

# 经编机张力杆的动力分析

汪群 孙明珠

(天津纺织工学院)

**【提要】** 本文就考克脱经编机所用的张力杆抽象成五个自由度的动力系统,对之进行了静力和动力分析,并讨论了各种参数对其调节作用和补偿作用的影响,为张力杆的设计与改进提供了理论基础和依据。

经编织物在织造过程中张力受到两方面的制约而产生波动。一方面由于经轴直径由大变小会使张力不断增大,另一方面在成圈过程中经纱的张力也会发生周期性的变化。考克脱经编机用张力杆和感应积极式送经机构从两个方面调整张力。随着经轴不断减小,张力不断增大,当张力大到一定程度时,便控制送经机构增大送经量使张力下降,这就是调节作用。另一方面,当成圈张力作周期性变化,张力杆随之作同步振动,从而调整张力,这就是补偿作用。

本文把张力杆抽象成五个自由度的振动系统,在此基础上对张力杆同时进行静力分析和动力分析,进而讨论各种参数对调节作用和补偿作用的影响。

## 一、张力杆的结构及其力学模型

图1为弹性张力杆结构简图。张力杆摆轴1可视为刚体,其上以固定端的形式连有21个片簧2和2个张力簧4,片簧的顶端用导纱帽3连在一起。片簧直接控制导纱帽,使经纱张力大时导纱帽向下摆动,张力小时向上摆动,把过剩的纱线从成圈区拉走,以保证成圈过程顺利进行。张力簧4用来控制张力杆摆轴1的摆角,当经纱张力大到(或小到)一定程度时,摆轴1带动拨杆6使常开触点7、8闭合,电流接通,给出增大(或减少)送经量的讯号。

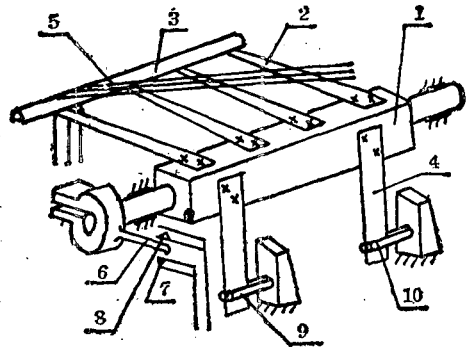


图1 弹性张力杆结构图

- 1—摆轴; 2—片簧; 3—导纱帽; 4—张力簧;
- 5—纱线; 6—拨杆; 7、8—触点; 9、10—夹辊。

为使问题简单起见,我们把5个片簧并在一起,近似地把原21个片簧看成4个大片簧,并把导纱帽的质量分成四份,分别加在4个大片簧的顶端,此时的导纱帽抽象成为无质量的连续弹性体。

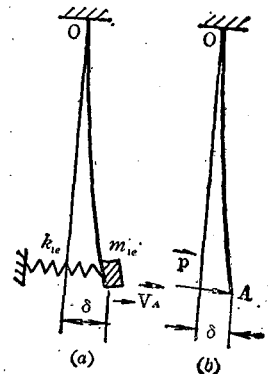


图2 张力簧的力学模型

首先根据能量相等原理简化张力簧和片簧。图2(a)为张力簧的力学模型，张力簧的速度分布与绕O轴作定轴转动的速度分布相同。设 $\vec{V}_A$ 为其端点的速度，由动能相等有：

