

# 任意两态叠加多模叠加态光场的等幂次 H 压缩

白少民<sup>1</sup>, 许定国<sup>2</sup>, 刘生春<sup>1</sup>, 李增生<sup>3</sup>

(1. 延安大学 物理与电子信息学院, 陕西 延安 716000; 2. 西安电子科技大学 技术物理学院, 陕西 西安 710071; 3. 陕西榆林高等专科学校 物理学系, 陕西 榆林 719000)

**摘要:** 利用多模压缩态理论, 研究了任意两态叠加多模叠加态光场  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的广义非线性等幂次  $N$  次幂 H 压缩特性。结果表明, 在不同的条件下, 态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  分别处于等幂次  $N$ -H 最小测不准态、呈现“半相干态”效应, 第一正交相位分量或第二正交相位分量可分别呈现出等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应。并且说明了多模偶相干态光场、多模奇相干态光场、多模复共轭偶相干态光场、多模复共轭奇相干态光场等  $N$  次幂 H 压缩都是笔者研究的任意两态叠加多模叠加态光场的等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应的特殊情况。

**关键词:** 任意两态叠加; 多模叠加态; 等幂次  $N$ -H 最小测不准态; 等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应  
**中图分类号:** O432.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-274 X (2003)04-0405-05

由于压缩态光场的某一正交相位分量的量子噪声低于相干态光场的量子噪声, 因而压缩态光场已被用来进行超越标准量子极限的光学测量、超微弱信息的量子传输和量子通信等<sup>[1]</sup>。多模压缩态理论提出后<sup>[2~4]</sup>, 人们发现多模压缩态光场比之单、双模压缩态光场具有更加丰富深刻的物理内涵, 并且为压缩态的应用开辟了广阔的前景, 因而多模压缩态研究成为近年该领域的热点研究课题。

人们已经研究了由各种相干态的线性叠加所组成的多模叠加态光场的广义非线性高次  $Y$ ,  $H$  和  $X$  压缩特性<sup>[5~8]</sup>, 但对于任意两态叠加多模叠加态光场的等幂次  $N$  次幂 H 压缩特性的研究未见报道。本文利用多模压缩态理论, 对任意两态叠加多模叠加态光场的广义非线性等幂次  $N$  次幂 H 压缩特性进行了研究和讨论。

## 1 态 $|\Psi^{(2)}\rangle_q$ 的基本结构

态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的数学表达式为

$$|\Psi^{(2)}\rangle_q = C^{(a)} |\{Z_j^{(a)}\}\rangle_q + C^{(b)} |\{Z_j^{(b)}\}\rangle_q, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{其中: } C^{(a)} &= r^{(a)} e^{i\theta^{(a)}}, & C^{(b)} &= r^{(b)} e^{i\theta^{(b)}}; \\ Z^{(a)} &= R_j^{(a)} e^{i\phi_j^{(a)}}, \\ Z^{(b)} &= R_j^{(b)} e^{i\phi_j^{(b)}}, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, q). \end{aligned} \quad (2)$$

且有

$$\begin{aligned} |\{Z_j^{(a)}\}\rangle_q &= |Z_1^{(a)}, Z_2^{(a)}, \dots, Z_q^{(a)}\rangle = \\ &\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^q |Z_j^{(a)}|^2\right]\right\} \sum_{\{n_j\}=0}^{\infty} \left\{\prod_{j=1}^q \frac{(Z_j^{(a)})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right\} |\{n_j\}\rangle_q \\ |\{Z_j^{(b)}\}\rangle_q &= |Z_1^{(b)}, Z_2^{(b)}, \dots, Z_q^{(b)}\rangle = \\ &\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^q |Z_j^{(b)}|^2\right]\right\} \cdot \\ &\sum_{\{n_j\}=0}^{\infty} \left\{\prod_{j=1}^q \frac{(Z_j^{(b)})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right\} |\{n_j\}\rangle_q, \end{aligned} \quad (3)$$

$${}_q\langle\{Z'_j\}|\{Z_j\}\rangle_q = \exp\left\{\sum_{j=1}^q \left[-\frac{1}{2}(|Z'_j|^2 + |Z_j|^2) + Z'_j Z_j\right]\right\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_j |\{Z_j^{(a)}\}\rangle_q &= Z_j^{(a)} |\{Z_j^{(a)}\}\rangle_q, \\ \hat{a}_j |\{Z_j^{(b)}\}\rangle_q &= Z_j^{(b)} |\{Z_j^{(b)}\}\rangle_q. \end{aligned} \quad (5)$$

