

色散型光谱仪采样调制传递函数及对高斯型光谱谱线的影响

赵烈烽, 徐之海*, 冯华君, 李奇

浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027

摘要 光电探测器参数的选择对色散型光谱仪性能具有重要影响,有必要对光谱仪中光电探测器的离散采样过程进行深入探讨。文章从频率域的角度出发,建立了采样模型,探讨了输入余弦信号的空间频率、光电探测器采样的像元宽度及像元的初始相对对采样结果的影响。引入取整函数,给出了统一的采样调制传递函数表达式,提出并计算了平均采样调制传递函数,消去了初始相位的影响,便于实际应用。对于色散型光谱仪光学系统产生的典型高斯型光谱谱线,将高光谱线的傅里叶变换与平均采样调制传递函数相乘,得出了光谱仪整系统的调制传递函数表达式。在频率域分析了采样过程的平均混叠误差与空间频率的关系,研究了平均混叠误差极大值与高斯光谱谱线宽度的关系,并给出了要精确恢复谱线所需谱线宽度的阈值。该阈值对于光谱仪系统的光学参数选择有重要的参考意义。

关键词 色散光谱仪; 光电探测器; 调制传递函数; 高斯光谱

中图分类号: O433 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3964/j.issn.1000-0593(2009)06-1717-04

引言

随着半导体工艺的发展,离散型光电探测器(特别是CCD)技术的发展给光谱分析领域带来了革命性的进展^[1]。由光电探测器阵列组成的色散型光谱仪得到了长足的发展,它与传统机械扫描式光电光谱仪相比的优点在于凝视成像,其并行处理能力大大提高了处理速度;同时由于去除了扫描机构,系统的体积得以减小,成本得以降低,因此被大量应用于中小型光谱仪中。光电探测器阵列对连续光谱信号的离散采样会引入一些误差,对光谱峰值的精确恢复有不利的影响,因此有必要对采样过程进行深入分析。

胡松等对光谱仪中光电阵列探测器采样,插值恢复过程从时域进行了探讨,对高斯型谱线进行了分辨极限和峰值影响的分析,并从频域进行了验证^[2];陈刚等建立了采样模型,分析了采样像素宽度对各种谱线的影响,并提出在恢复过程中应该引入反卷积以消除上述采样像素的影响^[3];杨怀栋等建立了采样和重建的模型,仔细分析了采样周期和采样宽度对高斯型谱线波长精度和光度精度的影响^[4]。以上作者多从空域对峰值和分辨极限进行了分析,探讨了极限频率处的谱线恢复问题。本文从频率域出发,对采样过程进行了仔细分析,引入了采样调制传递函数。调制传递函数(MTF)

是表征光学系统性能的重要指标,它也可以用于表征光电采样过程的采样性能。其在采样系统中的适用性已由Wittenstein^[5]、Park^[6]等将等晕条件在频率域、空间域进行扩展而在理论上得以证明。20世纪90年代以来,提出了用干涉条纹、激光散斑、随机透明标靶等方法对光电探测器进行MTF测试,这些测试方法及其测试结果无疑从实验的角度证明了采样系统中MTF的适用性^[7-12]。

文中第一部分建立了色散型光谱仪中光电探测器阵列的采样模型,并提出了平均采样调制传递函数AMTF_s;第二部分分析了常见的高斯型光谱谱线,讨论了采样引起的平均混叠误差,并给出了要精确恢复谱线所需谱线宽度的阈值。

1 色散型光谱仪采样模型

一个典型的光电光谱分析系统原理如图1所示,它由光源、准直镜、色散元件、聚焦镜及光电探测器阵列组成。光源发出的复合光经狭缝后,通过准直镜成为平行光入射到闪耀光栅上。由于光栅的作用,进入系统的单束复合光被分解为分离的单色光。这些单色光分别被聚焦镜成像到像面上,成为不同位置的谱线。位于焦面的光电探测器阵列接收这些光谱信号,对其采样,转化为电信号,然后放大输出,供观察和分析。

