

基于 Hopfield 神经网络的最优滑模制导律研究

张汝川¹, 顾文锦¹, 于进勇¹, 赵红超²

(1. 海军航空工程学院 3 系, 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 7 系, 烟台 264001)

摘 要: 本文的研究目的在于使制导律既保留最优制导动态性能好、节省能量的优点, 同时又对有界机动目标具有良好的鲁棒性。首先, 在导弹-目标追逃问题的相对运动学关系的基础上, 我们根据制导动态性能好、节省制导能量要求, 构造了线性二次型性能指标, 利用 Hopfield 神经网络在线实时求解该最优制导问题, 克服了实际中的最优制导难于求解的问题; 同时为了在拦截有界机动目标时, 保证视线角速率趋于零, 又将滑模控制理论引入到制导律的设计中, 并利用 Lyapunov 稳定性理论对该新型导引律的稳定性进行了证明。仿真结果表明该导引律能够对有界机动目标具有较强的鲁棒性, 保证了导弹在追逃过程中使视线角速率趋于零, 导弹的指令加速度较小。

关键词: 制导律; 最优控制; Hopfield 神经网络; 滑模控制

中图分类号: V448.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2009)01-0220-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.038

0 引言

近些年来, 为了克服比例导引律攻击机动目标脱靶量大这一缺点, 人们把线性二次型最优控制理论应用到制导律设计中, 产生了最优制导律^[1], 它在理论上可以实现零脱靶量, 但在实际应用中却具有形式复杂、需要信息多、鲁棒性差等缺点。而滑模变结构控制系统由于具有抗干扰和抗参数摄动特性, 对导弹和目标的相对距离、相对速度和目标加速度测量或估计误差具有鲁棒性, 所以受到了研究者的青睐^[2-5]。

文献[5]将目标的机动加速度视为已知的有界扰动, 考虑了导弹自动驾驶仪的动态特性, 基于导弹对目标的零脱靶量综合设计了非线性变结构鲁棒末制导律, 拓展了变结构制导律设计的方法。文献[6]首先在考虑目标不机动情形时, 基于视线角速率选取线性二次型性能指标, 利用 Riccati 方程求解最优控制量, 然后, 又在考虑拦截机动目标时需要保证视线角速率趋于零, 将最优制导与滑模制导结合起来设计了一种对目标机动有良好鲁棒性的制导律, 为后来研究者提供了一个崭新的思路。文献[7]提出了一种最优制导律, 构造了线性二次型性能指标, 并以 Hopfield 神经网络作为有效的并行计算设备对最

优控制问题进行求解, 但没有考虑导弹和目标在追逃过程中的视线角速率因素。

本文首先在考虑目标机动情形时, 实际制导系统需要满足动态性能好、节省能量要求的前提下, 基于脱靶量构造了线性二次型性能指标, 并利用 Hopfield 神经网络在线实时对制导系统设计中约束优化问题进行了求解, 然后将滑模控制理论引入到制导律的设计中, 保证制导系统在追逃过程中使视线角速率趋于零, 使导引律对有界的目标机动具有较强的鲁棒性。

1 导弹目标相对运动几何关系

以航向平面内的运动为例, 建立导弹目标相对运动几何关系如图 1 所示:

图 1 中, v_M, v_T —导弹、目标速度; Ψ_M, Ψ_T —导弹、目标的航向角; q —视线角; η_M, η_T —导弹、目标速度矢量前置角; r —弹目距离。

导弹与目标之间的相对运动方程为

$$\begin{cases} \dot{r} = v_T \cos \eta_T - v_M \cos \eta_M \\ r\dot{q} = v_T \sin \eta_T - v_M \sin \eta_M \\ q = \Psi_T + \eta_T \\ q = \Psi_M + \eta_M \end{cases} \quad (1)$$

