阶数小于移动区间中的点数, 其系数可由最小二乘准则拟合求得, 称之为拟合模型。

相应地,线性、二次与三次拟合模型的移动区间分别不得少于 3、4 与 5 个拟合点。当无多余观测点时,拟合模型便退化为插值模型。

动态定位中,数据采样间隔通常较小,在短时间内(邻近历元)载体的坐标变化可视为线性变化,即满足常速度模型。假设在历元数为  $n$  的时间窗口内,载体位置参数的单历元结果  $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。

若窗口内初始位置  $\bar{\mathbf{x}}_1$ , 常速度  $\bar{\mathbf{v}} = [\bar{v}_x \ \bar{v}_y \ \bar{v}_z]^T$ , 则窗口内任意历元的坐标可由窗口初始位置  $\bar{\mathbf{x}}_1$  和速度  $\bar{\mathbf{v}}$  所表示:

$$\mathbf{x} = \mathbf{M}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

式(11)中,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n-1}]^T$ ,  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \Delta t & \dots & (n-2)\Delta t \end{bmatrix}^T \otimes \mathbf{E}_{3 \times 3}$  ( $\otimes$  表示 kronecker 积),  $\mathbf{u} = [\bar{\mathbf{x}}_1 \ \bar{\mathbf{v}}]^T$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  为残余误差。假设历元间位置误差无相关性,即  $\boldsymbol{\Sigma}_x = \text{diag}(\boldsymbol{\Sigma}_1, \boldsymbol{\Sigma}_2, \dots, \boldsymbol{\Sigma}_{n-1})$ ,  $\mathbf{P}_x = \boldsymbol{\Sigma}_x^{-1}$ , 由最小二乘平差准则求得:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{M}^T \mathbf{P}_x \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{P}_x \mathbf{x} \quad (12)$$

令  $\mathbf{K}_m = [\mathbf{E}_{3 \times 3} \ (n-1)\Delta t \mathbf{E}_{3 \times 3}]$ ,  $\mathbf{E}$  为单位阵, 假设状态方程噪声  $\mathbf{w}_n$  为高斯白噪声, 则移动窗口末载体位置参数的状态方程如式(13),

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \mathbf{K}_m (\mathbf{M}^T \mathbf{P}_x \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{P}_x \mathbf{x} + \mathbf{w}_n \quad (13)$$

实际上,载体的运动状态变化非常复杂,简单的常速度模型难以准确描述位置与时间的关系。然而,载体位置随时间变化的轨迹通常为光滑的曲线,此时可采用二次曲线近似拟合其运动轨迹:

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{r} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (14)$$

式(14)中,符号  $\mathbf{x}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  与式(11)中意义相同,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & \Delta t & \dots & (n-2)\Delta t \\ 0 & \Delta t^2 & \dots & (n-2)^2 \Delta t^2 \end{bmatrix}^T \otimes \mathbf{E}_{3 \times 3}$$

$$\mathbf{r} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ c_1 \ c_2 \ c_3]^T$$

其最小二乘解为:

$$\mathbf{r} = (\mathbf{C}^T \mathbf{P}_x \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{P}_x \mathbf{x} \quad (15)$$

令  $\mathbf{K}_c = [\mathbf{E}_{3 \times 3} \ (n-1)\Delta t \mathbf{E}_{3 \times 3} \ (n-1)^2 \Delta t^2 \mathbf{E}_{3 \times 3}]$ , 则移动窗口末载体位置参数的状态方程如(16)式,

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \mathbf{K}_c (\mathbf{C}^T \mathbf{P}_x \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{P}_x \mathbf{x} + \mathbf{w}_n \quad (16)$$