收稿日期: 2008-02-06, 修订日期: 2008-05-08

基金项目: 国家“863”计划项目(2007AA12Z150)和国家重点基础研究发展计划(973)项目(2009CB724006)资助

作者简介: 赵烈烽, 1980年生, 浙江大学光电系博士研究生 e-mail: liefzhao@gmail.com

* 通讯联系人 e-mail: xuzh@zju.edu.cn

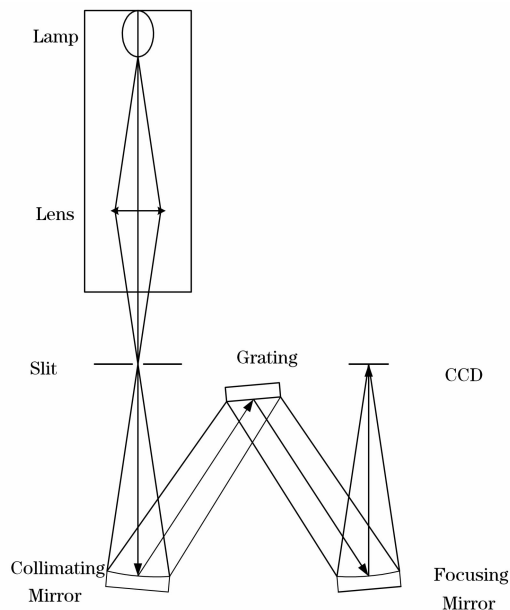


Fig. 1 Schematic structure of a spectrometer

提取色散方向的光电采样过程,如图 2 所示。横坐标为波长 λ , 纵坐标为谱线强度 I , 采样信号的相移 φ 是指余弦信号峰值附近两相邻采样点与峰值间距离的最小值。考虑余弦信号的周期性,可得 φ 的取值范围为 $[-1/2, 1/2)$, 在图 2 所示的情况下, φ 取正值; β 为像元宽度,即矩形采样信号的宽度; δ 为像元间隔,即采样间距。

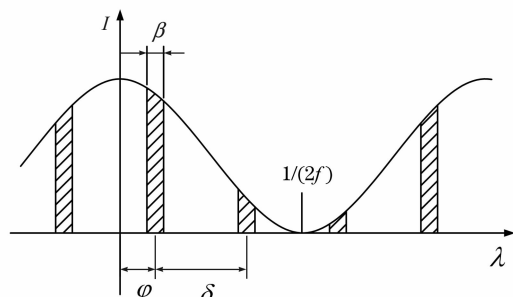


Fig. 2 Sampling Process in the dimension of dispersion

设输入信号为 $I = \cos(2\pi f\lambda) + 1$, 则其振幅为 1, 空间频率为 f . 采样频率为 $f_s = 1/\delta$, 假设采样间隔为单位间距 $\delta = 1$, 则采样频率为 $f_s = 1$, 系统的 Nyquist 频率为 $f_N = 0.5$.

定义 S_{\max} 和 S_{\min} 为采样信号的最大和最小值, 则采样过程的 MTF_S 定义为

$$MTF_S = \frac{(S_{\max} - S_{\min})}{2} \quad (1)$$

式(1)中 MTF_S 的定义与 Feltz 等的定义不同^[13,14], 他们论文中的公式为

$$MTF_{\text{Feltz}} = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\max} + S_{\min}} \quad (2)$$

式(2)的采样调制传递函数定义已经被证明是不恰当的, 因为它依赖于采样结果中的直流分量^[15]. 这会导致在某些采样频率和相移情况下, 采样结果中的 $S_{\min} = 0$, 因此当 S_{\max}

< 1 时, 仍然可以得到 $MTF_S = 1$ 这样的错误结果。因此本文将利用(1)式推导出采样调制传递函数的具体表达式。

对于信号的采样值, 其大小与采样点所处相位有关。若令 φ_H, φ_L 分别为采样信号取到最大和最小值的相位, 根据图 2 所示, 通过积分计算可以得到 S_{\max} 和 S_{\min} 的表达式, 将其代入(1)式可以得到采样调制传递函数 MTF_S

$$MTF_S = \text{sinc}(f\beta) [\cos(2\pi f\varphi_H) - \cos(2\pi f\varphi_L)] / 2 \quad (3)$$