式(1)的前两个方程可改写为

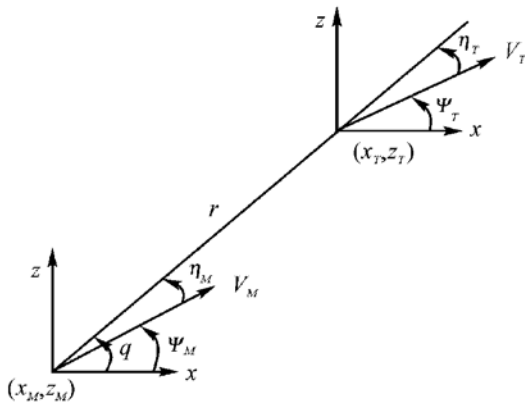


图 1 导弹与目标的运动关系图

Fig.1 Engagement geometry between missile and target

$$\begin{cases} \dot{r} = v_T \cos(\Psi_T - q) - v_M \cos(\Psi_M - q) \\ \dot{r}\dot{q} = v_T \sin(\Psi_T - q) - v_M \sin(\Psi_M - q) \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)的第二式求导,并将第一式代入可得

$$\ddot{r}\dot{q} + 2\dot{r}\ddot{q} = -\dot{v}_M \sin(\Psi_M - q) + \dot{v}_T \sin(\Psi_T - q) + v_T \dot{\Psi}_T \cos(\Psi_T - q) - v_M \dot{\Psi}_M \cos(\Psi_M - q) \quad (3)$$

由于 $-v_T \dot{\Psi}_T = n_T$, $-v_M \dot{\Psi}_M = n_M$, 它们分别表示导弹和目标的过载,所以式(3)可写成

$$\ddot{r}\dot{q} + 2\dot{r}\ddot{q} = -\dot{v}_M \sin(\Psi_M - q) + \dot{v}_T \sin(\Psi_T - q) - n_T \cos(\Psi_T - q) + n_M \cos(\Psi_M - q) \quad (4)$$

令 $V_r = \dot{r}$, $V_q = \dot{r}\dot{q}$, 把它们代入式(2)后对式(2)相对于时间求一阶导数,得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_r = & \dot{q}[V_T \sin(q - \Psi_T) - V_M \sin(q - \Psi_M)] + \\ & [V_T \cos(q - \Psi_T) + V_T \dot{\Psi}_T \cos(q - \Psi_T) - \\ & [V_M \cos(q - \Psi_M) + V_M \dot{\Psi}_M \cos(q - \Psi_M)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_q = & \dot{q}[V_T \cos(q - \Psi_T) - V_M \cos(q - \Psi_M)] + \\ & [V_T \sin(q - \Psi_T) - V_T \dot{\Psi}_T \cos(q - \Psi_T) - \\ & [V_M \sin(q - \Psi_M) + V_M \dot{\Psi}_M \cos(q - \Psi_M)] \end{aligned} \quad (6)$$

令

$$A_{Tq} = \dot{V}_T \cos(q - \Psi_T) - n_T \sin(q - \Psi_T) \quad (7)$$

$$A_{Mq} = \dot{V}_M \cos(q - \Psi_M) - n_M \sin(q - \Psi_M) \quad (8)$$

$$A_{Tn} = \dot{V}_T \sin(q - \Psi_T) + n_T \cos(q - \Psi_T) \quad (9)$$

$$A_{Mn} = \dot{V}_M \sin(q - \Psi_M) + n_M \cos(q - \Psi_M) \quad (10)$$

把式(7~10)代入式(5)和式(6)得到

$$\dot{V}_r = \frac{V_q^2}{r} + A_{Tq} - A_{Mq} \quad (11)$$

$$\dot{V}_q = \frac{V_r V_q}{r} + A_{Tn} - A_{Mn} \quad (12)$$

式中, A_{Tq} 和 A_{Mq} 分别是目标加速度和导弹加速度在

视线方向上的分量; A_{Tn} 和 A_{Mn} 分别是目标加速度和导弹加速度在视线法向上的分量。

把 $V_r = \dot{r}$, $V_q = \dot{r}\dot{q}$ 代入式(12),得到

$$\ddot{q} = \frac{2\dot{r}}{r}\dot{q} + \frac{1}{r}A_{Tn} - \frac{1}{r}A_{Mn} \quad (13)$$

2 基于脱靶量和节省能量的最优制导设计

选取如下线性二次型性能指标

$$J = r_{t_f}^T r_{t_f} + \gamma \int_{t_0}^{t_f} u^T u dt \quad (14)$$

式中,末端时间 $t_f = \frac{r}{|\dot{r}|}$, r_{t_f} 为 t_f 时刻导弹和目标之间的距离,并且

$$\begin{aligned} r_{t_f} = & r_{t_0} + V_{t_0} (t_f - t_0) - \\ & \int_{t_0}^{t_f} \int_{t_0}^t [u(\tau) - A_T(\tau)] d\tau dt_0 \end{aligned}$$