### 3 相关观测方程的抗差估计

对任一历元, GPS 双差观测方程在  $\mathbf{x}^0$  处展开并

忽略二阶以上高阶项,其误差方程及权阵可表示为,

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} - \mathbf{l} \quad \mathbf{P} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{v}$  为观测值的残差向量,  $\mathbf{A}$  为设计矩阵,  $\delta\mathbf{x}$  为流动站坐标改正数  $\delta\mathbf{x} = [\delta x \ \delta y \ \delta z]^T$ ,  $\mathbf{P}$  为双差观测方程权阵, 矩阵中的任意元素  $\mathbf{P}(i, j) = p_{ij}$  为相关观测权因子,  $\mathbf{l} = \mathbf{z} - \mathbf{z}^0$  为观测值与计算值的闭合差向量。由于经典最小二乘估计易受粗差影响, 导致估值有偏, 而经典的稳健估计理论均针对独立观测值。在此, 引入 RECO 方法 (Robust Estimation for Correlated Observations)<sup>[12]</sup>:  $\bar{p}_{ij} = \omega_{ij} p_{ij}$ ,  $\bar{p}_{ij}$  为等价权因子,  $\omega_{ij} = \sqrt{\omega_{ii} \omega_{jj}}$

$$\omega_{ii} = \begin{cases} 1 & |v_i| \leq k_1 \\ \frac{k_1}{|v_i|} \left( \frac{k_2 - |v_i|}{k_2 - k_1} \right) & k_1 < |v_i| \leq k_2 \\ 0 & |v_i| > k_2 \end{cases} \quad (18)$$

$v_i$  为标准残差, 常量  $k_1, k_2$  的取值范围通常为 2.0 ~ 3.0, 4.5 ~ 8.5, 则基于 M 估计的等价权原理  $\mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{v} = \mathbf{0}$ ,  $\bar{\mathbf{P}}(i, j) = \bar{p}_{ij}$ , 抗差估值及其方差-协方差阵为,

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{l} \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\delta \hat{\mathbf{x}}} = \boldsymbol{\Sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{A})^{-1} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + \delta \hat{\mathbf{x}}; \quad \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\delta \hat{\mathbf{x}}}$$

### 4 算例分析

以同济大学 GPS 基准站作为差分参考站, 在距其 3km ~ 11km 附近使用 Ashtech Locus 双频接收机采集车载数据, 采样率为 1 秒。由于上海市区高楼的阻挡, 信号中断频繁, 选取了位于近郊的部分车载数据计算分析, 图 1 为载体运动轨迹图。以 Ashtech solutions 2.60 软件的动态双频相位解算结果为参考值, 计算以上模型的外符合精度, 并与经典最小二乘估计比较以验证本文模型及算法的有效性。计算采用的观测值类型:  $C/A, P_1, P_2$ 。双差观测值的单位权方差由非差观测值按误差传播定律求得:  $\Sigma_0 = 0.6$ 。双差观测权阵为非对角对称阵, 状态噪声  $\mathbf{Q} = \text{diag}(0.5 \ 0.5 \ 0.5)$ 。为了表达直观, 将 GPS 定位结果归算至站心地平坐标系。另外, 需要慎重窗口宽度的选取, 过多或过少的历元均会导致状态模型与实际模型严重偏离。本文分别选取宽度为 4, 5, 6 三种移动窗口宽度进行算例分析。

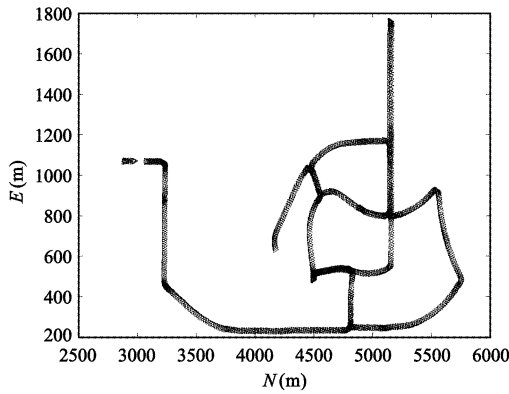


图 1 载体运动的平面轨迹图  
Fig.1 2D trajectory of vehicle

卫星及观测值数如图 2 所示。在实验的整个时段可见卫星数为 5 ~ 6 颗,而观测值数变化范围为 9 ~ 15。对比 PDOP 因子变化图(图 3),可见卫星数为 5 颗时,PDOP 呈现不同程度的增大,此时对应观测值数越少,PDOP 值则越大。再参照定位偏差图 4,误差与 PDOP 密切相关,即 PDOP 表征了定位结果的可靠性。