态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的归一化条件要求

$${}_q\langle\Psi^{(2)}|\Psi^{(2)}\rangle_q = (r^{(a)})^2 + (r^{(b)})^2 +$$

收稿日期: 2003-03-17

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2000SL10, 2001SL04); 陕西省科技攻关课题资助项目(2002K05-G9); 陕西省教育厅专项科研基金资助项目(00JK115)。

作者简介: 白少民(1959-), 男, 陕西礼泉人, 延安大学副教授, 从事电磁场及量子光学方面的研究。

$$2r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\}\cos[\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+\sum_{j=1}^qR_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})]=1. \quad (6)$$

## 2 一般理论结果

对于态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  而言, 根据文献[2~4]中关于等幂次  $N$  次幂 H 压缩及等幂次  $N$ -H 最小测不准态的定义, 并利用式(1~6), 经计算可得态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的第一与第二正交相位分量的一般理论结果如下。

$$\begin{aligned} h_1 = & (2r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} + (2r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} + \\ & (2r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} \cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}) + \\ & (2r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} \cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}) + \\ & 4r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)}R_j^{(b)})^N \cos[\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+ \\ & N \sum_{j=1}^q (\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)}) + \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})] + \\ & 2r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \left[\prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}+ \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right) + \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}-2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}+ \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right] - \\ & 4\{(r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^N \cos(N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}) + \\ & (r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^N \cos(N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}) + \\ & r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \left[\prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^N \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}+ \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)}) + \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^N \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}-N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}+ \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right)\}^2; \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_2 = & (2r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} + (2r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} - \\ & (2r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} \cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}) - \\ & (2r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} \cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}) + \\ & 4r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)}R_j^{(b)})^N \cos[\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+ \\ & N \sum_{j=1}^q (\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)}) + \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}- \\ & \varphi_j^{(b)})] - 2r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \left[\prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^{2N} \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}+ \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right) + \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^{2N} \cos(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}-2N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}+ \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right] - \\ & 4\{(r^{(a)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^N \sin(N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}) + \\ & (r^{(b)})^2 \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^N \sin(N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}) + \\ & r^{(a)}r^{(b)}\exp\left\{\sum_{j=1}^q\left[-\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2+(R_j^{(b)})^2)+R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right]\right\} \cdot \\ & \left[\prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^N \sin(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}+N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}+ \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right) - \\ & \prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^N \sin(\theta^{(a)}-\theta^{(b)}-N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}+ \\ & \left. \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})\right)\}^2. \quad (8) \end{aligned}$$

### 3 强度不等情况下结果的讨论

为了便于讨论,下面用  $[a]$  表示  $\prod_{j=1}^q (R_j^{(a)})^N$ , 用  $[b]$  表示  $\prod_{j=1}^q (R_j^{(b)})^N$ , 用  $\exp()$  表示  $\exp\{\sum_{j=1}^q [-$

$$\frac{1}{2}((R_j^{(a)})^2 + (R_j^{(b)})^2) + R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})\},$$

$f(\theta, \varphi, R)$  表示  $\theta^{(a)} - \theta^{(b)} + \sum_{j=1}^q R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})$ , 且用列表的形式给出不同条件下的结果(见表 1 ~ 3)。

表 1 在条件  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_\theta\pi (k_\theta = 0, 1, 2, \dots)$  下的压缩结果

Tab. 1 The squeezed under the  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_\theta\pi (k_\theta = 0, 1, 2, \dots)$  condition

