圆纬机非线性三角的二阶导数

瞿履修　王文祖　杨善同
（华东纺织工学院）

【提要】 本文探讨了非线性三角二阶导数的连续性对织针的影响。由此得出结论：一些复合的曲线三角，由于二阶导数的不连续而引起织针振动。当机器高速运转时，由于这种振动的振幅并不太大，对织针不会有过大的有害影响，所以无须过分注意；但当机速极高时，对织针的影响就变得严重而有害，因此在设计这种三角时，必须注意二阶导数的连续性。

一、前言

圆纬机上的三角是一种用来传动织针完成成圈过程的凸轮，织针是三角的从动件。为使从动件运动平稳，受力不致过大，凸轮设计者往往注意到下列两点：(1)不允许由于速度突变而产生的硬冲现象存在；(2)尽可能避免或减轻由于加速度突变而产生的软冲现象[1]。很多圆纬机上都已采用了各种非线性三角来改善织针的运动特性和受力情况。但各种圆纬机的编织工艺对织针的运动都有着复杂而又特殊的要求，使三角各部段的划分区间、动程、压力角和游隙等的大小范围，以及三角分块、可能调节的范围等，都在一定程度上受到编织工艺的制约而无法完全根据良好的织针运动特性和受力情况的要求来设计工作面的几何形态。有关硬冲问题在文献[2,3]中已有所讨论，并明确指出控制冲击力的方法。本文只讨论非线性三角设计时，有关加速度突变的软冲问题。

二、二阶导数不连续引起的振动

在织针完全贴附着三角工作面运动而不存在有脱离三角工作面的现象时，显然织针的运动轨迹也就是三角工作面的廓线，则下列关系式将成立：

$$dy/dt=(dy/dx)(dx/dt)=Vdy/dx \quad (1)$$

$$d^2y/dt^2=(d^2y/dx^2)(dx/dt)^2=V^2d^2y/dx^2 \quad (2)$$

式中：$dx/dt=V$，是织针的水平线速度，为常数；(dy/dx)，(d^2y/dx^2) 是三角工作面上任意点的一阶和二阶导数；$y'=dy/dt$，$y''=d^2y/dt^2$，为织针沿着针槽纵向运动的速度和加速度。

显然，在这种情况下三角工作面上某点二阶导数的不连续或二阶导数的突变，意味着在这一点上织针纵向运动加速度突变，织针受到了软冲。它相当于在振动模型中突然施加了一个有限的外力，使系统产生振动。如文献[2]中讨论冲击时那样，简单地把织针看成是一个单自由系统，则将叠加到织针上的这种力的动态响应将由下列力的平衡方程式得出。这时的边界条件应为$y_0=0,y'_0=0$。

$$my''+mfy'+ky=ma \quad (3)$$

式中：m 为织针的质量；f 为结构阻尼或其他阻尼系数；$k=mc$，为织针的刚度，$\sqrt{c}$ 为织针的固有频率；a 为加速度突变量。

用拉普拉斯变换方法求(3)式的解为：

$$y=\frac{ma}{mc}\left\{1-e^{-ft/2}\left[\cos\left(\frac{\sqrt{\omega^2-1}}{2}ft\right)+\frac{1}{\sqrt{\omega^2-1}}\sin\left(\frac{\sqrt{\omega^2-1}}{2}ft\right)\right]\right\}$$

$$=\frac{ma}{mc}\left[1-\frac{\omega e^{-ft/2}}{\sqrt{\omega^2-1}}\cos\left(\frac{\sqrt{\omega^2-1}}{2}ft+\alpha\right)\right] \quad (4)$$