式中, sinc 函数的定义为 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$, 且 φ_H 的值就是 $\varphi_H = \varphi$, 而 φ_L 的值与初始相位和信号频率有关。令 n 为一个半周期 $1/(2f)$ 内的采样点数, 因为余弦波的半波长一般情况下并不是采样周期的整数倍, 则引入取整函数

$$n = \text{int}(1/2f) \quad (4)$$

用参数 $\bar{\varphi}$ 表示相位余项, 定义为 $\bar{\varphi} = 1/(2f) - n$, 其取值范围为 $[0, 1)$. 当 φ_L 取临界状态 $\varphi_L^* = 1/(2f) \pm 1/2$ 时, 即 $\bar{\varphi} - \varphi = 1/2$ 时, I_{\min} 恰好落在两个采样信号最小值的中间, 此时 S_{\min} 可以取 I_{\min} 左右的任何一个采样点的值。 φ_L 在此情况下既可以取 $\varphi + n$, 也可以取 $\varphi + n + 1$, 令变量 k 为

$$k = \begin{cases} n & \bar{\varphi} - \varphi \leq 1/2 \\ n + 1 & \bar{\varphi} - \varphi > 1/2 \end{cases} \quad (5)$$

则可以得到 φ_L 的表达式 $\varphi_L = \varphi + k$. 将 φ_H 和 φ_L 的表达式代入式(3), 可以得到 MTF_S 的表达式(3), 它与空间频率 f , 相移 φ 和像元宽度 β 有关。

$MTF_S = \text{sinc}(f\beta) \{ \cos(2\pi f\varphi) - \cos[2\pi f(\varphi + k)] \} / 2$ (6) 式中 k 的取值由式(5)决定。对于第一项 $\text{sinc}(f\beta)$, 它与信号的空间频率 f 及采样宽度 β 有关, 与相位无关。在理想采样情况, 即采样宽度 $\beta = 0$, 对 MTF_S 不产生退化影响。

对于式(6)中的余弦项 $\{ \cos(2\pi f\varphi) - \cos[2\pi f(\varphi + k)] \} / 2$, 用符号 G 表示, 它与信号频率 f , 初始相位 φ 及 k 的取值都有关。注意到当 $k = 1/(2f)$ 时, 余弦项可以化简为 $\cos(2\pi f\varphi)$. 此时, 相位余项 $\bar{\varphi} = 0$, 即半波长恰为采样周期的整数倍。此时若选定初始相位 $\varphi = 0$, 则余弦项恒等于 1, 它对 MTF_S 无影响; 若选择初始相位为 $-1/2$, 则余弦项变成 $\cos(\pi f)$, 此时它对 MTF_S 具有最大的退化影响。

上述采样调制传递函数的表达式虽然精确, 但是比较复杂, 且无法给出统一的图形, 因此提出了平均采样调制传递函数 $AMTF_S$, 它是各种相位情况的综合。其具体表达式可将 MTF_S 对 φ 在 $[-1/2, 1/2)$ 区间积分得到

$$AMTF_S = \text{sinc}(f\beta) \text{sinc}(f) \quad (7)$$

图 3 描述了 β 取不同值时的 $AMTF_S$ 曲线, 由图可见频率 f 对 $AMTF_S$ 退化的影响大于 β 的影响。

2 在高斯型谱线中的应用

对于色散型光谱仪输出的单条光谱线, 其空间轮廓多为高斯型:

$$I(\lambda) = \exp[-(\lambda/\sigma)^2] \quad (8)$$

其中 λ 为空间坐标, σ 表征了高斯响应的宽度。对式(8)进行傅里叶变换, 可以得到其频率域的表达式:

$$\hat{I}(f) = \sqrt{\pi}\sigma \exp(-\pi\sigma^2 f^2) \quad (9)$$

将式(9)归一化就得到光电探测器成像系统的调制传递

函数 MTF_I ；再根据成像和采样过程调制传递函数叠加原理，利用式(7)中的平均采样调制传递函数，可以得到色散型光谱仪系统的调制传递函数 MTF_{SYS} ：

$$MTF_{SYS} = MTF_I \cdot AMTF_S = \exp[-\pi^2(\sigma f)^2] \text{sinc}(\pi f \beta) \text{sinc}(\pi f) \quad (10)$$

光电探测器采样引起的平均混叠误差 $AErr_S$ 可以用式(11)来表示

$$AErr_S = MTF_I(1 - AMTF_S) = \exp[-\pi^2(\sigma f)^2][1 - \text{sinc}(\pi f \beta) \text{sinc}(\pi f)] \quad (11)$$