为了实现理想的最优制导,这里将该优化问题目标函数的极小点视为 Hopfield 神经网络的收敛稳态。Hopfield 神经网络的结构如图 2 所示。

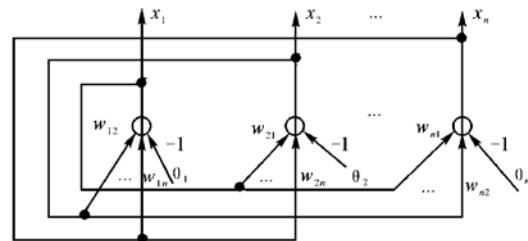


图 2 Hopfield 网络的结构图

Fig.2 The structure of Hopfield neural network

由图可以看出,它是一个单层网络,共有 n 个神经元节点,每个节点输出均连接到其他神经元的输入,同时所有其他神经元的输出均连接到该神经元的输入。 $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为阈值。

其中,第 j 个神经元在给定的时间 t 利用离散时间微分方程有一个运算的网络输入值 u_j^t 和输出激活值 x_j^t 。

$$\begin{cases} u_i^{t+\Delta t} = \sum_{j=1}^n W_{ij} x_j^t + V_i \\ x_i^{t+\Delta t} = f(u_i^{t+\Delta t}) \end{cases} \quad (15)$$

式中, W_{ij} 是从神经元 j 到神经元 i 的连接权, V_i 是神经元的一个外部输入, f 是一个非线性激活函数(通常单增和有界)。本质上,每个神经元对来自其

他神经元的输入进行加权求和计算出它的新内部激活值 u_i , 然后应用一个激活函数作用于该值, 并且沿着网络连接将该值传播给其他的神经元。

我们采用 Hopfield 神经网络求解该最优制导问题。下面我们定义^[7]

$$\begin{cases} \Delta t = (t_f - t_0) / N \\ u_\alpha = u(t_0 + \alpha \Delta t), \quad \alpha = 0, 1, \dots, N \\ a_\alpha = A_T(t_0 + \alpha \Delta t), \quad \alpha = 0, 1, \dots, N \end{cases} \quad (16)$$

式中, N 是一个远大于零的正整数。这样, 可得

$$\begin{aligned} r_{i_j}^T r_{i_j} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i,j=1}^N \sum_{\alpha=1}^i \sum_{\beta=1}^j (u_\alpha - a_\alpha)^T \cdot \\ & (u_\beta - a_\beta) (\Delta t)^4 + r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t - \\ & \lim_{N \rightarrow \infty} (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t)^T \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^i (u_\alpha - a_\alpha) (\Delta t)^2 - \\ & \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^i (u_\alpha - a_\alpha)^T (\Delta t)^2 (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t) + \\ & (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t)^T (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t) \end{aligned} \quad (17)$$

类似的, 我们可以将性能指标 (14) 式中的积分项写为

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_f} u^T u dt &= \lim_{N \rightarrow \infty} \gamma \sum_{\beta=1}^N u_\beta^T u_\beta \Delta t \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \gamma \Delta t \sum_{\alpha, \beta=1}^N u_\alpha^T I_{\alpha\beta} u_\beta \end{aligned} \quad (18)$$

式中,

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta} &= \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha \neq \beta \\ I_{2 \times 2} & \text{if } \alpha \leq i, \beta \leq j \end{cases} \\ I_{2 \times 2} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

再定义

$$T_{\alpha\beta}^j = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha > i \quad \vee \quad \beta > j \\ I_{2 \times 2} & \text{if } \alpha \leq i \quad \vee \quad \beta \leq j \end{cases} \quad (20)$$