为检验 RECO 对 GPS 相关观测值的有效性,从 1 至 800 历元于 PRN 31 号卫星 C/A 码上每 10 个历元模拟 0 ~ 30 米的随机误差。当移动窗口宽度分别为  $n = 4, 5, 6$  时,经典最小二乘估计 LS, RECO 最小二乘抗差估计 RLS, 基于 Bayesian 估计的移动窗口拟合模型(常速度 CVFW、二次曲线 QCFW),  $n$  阶牛顿向前插值模型 NFIW 的精度统计结果如表 1 所

表 1 不同窗口宽度对应模型的外符合精度统计结果

Table 1 The external accuracy statistic results of all models with different window length

误差 模型	LS	RLS	CVFW			QCFW			NFIW		
			$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
北(m)	6.272	2.224	2.388	2.321	2.707	1.551	1.500	1.453	1.480	1.609	1.811
东(m)	0.685	0.230	0.290	0.355	0.395	0.224	0.225	0.234	0.221	0.224	0.238
高(m)	11.828	2.629	2.394	2.552	3.010	1.998	1.961	1.969	1.910	2.054	2.334
位置(m)	13.405	3.451	3.394	3.468	4.067	2.539	2.479	2.458	2.426	2.618	2.964

表 1 统计结果说明:LS 对粗差非常敏感,精度最差;RLS 具有良好的抗差性,精度明显提高,但 LS 和 RLS 结果均受限于 PDOP 因子;CVFW 因状态模型假设过于简单,相对于 RLS 精度并无明显提高,而 NFIW 和 QCFW 则具有更为合理的状态假设,使得位置精度分别提高了 30%,26%。对于机动性变化复杂的车载实验,随着移动窗口宽度的增加,

示。由于篇幅有限,在此仅对  $n = 4$  时的 NEU 偏差作图(图 4)。

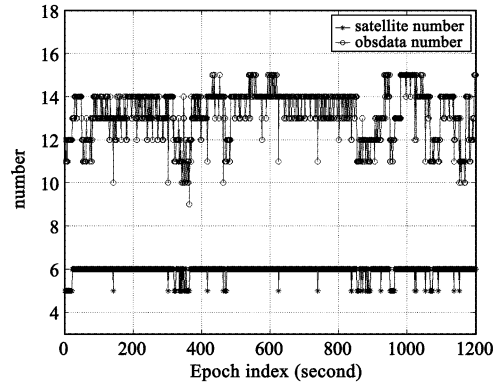


图 2 卫星及观测数目

Fig.2 The number of satellite and observables

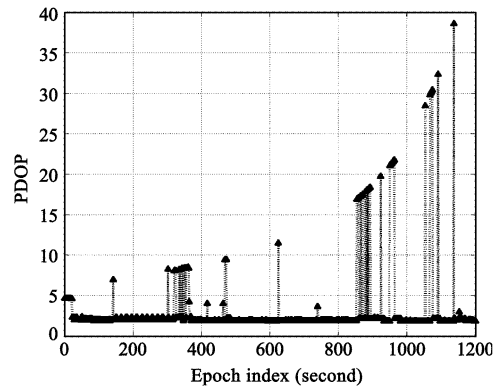


图 3 PDOP 随历元的分布图

Fig.3 Distribution of PDOP

CVFW 的状态模型假设也越发粗糙导致精度逐渐下降;NFIW 因传递误差增大,降低了先验信息权比,定位精度也随之下降;QCFW 精度统计结果则无显著变化,表明了二次曲线基本符合载体运动轨迹在短时间内的变化。图 4 的 NEU 分量的偏差与图 3 中 PDOP 值变化相对应:当 PDOP 值较小时(1 至 800 历元),除 LS 外,几种模型均可获得亚米级结果;然而

当 PDOP 值突增频繁(800 至 1200 历元),LS、RLS 无能为力,误差增大至数十米;CVFW 的状态模型因过于简单亦无法有效抑制状态异常;QCFW 与 NFIW 的运动轨迹假设较为合理,NEU 三分量偏差明显优于 CVFW,NFIW 极大地提高了定位精度及可靠性,显

示出良好的模型特性。通过对以上图表的分析,将基于插值与拟合模型的 Bayesian 递推方法优点归纳两个方面:一方面利用先验信息降低观测冗余小对定位精度的影响;另一方面引入了当前信息的抗差估计有效抑制了粗差。

