

文章编号:1671-9352(2007)07-0054-04

(F, \bar{F}) -规律推理与规律挖掘

付海艳^{1,3}, 卢昌荆², 史开泉¹

(1. 山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100;

2. 三明学院 数学与计算机系, 福建 三明 365000;

3. 海南师范大学 计算机科学与教育技术系, 海南 海口 571158)

摘要:给出了 (F, \bar{F}) -规律推理以及 (F, \bar{F}) -规律推理的规律挖掘概念,提出了 (F, \bar{F}) -规律推理的规律挖掘定理与 (F, \bar{F}) -规律推理的规律挖掘原理.

关键词:函数单向 S-粗集;函数单向 S-粗集对偶; (F, \bar{F}) -规律推理,规律挖掘; (F, \bar{F}) -规律推理挖掘原理

中图分类号:O195; TP181 **文献标识码:**A

(F, \bar{F}) -law inference and law mining

FU Hai-yan^{1,3}, LU Chang-jing² and SHI Kai-quan¹

(1. School of Math. and System Sci., Shandong Univ., Jinan 250100, Shandong, China;

2. Dep. of Math. and Com., Sanming College, Sanming 365000, Fujian, China;

3. Dep. of Com. Sci. and Education Technology, Hainan Normal Univ., Haikou 571158, Hainan, China)

Abstract: Given the conceptions of (F, \bar{F}) -law inference and law mining of (F, \bar{F}) -law inference, a law mining theorem and law mining principle of (F, \bar{F}) -law inference is put forward. The law mining of (F, \bar{F}) -law inference is a new direction for seeking an unknown law in a system.

Key words: function one direction singular rough sets; dual function one direction singular rough sets; (F, \bar{F}) -law inference, law mining; the principal of law mining of (F, \bar{F}) -law inference

0 引言

一个常见的事实:一个系统在未受到外部因素(或内部因素)干扰时,系统具有的规律(系统规律)保持稳定.如果系统受到外部因素(或内部因素)干扰时,系统具有的规律将发生紊乱.能否利用推理的方式知道:若系统受到外部因素干扰,又受到内部因素干扰时,系统规律如何变化^[1-4]?对于认识动荡的投资规律,无疑是非常重要的.换一个说法,潜藏在系统中,还未被人们认识到的系统规律,能否利用推理的方式,把它从系统中挖掘出来?如果这个设想能够实现,我们就能够事先知道:当系统既受到外部因素干扰,又受到内部因素干扰时,系统规律的变化与系统规律的结构.本文给出 (F, \bar{F}) -规律推理的概念,给出 (F, \bar{F}) -规律推理的规律挖掘.

函数 S-粗集^[5,6]是用 R -函数等价类 $[u]$ 定义的,函数 S-粗集具有规律特征.函数单向 S-粗集^[5,6],函数单向 S-粗集对偶^[5,6]是函数 S-粗集的两类基本形式.函数单向 S-粗集,函数单向 S-粗集对偶为本文的讨论给

收稿日期:2006-04-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60364001,70461001);福建省自然科学基金项目(Z0511049);山东省自然科学基金项目(Y2004A04)

作者简介:付海艳(1978-),女,副教授,博士研究生,研究方向:粗系统理论与应用.E-mail: yanzi78@163.com

出了理论支持. 本文的结果是利用函数单向 S-粗集与函数单向 S-粗集对偶得到的, 它们的结构、特征见[5, 6].

约定 在 1, 2 的讨论中, R -函数等价类 $[u]$ 称作规律 $[u]$; 函数等价类 $[u]$, 规律 $[u]$, 不加区别, 直接使用. $\alpha \cup \{f(\beta_i)\}$ 表示对 α 属性补充, 记作 $(\alpha \leftarrow f)$; $\alpha \setminus \{f(\alpha_i)\}$ 表示对 α 属性删除, 记作 $(\alpha \rightarrow \bar{f})$; $\alpha \setminus \{f(\alpha_i)\} \cup \{f(\beta_i)\}$ 表示既对 α 属性删除, 又对 α 属性补充, 记作 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)$.

在 1 的讨论中, 给定规律 $[\mathcal{U}]$; $[u]_i, [u]_j$ 是 $[\mathcal{U}]$ 的子规律; $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i$ 是 $[u]_i$ 的属性集, $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 是 $[u]_j$ 的属性集; α 是 $[\mathcal{U}]$ 的属性集; “ \Rightarrow ”是“单蕴含”, “ \Leftrightarrow ”是“双蕴含”.

