

细纱上粗节或细节的最大可能数目的检测

上海市纺织纤维检验所

胡伟礼

纱疵中的粗节、细节大多是在纺纱过程中形成的，只要在若干万纱锭中产生几只织到布面上，就会使织物质量受到严重的影响。为了在纺纱过程中全面地做好质量控制工作，必须定期对成纱上的粗节和细节进行检测，从而推算出各个时期成纱上粗节和细节的实际产生数量而做到心中有数，俾能及时针对情况采取有效措施。目前测试的方法一般有以下几种：

(1) 粗细节切断称重法：以平均号数或极差表示。

(2) 粗细节断面中纤维根数计数法。

(3) 投影法，用投影法直接检测粗细节直径。

这三个方法在理论和实用上各有优点，但缺点都是试验方法很繁，而只能获得少量数据，代表性不足，因之就要找出一个比较简易又较为可靠的检测方法。本文介绍的是应用数理统计的方法，通过对一定数量的黑板条干检验其有无粗节或细节的存在，就能推断出细纱单位长度内粗节或细节的最大可能数。现将具体方法及其来源叙述如下。

一、推断条件

我们对成纱随机抽检，摇成黑板进行观察时，不一定每块黑板都能检测得到粗节或细节，而在织物上有时却有一定数量的粗节和细节。因而有必要求出细纱单位长度内粗节或细节的最大可能数目这个参数。

如果检测的黑板条干是从生产车间中随机抽取的细纱摇出来的，则按实际工艺与测试情况可以认为：

(1) 在整个生产车间中同一号数各机台上粗节或细节的分布是随机的，即在同一号数细纱的任何部分被检测到粗节或细节的机会是均等的。

(2) 从同一号数中摇出的每一块黑板，当该块黑板中若有一个或更多个粗节或细节时，在用目光检测时，一定能被检测出来。

(3) 在 25×22 厘米的黑板上，以中支纱(28号)排列密度计算，可绕 50 米以上(而粗节或细节的长度仅为 2 厘米左右)，因之黑板上细纱总长度 a 米中一个粗节或细节所占的长度可以略而不计。

(4) 同一号数所用黑板之规格及细纱排列密度应保持一致。

以上四点是进行以下统计推断时的必要条件。

二、具体推断

某一种号数在同一车间纺制时，其细纱总长度为 l 米，很显然 l 的数值是很大的，随机抽样摇成黑板其长度为 a 米，所以 a/l 是很小的。在这一种号数的全部成纱中假设有 n 个粗节或细节，对某一个粗节来说，按上述必要条件(1)及(3)，这个粗节在这一块黑板内的机率，按几何概率的意义即为黑板上细纱长度 a 米与细纱总长度 l 米之比，即

a/l 。不在这块黑板上之机率则为 $(1 - a/l)$ 。

每一个粗节或细节彼此并不互相吸引，也不相互排斥，故上述两个机率对每一个粗节或细节都可适用。按机率乘法定理， n 个粗节没有一个在这块黑板内之机率为 p ，则

$$p = \left(1 - \frac{a}{l}\right)^n$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}} = e^{-1}$$

$$\text{而} \quad \frac{a}{l} \rightarrow 0,$$

$$\therefore p = \left(1 - \frac{a}{l}\right)^n = \left[\left(1 - \frac{a}{l}\right)^{\frac{l}{a}}\right]^{\frac{a}{l} \cdot n} = e^{-\frac{a}{l} \cdot n}$$

因为 $\frac{n}{l}$ 即为细纱单位长度内的粗节或细节个数 S ，所以：

$$p = e^{-aS} \quad (1)$$

此式即该黑板内无粗节或细节的机率。如随机抽验 m 块黑板，每块黑板所绕细纱长度为 a 米，经过测试者目光检定后，若 m 块黑板中有 k 块黑板无粗节存在，则 $\frac{k}{m}$ 为上述 p 之估计值。于是公式(1)变为：

$$\frac{k}{m} = e^{-aS}$$

两边取对数后得：

$$S = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{k}{m}\right) = -\frac{2.3026}{a} \log \left(\frac{k}{m}\right) \quad (2)$$