$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}$	$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}$	$\exp()$	$r(a)/r(b)$	$[a]/[b]$	$h_1$	$h_2$
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi$				$>0$	$<0$
或 $2k_\varphi^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_\varphi^{(b)}\pi + \pi$					
$2k_\varphi^{(a)}\pi \pm \pi/2$	$2k_\varphi^{(b)}\pi \pm \pi/2$				$<0$	$>0$
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi + \pi$				$>0$	$<0$
或 $2k_\varphi^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_\varphi^{(b)}\pi$					
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi \pm \pi/2$	9/10	1/10 或 10	$\geq \sqrt{1\ 109/1\ 071}$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq \sqrt{1\ 071/1\ 109}$	$>0$	$\leq 0$
$2k_\varphi^{(a)}\pi \pm \pi/2$	$2k_\varphi^{(b)}\pi$	9/10	1/10 或 10	$\geq \sqrt{1\ 109/1\ 071}$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq \sqrt{1\ 071/1\ 109}$	$\leq 0$	$>0$

表中  $k_\varphi^{(a)}, k_\varphi^{(b)} = 0, 1, 2, \dots$ , 以下各表同。

表 2 在条件  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_\theta\pi + \pi (k_\theta = 0, 1, 2, \dots)$  下的压缩结果

Tab. 2 The squeezed under the  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_\theta\pi + \pi (k_\theta = 0, 1, 2, \dots)$  condition

$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}$	$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}$	$\exp()$	$r(a)/r(b)$	$[a]/[b]$	$h_1$	$h_2$
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi$	4/5	$\geq 2$ 或 $\leq 1/2$		$\leq 0$	$>0$
或 $2k_\varphi^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_\varphi^{(b)}\pi + \pi$					
$2k_\varphi^{(a)}\pi \pm \pi/2$	$2k_\varphi^{(b)}\pi \pm \pi/2$	4/5	$\geq 2$ 或 $\leq 1/2$		$>0$	$\leq 0$
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi + \pi$	4/5	$\geq 2$ 或 $\leq 1/2$		$\leq 0$	$>0$
或 $2k_\varphi^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_\varphi^{(b)}\pi$					
$2k_\varphi^{(a)}\pi$	$2k_\varphi^{(b)}\pi \pm \pi/2$	9/10	1/10 或 10	$\geq \sqrt{747/709}$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq \sqrt{709/747}$	$\leq 0$	$>0$
$2k_\varphi^{(a)}\pi \pm \pi/2$	$2k_\varphi^{(b)}\pi$	9/10	1/10 或 10	$\geq \sqrt{747/709}$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq \sqrt{709/747}$	$>0$	$\leq 0$

### 4 强度对称情况下结果的讨论

1) 当  $\varphi_j^{(a)} = \varphi_j, \varphi_j^{(b)} = \varphi_j + \pi; \theta^{(a)} = \theta^{(b)} = \theta,$  (9)

$$h_1 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 + (-1)^{Nq} \cdot \exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] + 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) -$$

$$[1 + (-1)^{Nq}]^2 \cos^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\}; \quad (10)$$

$$h_2 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 + (-1)^{Nq} \cdot \exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] - 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) - [1 + (-1)^{Nq}]^2 \sin^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\}. \quad (11)$$

这正是多模偶相干态光场中  $N$  次幂 H 压缩的

结果<sup>[9]</sup>。可见,多模偶相干态光场中  $N$  次幂 H 压缩 H 压缩在强度对称且满足式(9)情况下的特例。是任意两态叠加多模叠加态光场的等幂次  $N$  次幂

表 3 在条件  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_p\pi + \pi/2 (k_p = 0, 1, 2, \dots)$  下的压缩结果

Tab. 3 The squeezed under the  $f(\theta, \varphi, R) = 2k_p\pi + \pi/2 (k_p = 0, 1, 2, \dots)$  condition