1 (F, \bar{F}) -规律推理与规律挖掘特征

定义 1.1 给定规律 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j} \in [\mathcal{U}]$; $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j \subseteq ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i$, 称 $\text{MID}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$ 是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的规律挖掘度 (mining degree), 简称 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的挖掘度, 如果

$$\text{MID}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) = \text{SUR}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) / \text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) = 1 - \text{CHV}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}). \quad (1.1)$$

称 $\text{SUR}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$ 是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的挖掘剩余 (surplus), 简称 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的挖掘剩余, 如果

$$\text{SUR}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) = \text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) - \text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (1.2)$$

定义 1.2 称 $\text{CHV}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$ 是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的挖掘 (F, \bar{F}) -特征值 (characteristic value), 简称 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的挖掘 (F, \bar{F}) -特征值, 如果

$$\text{CHV}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) = \text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) / \text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (1.3)$$

这里: $\text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$ 是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的粒度^[2].

在下面的讨论中, 设 $[\mathcal{U}]$ 是 \mathcal{S} 上的规律, $[u]_i \subset [\mathcal{U}]$ 是 $[\mathcal{U}]$ 的子规律, $[u]_i = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}, i = 1, 2, \dots, m$; 利用定义 1.1 ~ 1.2, 容易证明:

定理 1.1 (规律单蕴含 - 双蕴含规律挖掘定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集

1° 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j} \in [\mathcal{U}]$ 的挖掘度满足

$$\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})). \quad (1.4)$$

2° 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Leftrightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j} \in [\mathcal{U}]$ 的挖掘度满足

$$\text{IND}_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)}(\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})), \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}))). \quad (1.5)$$

证明 1° 事实上, 因为 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 或者 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \subseteq ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则有 $\text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}) \leq \text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$, $\text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}) \leq \text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$. 由定义 1.2 得到: $\text{CHV}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}) \leq \text{CHV}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$. 由定义 1.1, 有 $\text{MID}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}) \leq \text{MID}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$; 或者 $\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}))$.

2° 因为 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Leftrightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 或者 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i = ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则有 $\text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}) = \text{card}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})$, 易得(1.5).

定理 1.2 (规律后件扩张规律挖掘定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j} \in [\mathcal{U}]$ 的挖掘度满足

$$\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i} \cup [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})). \quad (1.6)$$

定理 1.3 (规律传递规律挖掘定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k} \in [\mathcal{U}]$ 的属性集, 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k$, 则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k} \in [\mathcal{U}]$ 的挖掘度满足

$$\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k})). \quad (1.7)$$

定理 1.4 (规律传递 - 后件扩张规律挖掘定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k$, 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k} \in [\mathcal{U}]$ 的属性集, 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k$, 则

$$\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i} \cup [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k})). \quad (1.8)$$

定理 1.5 (规律单蕴含 - 后件扩张单蕴含规律挖掘定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性集, 若 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j \cup ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_k \Rightarrow ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i$, 则

$$\text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i} \cup [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})) \leq \text{MID}(\text{IND}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i})). \quad (1.9)$$

定理 1.2 ~ 1.5 的证明与定理 1.1 的证明相似; 定理 1.2 ~ 1.5 的证明, 略.

定理 1.1 ~ 1.5 给出一个共同事实: 因为对规律 $[u]$ 的属性集 α 中的属性删除, 对属性 α 的属性补充, 引起规律 $[u]$ 的颗粒大小的变化, 使得潜藏在 $[u]$ 中的规律 $[u]^*$ 从 $[u]$ 中被挖掘. 显然, 规律挖掘伴随着规律的分辨, 3 中给出这些讨论.

2 (F, F̄)-规律推理与规律挖掘分辨

定理 2.1 (规律挖掘的 F-分辨定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, 而且 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_i$ 与 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_j$ 满足 $\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_i) = \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_j)$, 若

$$\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \geq \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, \quad (2.1)$$

则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ F-分辨, 而且

$$\text{DIS}_F([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (2.2)$$

证明 因为对 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_i$ 与对 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_j$ 满足 $\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_i) = \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_j)$; 对 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性补充 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i$ 与对 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性补充 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 满足 $\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \geq \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 则有 $\text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}) \leq \text{GRD}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j})$. 因此, $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$, 在元素迁移 $f \in F$ 的条件, 关于粒度可分辨, 则有(2.2). 这里, DIS 是 discernibility 的简写.