式中：　$\omega=\sqrt{4c/f^2}$；$\alpha=tg^{-1}\sqrt{\omega^2-1}$。若忽略粘滞性阻尼，即设$f=0$，则：

$$y=ma[1-\cos\sqrt{c}\,t]/mc \qquad (5)$$

显然这时的振幅比(4)式考虑f时的最大振幅要稍大一些，这时y的最大值将为：

$$y_{max}=2ma/mc \qquad (6)$$

式中ma相当于加速度突变量a突然加载的作用力，而mc则为织针的刚度，ma/mc即为静力ma引起的变位。(6)式正好象很多文献[4,5]中指出的那样，说明了，由于突然作用的力所产生的最大变位比相同力静止作用所产生的大一倍。在存在阻尼f的情况下，将比一倍稍小一些。

三、二阶导数不连续对织针产生的影响

由于凸轮工作面二阶导数不连续而促使从动件加速度突变，和由于一阶导数不连续而促使从动件速度突变，都会引起振动。尽管它们形成振动的原因，确定响应特性以及振幅大小的因素截然不同，但习惯上仍分别称之为软冲(柔性冲击)和硬冲(刚性冲击)。这主要是从振动这一角度来说，二阶导数不连续同样会使从动件受到一定程度的有害外力的影响，值得设计者们注意。这种影响的程度，可以从(5)或(6)式得出的振幅大小来估计，从动件的质量（包括负载的惯性）愈大，二阶导数的突变量愈大，以及凸轮的水平线速度愈大时，则影响愈大。但软冲和硬冲是不相同的，特别是象三角和织针这种特殊的凸轮和从动件，它们的影响程度有显著的区别。

在织针开始和三角接触处，由于速度的突变，引起硬冲，冲击力最大峰值将由织针的质量、机械的速度、碰撞点三角的斜率以及织针的固有频率等确定[2]。其中最重要的因素是织针的固有频率，其数值极大，可达数千，因此所引起的冲击力也可能很大。以一般的直线三角来说，可达1公斤力以上，高速时可达数公斤力，设计时必须尽最大可能设法避免引起速度突变的场合，在无法避免时，就应当设法控制所引起的这种冲击力。

不论在哪一只三角的加速段还是减速段的二阶导数不连续处，由于加速度的突变引起软冲，它的最大振幅或应力的最大峰值，如(6)式所给出的那样，将直接决定于惯性力的大小，而和织针的频率无关。同时，织针是一种非常特殊的从动件，在一般情况下它的负载只有针槽、簧或线圈对织针的阻力，且织针本身的质量也很小，一般只有几百毫克。总之，织针在工作时受到外力作用的过程中，惯性力的作用是不会太大的。

为便于讨论，以图1所示圆弧连直线三角为例，估计圆弧和直线连接点B和C处，由于二阶导数不连续，加速度突变而引起的影响。求得B或C点圆弧部分的二阶导数的绝对值为，$|d^2y/dx^2|=1/\sin^3\theta\cdot R=2\sqrt{2}/R=1/2$（毫米$^{-1}$）$=500$（米$^{-1}$），而$B$或$C$点的直线部分的二阶导数为零。因此在$B$、$C$点二阶导数的突变量为$500-0=500$米$^{-1}$。

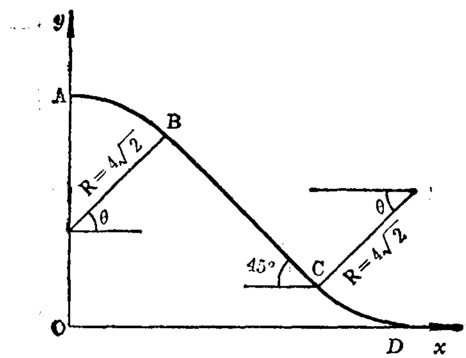

图 1　圆弧连直线的三角曲线

设针筒水平线速度为1米/秒，织针重量为0.5克，则织针加速度突变量为$500V^2=500$米/秒^2；惯性力为$500/2\times9.81=27.5$克力。这样，在B或C点，由于加速度突变而引起振动的最大变位将相当于$2\times27.5=55$克力静止作用时所产生的变位。