$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)}$	$N \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)}$	$\exp()$	$r(a)/r(b)$	$[a]/[b]$	$h_1$	$h_2$
$2k_p^{(a)}\pi$	$2k_p^{(b)}\pi$				$>0$	$<0$
或 $2k_p^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_p^{(b)}\pi + \pi$					
$2k_p^{(a)}\pi \pm \pi/2$	$2k_p^{(b)}\pi \pm \pi/2$				$<0$	$>0$
$2k_p^{(a)}\pi$	$2k_p^{(b)}\pi + \pi$				$>0$	$<0$
或 $2k_p^{(a)}\pi + \pi$	或 $2k_p^{(b)}\pi$					
$2k_p^{(a)}\pi$	$2k_p^{(b)}\pi + \pi/2$	9/10	1/10	$\geq 100/9$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq 9$	$>0$	$\leq 0$
			10	$\geq 1/9$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq 9/100$	$>0$	$\leq 0$
$2k_p^{(a)}\pi$	$2k_p^{(b)}\pi - \pi/2$	9/10	1/10	$\geq 1/9$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq 9/100$	$>0$	$\leq 0$
			10	$\geq 100/9$	$\leq 0$	$>0$
				$\leq 9$	$>0$	$\leq 0$
$2k_p^{(a)}\pi + \pi/2$	$2k_p^{(b)}\pi$	9/10	1/10	$\geq 1/9$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq 9/100$	$\leq 0$	$>0$
			10	$\geq 100/9$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq 9$	$\leq 0$	$>0$
$2k_p^{(a)}\pi - \pi/2$	$2k_p^{(b)}\pi$	9/10	1/10	$\geq 100/9$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq 9$	$\leq 0$	$>0$
			10	$\geq 1/9$	$>0$	$\leq 0$
				$\leq 9/100$	$\leq 0$	$>0$

2) 当  $\varphi_j^{(a)} = \varphi_j, \varphi_j^{(b)} = \varphi_j + \pi;$   
 $\theta^{(a)} = \theta; \theta^{(b)} = \theta + \pi.$  (12)

$h_1 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 - (-1)^{Nq} \cdot$   
 $\exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] + 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) -$   
 $[1 + (-1)^{Nq}]^2 \cos^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\};$  (13)

$h_2 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 - (-1)^{Nq} \cdot$   
 $\exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] - 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) -$   
 $[1 + (-1)^{Nq}]^2 \sin^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\}.$  (14)

这正是多模奇相干态光场中  $N$  次幂 H 压缩的结果<sup>[10]</sup>。

3) 当  $\varphi_j^{(a)} = -\varphi_j, \varphi_j^{(b)} = -\varphi_j + \pi;$   
 $\theta^{(a)} = \theta^{(b)} = \theta.$  (15)

$h_1 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 + (-1)^{Nq} \cdot$

$\exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] + 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) -$   
 $[1 + (-1)^{Nq}]^2 \cos^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\};$  (16)

$h_2 = \prod_{j=1}^q (R_j)^{2N} \{4r^2 [1 + (-1)^{Nq} \cdot$   
 $\exp(-2 \sum_{j=1}^q R_j^2)] - 2\cos(2N \sum_{j=1}^q \varphi_j) -$   
 $[1 + (-1)^{Nq}]^2 \sin^2(N \sum_{j=1}^q \varphi_j)\}.$  (17)

这正是多模复共轭偶相干态光场中  $N$  次幂 H 压缩的结果<sup>[11]</sup>。同样,多模复共轭奇相干态光场、多模虚偶相干态光场、多模虚奇相干态光场、多模复共轭虚偶相干态光场、多模复共轭虚奇相干态光场的  $N$  次幂 H 压缩特性都是任意两态叠加多模叠加态光场  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的等幂次  $N$  次幂 H 压缩的特例,态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  具有各特例情况下相应各条件的等幂次  $N$  次幂 H 压缩等特性。

## 5 结果讨论

1) 光场  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的第一正交相位分量在  $f(\theta, \varphi, R)$  分别等于  $2k_0\pi, 2k_0\pi + \pi, 2k_0\pi + \pi/2 (k_0 = 0, 1, 2, \dots)$  的表中分别有 3 种、4 种和 9 种情况下呈现出广义非线性等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应。

2) 光场  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  的第二正交相位分量在  $f(\theta, \varphi, R)$  分别等于  $2k_0\pi, 2k_0\pi + \pi, 2k_0\pi + \pi/2 (k_0 = 0, 1, 2, \dots)$  的表中分别有 4 种、3 种和 10 种情况下呈现出广义非线性等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应。

3) 态  $|\Psi^{(2)}\rangle_q$  在  $f(\theta, \varphi, R)$  分别等于  $2k_0\pi, 2k_0\pi + \pi, 2k_0\pi + \pi/2 (k_0 = 0, 1, 2, \dots)$  的表中分别有 4 种、7 种和 16 种情况下呈现“半相干态”效应。