图 4 描述了采样像元取典型值 $\beta=0.5$ 时，不同 σ 值情况下平均混叠误差 $AErr_S$ 的变化。

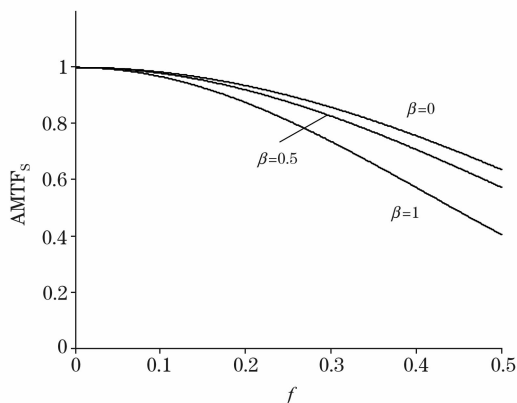


Fig. 3 $AMTF_S$ as a function of frequency f at three value of β

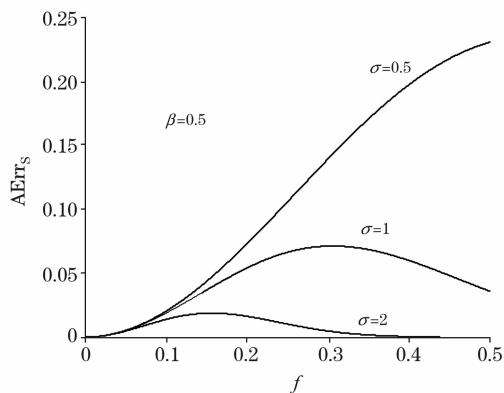


Fig. 4 Average aliasing error as a function of f at $\beta=0.5$

为了求得平均混叠误差 $AErr_S$ 取得峰值情况下的频率表达式，将式(11)对频率 f 求导数，并用级数展开，忽略级数大于 $(\pi f)^4/120$ 的项，同时由于 $\beta < 1$ ，忽略 $\beta^2/3$ 项，最后可解得此时的频率 f 为

$$f_p \approx 1/(\pi\sigma) \quad (12)$$

上述表达式与 β 无关，仅与高斯光谱谱线的宽度 σ 有关。平均混叠误差 $AErr_S$ 取得峰值时的频率 f_p 与 σ 呈反比关

系，而由图 4 可知，频率越低， $AErr_S$ 的峰值也越低。可认为在 σ 足够大时，由采样引起的混叠误差可忽略不计，即采样并没有引起系统调制传递函数的退化。在假设采样频率 $f_s=1$ 的情况下，当高斯脉冲响应足够宽时，即高斯脉冲宽度覆盖足够多采样点时，采样系统对色散型光谱仪整体 MTF_{SYS} 的退化影响可以忽略，此时 MTF_{SYS} 主要由成像系统的 MTF_I 决定。但是当 σ 不够大时，采样系统对色散型光谱仪 MTF_{SYS} 的退化影响巨大。

因此可以设置一个 σ 的阈值来判断色散型光谱仪系统中采样引起的系统调制传递函数的退化可否忽略。将式(12)代入式(11)可得平均混叠误差峰值的表达式

$$PAErr_S = \exp(-1) \left[1 - \text{sinc}\left(\frac{\beta}{\sigma}\right) \text{sinc}\left(\frac{1}{\sigma}\right) \right] \quad (13)$$

图 5 描述了在采样系统像元取典型值 $\beta=0.5$ 时，不同 σ 值时平均混叠误差峰值 $PAErr_S$ 的变化情况。

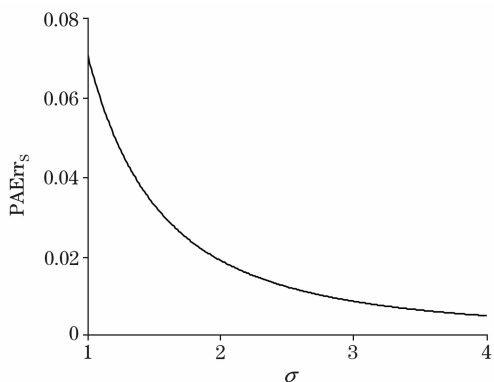


Fig. 5 Average aliasing error peak as a function of σ at $\beta=0.5$

由图 5 可见，当 $\sigma \geq 2$ 时， $AErr_S$ 的峰值 $PAErr_S < 2\%$ ，可以认为采样对光谱仪整体系统的调制传递函数退化影响很小，系统性能主要受到成像系统限制，这是设计者在一般情况下所期望的；反之，当 $\sigma < 2$ 时， $AErr_S$ 峰值 $PAErr_S > 2\%$ ，采样引起的系统性能退化不可忽略，造成恢复的谱线的峰值与实际值偏离较大，对精度造成较大影响。因此可以设置高斯谱线宽度的阈值为 $\sigma_c=2$ 。在实际系统设计中应选择合理的光学系统孔径、焦距等参数，保证上述高斯谱线宽度。