定理 2.2 (规律挖掘的 F̄-分辨定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, 而且 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性补充 $(\alpha \leftarrow f)_i$ 与 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性补充 $(\alpha \leftarrow f)_j$ 满足 $\text{card}((\alpha \leftarrow f)_i) = \text{card}((\alpha \leftarrow f)_j)$, 若

$$\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i \geq \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, \quad (2.3)$$

则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ F̄-分辨, 而且

$$\text{DIS}_{\bar{F}}([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (2.4)$$

证明与定理 2.1 类似, 证明略.

定理 2.3 (规律挖掘的 F-非分辨定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$, 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, 而且 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_i$ 与 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性删除 $(\alpha \rightarrow \bar{f})_j$ 满足

$\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_i) = \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f})_j)$, 若

$$\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i = \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, \quad (2.5)$$

则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ F -非分辨, 而且

$$\text{IND}_F([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (2.6)$$

定理 2.4 (规律挖掘的 \bar{F} -非分辨定理) 设 $((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i, ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j$ 分别是 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性集, 而且 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 的属性补充 $(\alpha \leftarrow f)_i$ 与 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ 的属性补充 $(\alpha \leftarrow f)_j$ 满足 $\text{card}((\alpha \leftarrow f)_i) = \text{card}((\alpha \leftarrow f)_j)$, 若

$$\text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i = \text{card}((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j, \quad (2.7)$$

则 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}$ 关于 $[u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}$ \bar{F} -非分辨, 而且

$$\text{IND}_F([u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_i}, [u]_{((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)_j}). \quad (2.8)$$

定理 2.3 ~ 2.4 分别是直接的事实, 定理 2.3, 2.4 的证明略.

利用 1, 2 的讨论, 得到

(F, \bar{F}) -规律推理的规律挖掘原理

潜藏在规律 $[u]$ 中的规律 $[u]^*$ 从 $[u]$ 中被挖掘, 规律 $[u]^*$ 的属性集 $\alpha^* = ((\alpha \rightarrow \bar{f}) \leftarrow f)$ 与规律 $[u]$ 的属性集 α 满足 $\alpha \Rightarrow \alpha^*$; $[u]^*$ 从 $[u]$ 中被挖掘依赖于属性集 α 中的属性删除与属性补充.

(F, \bar{F}) -规律挖掘的规律分辨原理

潜藏在规律 $[u]$ 中的规律 $[u]^*$ 从 $[u]$ 中被挖掘, $[u]^*$ 关于 $[u]$ 可分辨, 而且

$$\text{DIS}([u], [u]^*),$$

必有

$$\text{card}(\alpha^*) \geq \text{card}(\alpha).$$

这里: α 是 $[u]$ 的属性集, α^* 是 $[u]^*$ 的属性集.

1, 2 中给出的结果在风险投资规律分析, 系统规律故障识别中的应用与应用模型, 在另文中给出这些细节, 略.

3 讨论

函数单向 S-粗集是依据对函数等价类(规律) $[u]$ 中的元素补充(等价于 $[u]$ 的属性集 α 中的属性删除)被提出的^[5,6]; 函数单向 S-粗集对偶是依据对函数等价类(规律) $[u]$ 中的元素删除(等价于 $[u]$ 的属性集 α 中的属性补充)被提出的^[5,6]. 函数单向 S-粗集, 函数单向 S-粗集对偶都具有函数特征, 函数是一个规律. 函数单向 S-粗集, 函数单向 S-粗集对偶, 对于寻找系统(投资系统, 故障诊断系统, 图像识别系统, 通讯系统)中还没有被人们认识的规律^[1~3,7]的研究, 提供了一个新工具. 规律挖掘是函数 S-粗集中的一个新的研究方向.

参考文献:

- [1] SHI Kaiquan. Function S-rough sets and mining-discovery of rough law in system[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, (2): 318-326.
- [2] 张 萍, 史开泉, 卢昌荆. 函数 S-粗集与规律挖掘 - 分离[J]. 系统工程与电子技术, 2005, (11): 1899-1902.
- [3] ZHANG Ping, SHI Kaiquan. Function S-rough sets and rough law heredity-mining[J]. IEEE Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2005, (3): 148-152.
- [4] SHI Kaiquan, YAO Bingxue. Function S-rough sets and recognition of financial risk laws[J]. The First International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology, 2006, (1): 77-83.
- [5] SHI Kaiquan. Function S-rough sets and function transfer[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2005, (1): 1-8.
- [6] 史开泉. 函数 S-粗集[J]. 山东大学学报(理学版), 2005, (1): 1-10.
- [7] SHI Kaiquan. S-rough sets and knowledge separation[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2005, (2): 403-410.

(编辑: 李晓红)