应当指出，在上述例题中，和直线段CB

连接的圆弧 AB 段上的 B 点，CD 段上的 C 点处，加速度的突变方向是负的。在 B 点，原来是不断地加速，到此突然终止加速；在 C 点原为等速运动，到此突然加上一个负加速度。不论在 B 点还是在 C 点，三角对织针的作用是原来三角紧压织针，迫使织针克服阻力和加速时的惯性力，按三角工作面的轨迹运动，到此是三角突然对织针作用减小了，而并不是再加上一个相当于上述计算数量的力的作用。显然，三角对织针突然减轻一部分压力，由此而引起的振动不会对织针有多大的危害。

另外，上例中圆弧上 B 或 C 点的二阶导数的绝对值，将为该圆弧上的最大值，这是由于圆弧曲线的特性所确定的。若将 CD 段改成具有等减速特性的抛物线，尽管 CD 间的纵横向尺寸保持原有状态，则 C 点处的二阶导数的突变量也将减小一倍，不再是 500 米$^{-1}$，而是 250 米$^{-1}$，所引起的振动最大变位也将减小二分之一。

当然，加速段内二阶导数的突变和上述情况是不相同的，它不会引起三角对织针压力的减小，而是增大。例如，图 2 所示为一起挺针三角，AB为15°直线段，BC段为 $R=4\sqrt{2}$ 的圆弧，接点 B 处二阶导数不连续，它的突变量为 $1/R\sin^3 75°=196.125$米$^{-1}$；惯性力为$196.125/2\times9.81\doteq10$克力。显然，$B$ 点处织针将在原有受力的基础上再叠加一个相当于20克力静止作用时所产生的变位。但织针原在倾斜角度比较小的15°直线段上运动，

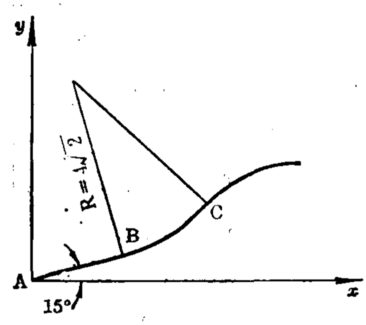

图2　起挺针三角曲线图

三角对织针的压力并不大，在此再叠加一个20克力，对织针将不会有多大的影响。

上述的情况只是一个例子，织针的水平速度只有 1 米/秒，当速度大于 1 米/秒时，相应的惯性力和由此而引起的最大变位，也将随着速度平方的增大而比例地增大。但总的说来，不会引起多大的影响，设计时也就不必过分地考虑避免或减轻二阶导数的突变。但当速度特别高时，例如达 5.5 米/秒时，则它将增大30.25倍，设计时就要充分注意和考虑如何控制它的危害问题了。实际上，当针织机真正达到5.5米/秒这样的高速时，不仅必须充分注意二阶导数或加速度的突变问题，就是在二阶导数完全连续的光滑曲线部段上，二阶导数或加速度的绝对值也将是值得充分注意的问题，否则也会引起由于惯性力过大而产生的有害影响。

为了进行实验考察，作者曾利用文献[2]中的实验方法，测试了一些复合曲线组成的非线性三角对织针的作用力。由于圆纬机上织针和针槽之间的配合是较松的，以及箍簧对织针的作用力也随着织针的运动时刻在变化等机械条件的不稳定，引起三角对织针作用力本身不规则的和随机的波动。另外，传感器和机器本身振动的影响也将一起叠加到三角对织针作用的波形图上。这样，就使得本来在数量上并不太大的三角对织针作用力的波形图变得更加紊乱，从而降低了它的分辨能力。

但是，尽管如此，通过较大数量的实验和利用示波仪X向的时间座标，不难找到波形图上相应于三角上二阶导数不连续处的点子。通过对这些点子附近波形图的观察和分析，还是能了解到二阶导数不连续对织针受力的影响情况，特别是那些二阶导数突变量比较大，机速又比较高时，也就是影响比较大时的情况。