由此, 性能指标 J 可转变为

$$\begin{aligned} J_N &= (\gamma \Delta t) \sum_{\alpha, \beta=1}^N u_\alpha^T I_{\alpha\beta} u_\beta + \\ & (\Delta t)^4 \sum_{i,j,\alpha,\beta=1}^N [u_\alpha^T T_{\alpha\beta}^j u_\beta - a_\alpha^T T_{\alpha\beta}^j u_\beta - u_\alpha^T T_{\alpha\beta}^j a_\beta] - \\ & (\Delta t)^2 (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t)^T \sum_{i,\alpha=1}^N T_{\alpha i}^i u_\alpha - \\ & (\Delta t)^2 \sum_{i,\alpha=1}^N u_\alpha^T T_{\alpha i}^i (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t) \end{aligned} \quad (21)$$

为了简化, 定义

$$W_{\alpha\beta} = -2 \gamma (\Delta t) I_{\alpha\beta} - 2 (\Delta t)^4 \sum_{i,j=1}^N u_\alpha^T T_{\alpha\beta}^j \quad (22)$$

和

$$\begin{aligned} V_\alpha &= (\Delta t)^4 \sum_{i,j,\beta=1}^N [a_\beta^T T_{\alpha\beta}^j + T_{\alpha\beta}^j a_\beta] + \\ & (\Delta t)^2 (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t)^T \sum_{i=1}^N T_{\alpha i}^i + \\ & (\Delta t)^2 \sum_{i=1}^N T_{\alpha i}^i (r_{i_0} + V_{i_0} N \Delta t) \end{aligned} \quad (23)$$

这样, 性能指标

$$J_N = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N u_\alpha^T W_{\alpha\beta} u_\beta - \sum_{\alpha=1}^N V_\alpha u_\alpha \quad (24)$$

显然, 性能指标 J_N 被表示成了 Hopfield 形式, 与以往的最优控制的求解过程不同的是 Hopfield 神经网络在 u^* 的求解过程中目标机动规律可以未知。该最优制导问题就是确定对于每个 α 的最优制导 u_α^* 以使 J_N 最小化。由此, 根据文献 [7] 的 Hopfield 神经网络收敛性定理给出如下定理。

定理 2.1 对一个由 n 个具有激活动态的人工神经元组成的充分连接的循环 Hopfield 神经网络

$$u_i^{t+\Delta t} = \sum_{j=1}^n W_{ij} f(u_j^t) + V_i \quad (25)$$

式中 f 是一个有界的、连续的、可微的实值函数, 如果对于所有的 i, j

$$\|f_{\max}'\| \|W_{ij}\| < C^* < \frac{1}{n} \quad (26)$$

则对任何初始条件, 该网络是稳定的并且收敛于神经元激活值 u^* 以使 J_N 最小化。

证明:

令 Φ 映射 $R^n \rightarrow R^n$, 使得

$$\begin{cases} \Phi(u) = \{y_i\}_{i=1}^n \\ y_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} f(u_j) + V_i \end{cases} \quad (27)$$

则式 (25) 可写为 $u_i^{t+\Delta t} = \Phi(u^t)$ 。积空间 R^n 可用测度拓扑关系表示为

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|, \quad x, y \in R^n \quad (28)$$

在 R^n 上的任意 x, z 有

$$\begin{aligned} d(\Phi(x), \Phi(z)) &= \\ & \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n W_{ij} f(x_j) + V_i - \sum_{j=1}^n W_{ij} f(z_j) - V_i \right| \\ & \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|f_{\max}'\| \|W_{ij}\| |x_j - z_j| \end{aligned} \quad (29)$$

如果(26)式的条件满足,则

$$d(\Phi(x), \Phi(y)) \leq \left(\sum_{i=1}^n C^* \right) \sum_{j=1}^n |x_j - y_j| \leq Cd(x, y) \quad (30)$$

式中, $C = \sum_{i=1}^n C^* < 1$ 。

根据收缩映射定理,可知网络映射 Φ 有一个唯一的不动点 x^* , 使得 $u^* = \Phi(x^*)$, 可知该网络是稳定的, 并且收敛于神经元激活值 u^* 。从而使得所定义的性能指标 J_N (由性能指标 J 转化得到) 最小化(最优)为

$$-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_i^* W_{ij} u_j^* - \sum_{i=1}^n V_i u_i^*$$