公式(2)中 S 之估计值为细纱每米内粗节或细节之个数。

再进一步探讨公式(2)所表示的 S 值是否为细纱每米粗节之最大可能数。上述 p 为一块黑板内无粗节之机率，在 m 块黑板中有 k 块黑板无粗节之机率 p' 按数理统计学^[1] 应为：

$$p' = \frac{m!}{k!(m-k)!} p^k (1-p)^{m-k}$$

将公式(1)代入得：

$$p' = \frac{m!}{k!(m-k)!} e^{-aS} (1 - e^{-aS})^{m-k} \quad (3)$$

经过测试， m, k, a 三个数值是可知的。以 p' 为 Y 轴，以 S 为 X 轴，公式(3)即代表粗节线密度机率曲线，此曲线有一个极大值，该值即为所要求的细纱单位长度内粗节之最大可能数值。再将公式(3)求一阶导数，可得：

$$\begin{aligned} \frac{dp'}{dS} &= \frac{m!}{k!(m-k)!} [(m-k) \\ &\quad (1 - e^{-aS})^{m-k-1} \cdot (e^{-aS})a \\ &\quad (e^{-aS}k) + (1 - e^{-aS})^{m-k} \\ &\quad (e^{-aS}k)(-ak)] \\ &= \left(\frac{m!}{k!(m-k)!}\right) [(1 - e^{-aS})^{m-k} \\ &\quad (e^{-aS}k)(a)[(m-k) \\ &\quad \cdot (1 - e^{-aS})^{-1}(e^{-aS}) + (-k)] \end{aligned}$$

令 $\frac{dp'}{dS} = 0$ ，解机率 p' 极大时之 S 值得：

$$\begin{aligned} [(m-k)(1 - e^{-aS})^{-1}(e^{-aS}) - k] &= 0 \\ (m-k)(e^{-aS}) &= k(1 - e^{-aS}) \\ me^{-aS} - ke^{-aS} &= k - ke^{-aS} \\ me^{-aS} &= k \\ e^{-aS} &= \frac{k}{m} \end{aligned}$$

$$-aS \log e = \log \left(\frac{k}{m}\right)$$

$$\therefore S = \frac{\log \left(\frac{k}{m}\right)}{-a \log e} = -\frac{2.3026}{a} \log \left(\frac{k}{m}\right)$$

此 S 值与公式(2)是一致的，因此公式(2)即表示细纱单位长度中粗节或细节之最大可能数值。

三、应用举例

由于公式(2)可看出，当所有检测的黑板上都没有发现粗节或细节时，则估计的粗节或细节线密度将为零；这说明在没有发现粗、细节之情况下，以最大机率认为粗、细节不

存在。反之，若被检测的黑板上全部被检测到有粗、细节存在，则估计的粗、细节线密度将为无穷大。虽然事实上不可能为无穷大，但却足以说明在这种情况下粗节或细节在细纱上分布的数量是十分巨大的。由公式(2)得出的细纱中粗、细节线密度的最大可能数是一个估计值，这个估计值的可靠程度即可靠度与测试黑板的块数 m 及发现粗、细节之黑板块数 $(m-k)$ 有关，在90%置信度下检验100块黑板，发现粗、细节的块数在1~5块之间的可靠度可达0.9以上。因此，可参照累计试验资料中 m 与 $(m-k)$ 数与有关可靠性用表^[2]，选择的试验块数 m 及 $(m-k)$ 数使尽可能得到可靠度在0.9以上。一般测试块数均需在50以上($m > 50$)。

例如：从28号细纱中随机抽检黑板条干进行检验(看正反两面)，看粗、细节存在与否。每块黑板10厘米中排列细纱根数为50，黑板尺寸为22×25厘米，则每块黑板所绕之细纱长度为 $a = 2(50 \times 2.2 \times 0.25) = 55$ 米，累计测试100块黑板中如果有95块无粗、细节存在，则按公式(2)，即可推断细纱单位长度内粗节或细节之最大可能数 S 如下：

$$S = \frac{-2.3026}{a} \log \left(\frac{k}{m} \right)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{2.3026}{55} \log \left(\frac{95}{100} \right) \\ &= -0.0419 \log 0.95 \\ &= 0.0009 \text{ 个/米} = 9 \text{ 个/万米} \end{aligned}$$

此时试验数 $m = 100$ ，发现粗、细节之块数为 $(m-k) = 5$ ，参照有关可靠性用表^[2]，其可靠度为0.9092(置信度为90%)。如果100块黑板中只有1块有粗、细节存在，则按公式(2)：

$$\begin{aligned} S &= \frac{-2.3026}{55} \log \left(\frac{99}{100} \right) \\ &= (-0.0419)(-0.0044) \\ &= 0.0002 = 2 \text{ 个/万米} \end{aligned}$$

其可靠度为0.9617(置信度为90%)。

应用上述方法可使测试人员不要计算黑板上出现粗、细节的个数，而只要区分出现与不出现的数量，再简捷应用公式(2)以属性估计出细纱上粗节或细节的最大可能数，作为一个辅助参数，用来考虑最优工艺条件对粗、细节线密度的影响程度是有其一定参考价值的。

参 考 资 料

- [1] 周华章著：《工业技术应用数理统计学》上册，人民教育出版社，1963，122；
[2] B.L. 阿姆斯特塔特著：《可靠性数学》，科学出版社，