4) 在强度对称 ( $R_j^{(a)} = R_j^{(b)} = R_j; r^{(a)} = r^{(b)} = r$ ) 的情况下, 当分别满足条件(9, 12, 15) 时, 就得到相应的多模偶相干态光场、多模奇相干态光场和多模复共轭偶相干态光场等的等幂次  $N$  次幂 H 压缩结论式(10, 11); 式(13, 14); 和式(16, 17)。在各自不同条件下都呈现  $N$ -H 最小测不准态、其第一正交相位分量及第二正交相位分量分别呈现出等幂次  $N$  次幂 H 压缩效应等<sup>[9~11]</sup>。

## 参考文献:

[1] 彭 辉. 光场压缩态的产生及其在亚散粒噪声光学测量和量子信息中的应用[J]. 物理, 2001, 30(5): 300-305.

- [2] 杨志勇, 侯 洵. 一种双模叠加态光场的两种非线性高阶压缩效应[J]. 光子学报, 1998, 27(4): 289-299.
- [3] 杨志勇, 侯 洵. 多模辐射场的广义非线性不等阶高阶压缩的一般理论[J]. 光子学报, 1999, 28(5): 385-392.
- [4] 杨志勇, 侯 洵. 多模辐射场的广义非线性高阶差压缩—— $N$  次方 X 压缩的一般理论[J]. 光子学报, 1998, 27(12): 1 065-1 069.
- [5] 许定国, 安毓英, 杨志勇. 多模叠加态中广义电场分量的  $N$  次方 H 压缩[J]. 光子学报, 2002, 31(8): 929-933.
- [6] 明崇善, 许定国, 安毓英. 四态叠加多模叠加态光场的等阶  $N$  次方 Y 压缩[J]. 光子学报, 2002, 31(4): 412-420.
- [7] 许定国, 安毓英. 第一种偶数模四态叠加多模叠加态光场的等幂次  $N$  次方 X 压缩[J]. 量子光学学报, 2002, 8(9): 44-45.
- [8] 李 英, 许定国, 陈永庄, 等. 由虚偶和奇相干组成的第  $N$  种四态叠加多模叠加态光场的等阶  $N$  次方 H 压缩[J]. 商洛师范专科学校学报, 2002, 16(2): 1-6.
- [9] 许定国, 侯 瑶, 杨志勇, 等. 多模偶相干态光场中的  $N$  次方 Y 压缩与  $N$  次方 H 压缩特性研究[J]. 光子学报, 1999, 28(6): 481-493.
- [10] 许定国, 侯 瑶, 杨志勇, 等. 多模奇相干态光场中的  $N$ -Y 最小测不准态与  $N$ -H 最小测不准态[J]. 光子学报, 1999, 28(7): 577-587.
- [11] 许定国, 侯 瑶, 王菊霞, 等. 多模复共轭奇、偶相干态光场的  $N$  次方 Y 压缩与  $N$  次方 H 压缩[J]. 光子学报, 1999, 28(8): 673-683.

(编辑 曹大刚)

## Generalized nonlinear equal-order H squeezing in the arbitrary Two-state superposition mulitmode superposition state light field

BAI Shao-min<sup>1</sup>, XU Ding-guo<sup>2</sup>, LIU Sheng-chun<sup>1</sup>, LI Zeng-sheng<sup>3</sup>

(1. School of Physics & Electronic Information, Yan'an University, Yan'an 716000, China; 2. School of Technology Physics, Xi-dian University, Xi'an 710071, China; 3. Department of Physics Yulin, Normal College, Yulin 719000, China)

**Abstract:** By using the theory of multimode squeezed state, the property of generalized nonlinear equal order  $N$  order H squeezing of the arbitrary two-state superposition mulitmode superposition state light field is studied firstly in detail. It is found, under different conditions, that the state is stayed in equal order  $N$ -H minimum uncertainty state, and played in "half coherent state" effect, and played in equal order  $N$  order H squeezing effect. Besides, it shows that the conclusions in the multimode even coherent state, mulitmode odd coherent state, mulitmode complex conjugation even coherent state, mulitmode complex conjugation odd coherent state and the like are some special circumstances which have been.

**Key words:** arbitrary two state superposition; mulitmode superposition state; equal order  $N$ -H minimum uncertainty state; equal order  $N$  order H squeezing effect