3 最优滑模制导律设计

在拦截有界机动目标时, 为了保证视线角速率趋于零, 采用最优滑模制导律为

$$u = u^* + \mu \text{sgn}(S)$$

为了保证该新型导引律的稳定性, 给出定理 3.1。

定理 3.1

假设 $|A_{Tn}| \leq c$, 其中 c 为已知正数, 当常数 $\mu > |u^* - c|$ 时, 则存在制导律 $u = u^* + \mu \text{sgn}(S)$ 使得 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{q}(t) \rightarrow 0$ 。

证明: 基于准平行接近原理, 选取开关函数

$$S = \dot{q}(t) \quad (31)$$

对(31)式求关于时间 t 的一阶导数为

$$\dot{S} = \ddot{q}(t) = \frac{2\dot{r}(t)}{r(t)} S - \frac{1}{r(t)} u^* + \frac{1}{r(t)} A_{Tn} \quad (32)$$

令

$$\dot{S} = K(t) S + M - E(t) \text{sgn}(S) \quad (33)$$

式中, $K(t) = \frac{2\dot{r}(t)}{r(t)} < 0$, $M = \frac{1}{r(t)} A_{Tn} - \frac{1}{r(t)} u^* < 0$, $E(t) = \frac{\mu}{r(t)}$, μ 为大于零的小数。

把式(31)和式(13)以及 u^* 代入到式(33)得到最优滑模制导律为

$$u = u^* + \mu \text{sgn}(S) \quad (34)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (35)$$

将 V 相对于时间求一阶导数并考虑式(13)得

$$\dot{V} = S[K(t) S + M - E(t) \text{sgn}(S)] \quad (36)$$

再整理得

$$\dot{V} = K(t) S^2 + \frac{A_{Tn} - u^* - \mu \text{sgn}(S)}{r(t)} S \quad (37)$$

因为 $r(t) < 0$, $r(t) > 0$, 所以式(37)中的第一项为负。由于 $|A_{Tn}| \leq c$, 如果 $\mu > |u^* - c|$, 那么式(37)中的第二项也为负。这样 $\dot{V} < 0$ 成立。由此可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V(t) \rightarrow 0$, 即实现了 $\dot{q}(t) \rightarrow 0$ 。从而使该制导律对有界目标机动具有良好的鲁棒性。

4 仿真结果

采用某个反舰导弹弹体参数进行仿真验证。在仿真中, 考虑到在工程应用中, 为了避免由符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 的不连续性所带来的颤振, 我们使用函数 $S/(|S| + \delta)$ 来替代它, 其中 δ 是个小实数, 选取 $\delta = 0.05$; 步长取为 $0.001s$, 考虑到收敛速度和计算方面的原因, 神经网络函数的分布密度 SPREAD 的最佳值设定为 0.1 , 导弹速度 $v_M = 300m/s$, 目标速度变化规律 $v_T = 50 + 5\sin t$ (m/s); 导弹初始相对航向角 $\Psi_M(0) = 0^\circ$, 目标航向角变化规律 $\Psi_T = 60 + 50\sin 3t$; $c = 10$, 目标初始坐标 $(x_T, z_T) = (1000, 500)$, 单位均为 m ; 过载指令的饱和限幅值为 $10g$ 。为使仿真更加贴近于实际情况, 在对导弹过载的测量中引入了均方差为 0.1 的白噪声。仿真结果如图 3~图 5 所示。