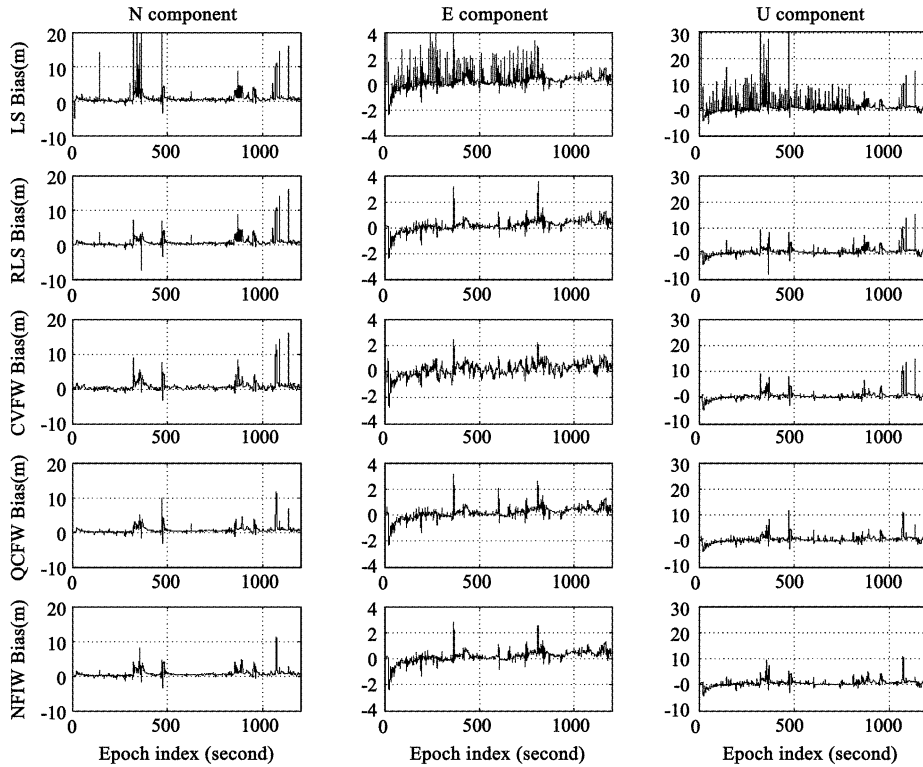


图 4 各模型解在 N, E, U 方向上与 Ashtech solutions 相位解的偏差

Fig.4 Coordinates Biases between all models results and Ashtech solutions in N, E, U components

### 5 结论

本文导出了基于贝叶斯理论的 GPS 导航递推算法,建立了基于移动窗口的牛顿向前插值模型以及常速度、二次曲线的拟合模型,引入了 GPS 相关观测的抗差估计,最后通过对实测 GPS 数据进行分析和研究,可得出以下几点结论:

(1) 经典最小二乘估计 LS 在环境复杂的 GPS 动态定位中无法获得可靠的定位结果;而 RECO 在 GPS 相关观测方程中可有效抵制粗差影响;

(2) 对于无动力学模型的低成本 GPS 导航,合理建立先验信息以实现与当前信息的融合尤为重要;

(3) 随着移动窗口宽度的增加, CVFW, NFIW 精度逐渐下降,而 QCFW 统计结果则不受其影响;

(4) PDOP 较差时, RLS 无能为力, CFW 与 NFIW 因状态假设更为合理,结果明显优于 CVFW;

(5) NFIW 明显改善定位精度及可靠性,且无需实时更新状态转移矩阵,较 QCFW 更优。

### 参考文献:

[ 1 ] Shen Y Z, Li B F. A new approach of regularization based GPS fast ambiguity resolution in rapid GPS positioning[C]. International symposium on GPS/GNSS, 2005.

[ 2 ] Bisnath S B, Beran T, Langley R B. Precise platform positioning with a single GPS receiver[J]. GPS World, 2002: 42 - 49.

[ 3 ] Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. GPS Theory and Practice[M]. Springer-Press, Wien, 2001.

[ 4 ] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 1960, 82: 34 - 35.

[ 5 ] Yang Y, He H, Xu G. A new adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2): 109 - 116.

[ 6 ] Yang Y, Xu T. An adaptive kalman filter based on sage windowing weights and variance components[J]. The Journal of Navigation,