图 3 是实验所用三角中的一只圆弧连直线起针三角部分工作面的展开图。图 4 和图

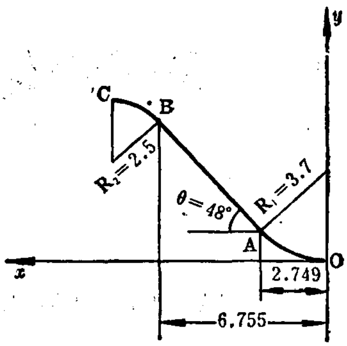

图3　起针三角部分工作面展开图

5 就是用上述三角对 Z214 织针作用时，在示波仪荧光屏上摄得的作用力波形图照片。照片上的 *A*、*B* 两点，就是相应于三角上二阶导数突变处的*A*、*B* 点。

从图 4 可看到，当速度稍高于一般常速，即以1.46米/秒速度运转时，不仅整个三角对织针的作用力很小，就是在二阶导数突变的地方，也未引起过大的影响。当速度提高到

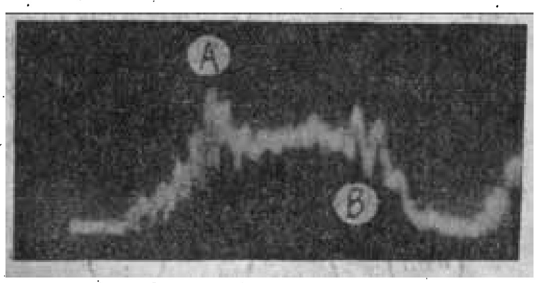

图4　织针作用力波形图之一

机速：150转/分；*x* 轴：1毫秒/1大格；*y*轴：0.02伏/1大格；1.794毫米/1大格；27克力/1小格；$x_A=2.51$毫米；$x_B=6.64$毫米。

图5　织针作用力波形图之二

机速：205转/分；*x* 轴：0.5毫秒/大格；*y* 轴：0.02伏/1大格；1.305毫米/1大格；27克力/1小格；$x_A=2.61$ 毫米；$x_B=6.786$毫米。

1.99米/秒时(图 5)，则不仅整个三角对织针作用力随速度的提高而有所提高，*A*、*B* 点处由于二阶导数突变而引起振动的影响也有显著的增大。

四、结论

二阶导数不连续或加速度突变对织针的影响，将相当于叠加一个突然作用到织针上的力(等于惯性力)。该力所引起的最大变位的幅度将比相同的力静止作用时所引起的变位大一倍。

在一般比较高速的针织机上，这种由于二阶导数不连续而引起的变位也不会太大，不必过分考虑如何设法减轻。但这种影响将随速度平方值的增大而比例地增大。在需要大大提高机速时，设计时就不得不充分注意到这一影响。

参 考 资 料

[1]《常用机构的原理及应用》，p.287，机械工业出版社，1978年。
[2]《上海纺织工学院学报》，1980，No.1 p. 30。
[3]《纺织学报》，1982，No.3，p.15～16。
[4] W. T. Thomson, "Theory of Vibration with Application", Prentice-Hall, Inc. p.83.
[5] S. 铁摩辛柯等著，胡人礼译，《工程中的振动问题》，p.63，人民铁道出版社，1978年。

(上接第54页)

根据 ε、M 的不同值可制成表 2，给定T_{max}/T_{min}值，由表 2 可确定变换齿轮组所需的最少齿轮数。

由应用举例数据 $\varepsilon=3\%$，$T_{max}/T_{min}=3.75$，则可查得最少阶段变换齿轮数M应为 8 或 7，而单只变换齿轮 $Z_C=33\sim39$ 或 40 齿，故最少变换齿轮组齿轮只数共15只。

若采用一对或两对按等比数列变换的变换齿轮时，齿轮只数更少，但有 1/2 的变换档数出现升速现象。就一般情况，变换齿轮只数减少得越多，则一次调换两只齿轮的机会就会增加，两者应合理统一，互相兼顾为宜。