3 总 结

文中建立了采样模型，提出了平均采样调制传递函数的概念并给出了相应的表达式。对于色散型光谱仪的高斯型光谱谱线，给出了光谱仪系统的调制传递函数表达式，分析了采样过程的平均混叠误差与空间频率的关系，并研究了平均混叠误差峰值与高斯光谱谱线宽度的关系，给出了用于指导光谱仪设计的谱线宽度阈值。

参 考 文 献

- [1] ZHANG Zhan-xia, LIU Hong-tao, HE Jia-yao (张展霞, 刘洪涛, 何家耀). Spectroscopy and Spectral Analysis (光谱学与光谱分析), 2000, 20(2): 160.
- [2] HU Song, CHEN Wei-min, WEN Zhi-yu, et al(胡 松, 陈伟民, 温志渝, 等). Acta Optica Sinica(光学学报), 2002, 22(2): 190.
- [3] CHEN Gang, WEN Zhi-yu, WU Ying, et al(陈 刚, 温志渝, 吴 英, 等). Acta Photonica Sinica(光子学报), 2002, 31(3): 297.
- [4] YANG Huai-dong, XU Li, CHEN Ke-xin, et al(杨怀栋, 徐 立, 陈科新, 等). Spectroscopy and Spectral Analysis(光谱学与光谱分析), 2005, 25(9): 1520.
- [5] Wittenstein W, Fontanella J C, Newbery A R, et al. Journal of Modern Optics, 1982, 29(1): 41.
- [6] Park S K, Schowengerdt R, Kaczynski M A. Applied Optics, 1984, 23(15): 2572.
- [7] Barnard K J, Boreman G D, Plogstedt A E, et al. Applied Optics, 1992, 31(1): 144.
- [8] Marchywka M, Socker D G. Applied Optics, 1992, 31(34): 7198.
- [9] Greivenkamp J E, Lowman A E. Applied Optics, 1994, 33(22): 5029.
- [10] Hu J, Song M, Sun Y, et al. Optical Engineering, 1999, 38(7): 1200.
- [11] Backman S M, Makynen A J. Optics Express, 2004, 12(12): 2610.
- [12] Pozo A M, Ferrero A, Rubino M, et al. Optics Express, 2006, 14(13): 5928.
- [13] Feltz J C, Karim M A. Applied Optics, 1990, 29(5): 717.
- [14] Feltz J C. Optical Engineering, 1990, 29(8): 893.
- [15] Friedenber A. Optical Engineering, 1996, 35(7): 2105.

The Analysis of the Sampling Modulation Transfer Function and the Influence on the Gaussian Spectra

ZHAO Lie-feng, XU Zhi-hai*, FENG Hua-jun, LI Qi

State Key Lab of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China

Abstract As the parameters of the photoelectric detector have important effects on the performance of the dispersive spectrometers, it is necessary to detail the discrete sampling process of the photoelectric detector array. In the present paper, the sampling model was setup, and the effects on the sampling results caused by the spatial frequency of the cosine signal, the width of the sampling pixel, and the initial phase of the sampling pixel position to the crest of the input cosine signal were discussed thoroughly in the frequency domain. By introducing the integral function, a general expression of the sampling modulation transfer function was given, and the concept and expression of the average sampling modulation transfer function was proposed. Since that expression eliminates the effect of initial phase, it is much more convenient to the practical applications. For the typical Gaussian spectrum produced by the dispersive spectrometer, the Fourier transform result of that spectrum was multiplied by the average sampling modulation transfer function to produce a functional expression of the modulation transfer function of the whole system. The average aliasing error of the sampling process was expressed as a function of spatial frequencies; the relationship between the peak value of the average aliasing error and the width of the Gaussian spectrum was discussed; and the critical value of the spectrum width to restore this spectrum precisely was proposed. That critical value is significant for providing guidance to the design and fabrication of dispersive spectrometers.

Keywords Dispersive spectrometer; Photoelectric detector array; Modulation transfer function; Gaussian spectrum

(Received Feb. 6, 2008; accepted May 8, 2008)

* Corresponding author