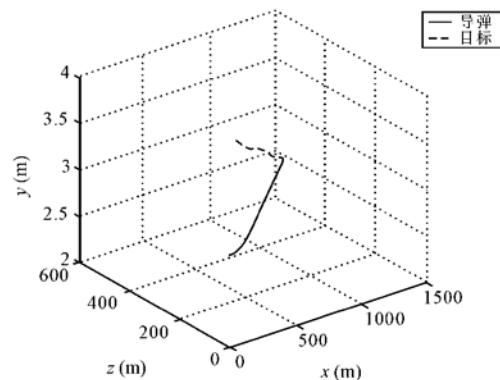


图 3 导弹和目标的运动轨迹图

Fig.3 The moving trajectory of missile and target

可以看出, 导弹的拦截轨迹比较平直, 法向过载比较小 ($0.5s$ 后不超过 $2g$), 导弹能够准确命中目标, 脱靶量仅 $0.17m$ 。

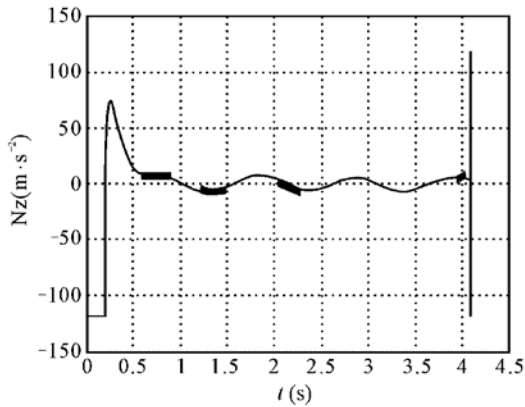


图 4 导弹的加速度变化图

Fig. 4 The acceleration of missile

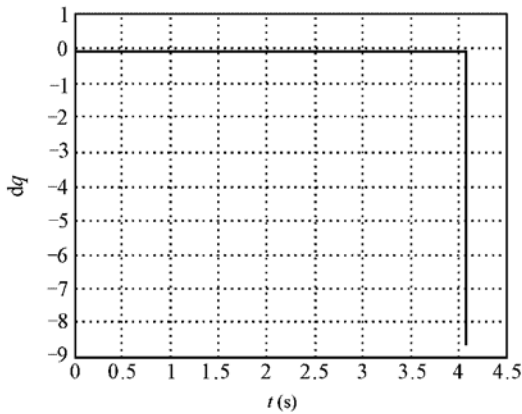


图 5 导弹的视线角速率变化图

Fig. 5 The line of sight rate of missile

5 结论

(1) 针对机动目标的基于 Hopfield 神经网络的最优滑模制导律采用了基于导弹末端时刻脱靶量的线性二次型性能指标,保证了制导精度,节省了能量。

(2) 在考虑目标机动情形时,运用工程中易于实现的 Hopfield 神经网络对制导系统中的最优制导问题进行了实时在线求解,达到了最优制导的效果。

(3) 引入滑模控制理论到制导律的设计中,保证了制导系统在追逃过程中使视线角速率趋于零,实现了导弹平行接近机动目标的目的。该导弹制导律易于实现,便于在工程中应用。

参考文献:

- [1] 贝茨 C.J. 攻击机动目标的最优制导规律[M]. 北京:宇航出版社,1989. [Bates C.J. Optimal Guidance Law for Interception of Maneuvering Targets[M]. Beijing: Astronautics Press, 1989.]
- [2] Babu K R, Sama I G, Swamy K N. Two Variable-Structure Homing Guidance Schemes with and without Target Maneuver Estimation[R]. AIAA 91-3566, 1999; 187-195.
- [3] 周荻,胡恒章,胡国辉.一种自适应变结构制导律[J].宇航学报,1996,17(4):9-12. [ZHOU Di, HU Heng-zhang, HU Guo-hui. A adaptive variable structure guidance law[J]. Journal of Astronautics, 1996, 17(4): 9-12.]
- [4] 于进勇,唐大全,顾文锦.基于变结构控制理论的航向平面导引规律设计[J].飞行力学,2005,23(1):50-53. [YU Jin-yong, TANG Da-quan, GU Wen-jin. Design for yaw plane guidance law based on sliding mode control[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(1): 50-53.]
- [5] 郭建国,周凤岐,周军.基于零脱靶量的变结构末制导律[J].宇航学报,2005,26(2):152-155. [GUO Jian-guo, ZHOU Feng-qi, ZHOU Jun. Variable structure terminal guidance law based on zero miss-distance[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(2): 152-155.]
- [6] Zhou Di, Mu chundi, Ling Qiang, et al. Study of optimal sliding-mode guidance law[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 1999, 12(4): 236-241.
- [7] James E, Steck, Balakrishnan S N. Use of hopfield neural networks in optimal guidance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, January 1994, 30(1): 287-293.

作者简介:张汝川(1976-),男,博士生,导航制导与控制专业,主要研究方向为飞行器制导、非线性滤波、非线性控制。

通信地址:山东省烟台市海军航空工程学院飞行器控制系统研究所(264001)

电话:13573529491

E-mail: fxqjcs@sina.com.cn

(下转第 270 页)