$$J_1(V_A/l_1)^2/2 = m_{1e}V_A^2/2$$

$$m_{1e} = J_1/l_1^2 = m_1/3$$

式中： $m_1$ 、 $l_1$ 分别为张力簧的原质量和长度， $m_{1e}$ 为张力簧模化后的等效质量。

为了求等效刚度 $k_{1e}$ ，可把张力簧看成图2(b)所示的悬臂梁，由势能相等可推出：

$$k_{1e} = p/\delta$$

等效刚度 $k_{1e}$ 可通过实测 $p$ 和 $\delta$ 而求得。

同理可得片簧的等效质量 $m_{2e}$ 和等效刚度 $k_{2e}$ (图3)：

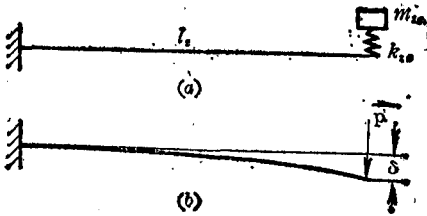


图3 片簧等效质量和等效刚度模型

$$m_{2e} = J_2/l_2^2 + m_d + m_t$$

$$k_{2e} = p/\delta$$

式中： $J_2$ 为片簧对摆轴轴线的转动惯量， $l_2$ 为片簧的长度， $m_d$ 为相应段导纱帽的质量， $m_t$ 为尼龙套的质量。

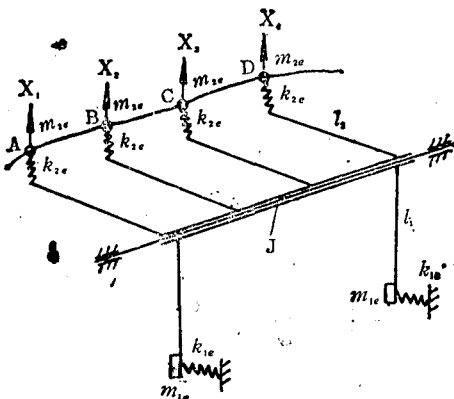


图4 5个自由度的力学模型

张力簧和片簧经以上简化后，图1所示的弹性张力杆就可抽象成图4所示具有5个自由度的力学模型。

## 二、运动微分方程式

取图4中的A、B、C、D四点的绝对位移 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$ 和摆轴的转角 $\theta$ 为广义坐标。根据生产实际情况，可设A、B、C、D受到的纱线张力相等，其铅垂方向的分量可表示为：

$$P = y_0 + y \sin \omega t$$

$y_0$ 为静载荷分量，由于调节作用的存在， $y_0$ 可视为常量。 $y \sin \omega t$ 为成圈工艺所产生的张力变化。

根据以上力学模型，不难写出系统的动能、势能、广义力。然后代入拉格朗日方程，可得到该系统的振动方程如下：

$$M\ddot{q} + Kq = Q \tag{1}$$

式中：

$$M = \begin{pmatrix} J + 2m_{1e}l_1^2 & & & & \\ & m_{2e} & & & 0 \\ & & m_{2e} & & \\ & & & m_{2e} & \\ & & & & m_{2e} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 2k_{1e}l_1^2 + 4k_{2e}l_2^2, & B, & B, & B, & B \\ B, & 2A + k_{2e}, & -5A, & 4A, & -A \\ B, & -5A, & 14A + k_{2e}, & -13A, & 4A \\ B, & 4A, & -13A, & 14A + k_{2e}, & -5A \\ B, & -A, & 4A, & -5A, & 2A + k_{2e} \end{pmatrix}$$

$$\ddot{q} = [\ddot{\theta} \quad \ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2 \quad \ddot{x}_3 \quad \ddot{x}_4]^T$$

$$q = [\theta \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$$

$$A = 3EI/2l^4 \quad B = -K_{2e}l_2$$

## 三、静力分析和动力分析

### 1. 静力分析

首先考虑该系统在常力作用下的静位移，此时有：

$$y \sin \omega t = 0; \ddot{\theta}_{st} = \ddot{x}_{1st} = \ddot{x}_{2st} = \ddot{x}_{3st} = \ddot{x}_{4st} = 0$$

方程(1)变为:

$$Kq_{st} = [0 \ y_0 \ y_0 \ y_0 \ y_0]^T = Q_0$$

由此可解出:

$$q_{st} = K^{-1}Q_0$$

即

$$\begin{pmatrix} \theta \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}_{st} = K^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \\ y_0 \\ y_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

### 2. 固有频率及主振型

首先通过座标变换消去干扰力中的常数项, 令:

$$\begin{pmatrix} \theta \\ x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta \\ x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{pmatrix}_{st}$$

即

$$q = \bar{q} + q_{st} \quad (3)$$

此外, 尚有:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y_0 + y \sin \omega t \\ \vdots \\ y_0 + y \sin \omega t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \\ \vdots \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \sin \omega t \\ \vdots \\ y \sin \omega t \end{pmatrix}$$

即

$$Q = Q_0 + \bar{Q} \quad (4)$$

以式(3)(4)代入(1), 考虑到 $\ddot{q}_{st} = 0, Kq_{st} = Q_0$  则有:

$$M\ddot{\bar{q}} + K\bar{q} = \bar{Q} \quad (5)$$

按有关方法<sup>[1]</sup> 可以求得各阶固有频率 $p_1, \dots, p_5$ 以及主振型, 从而得模态矩阵:

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & \vdots & u_{51} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{15} & \vdots & u_{55} \end{bmatrix}$$

### 3. 响应的计算

各阶固有频率及模态矩阵 $[u]$ 算出后, 利用主振型叠加法<sup>[1]</sup>, 可以很方便地算出 $\bar{\theta}, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_4$ , 考虑到静力位移, 有:

$$\begin{cases} \theta = \bar{\theta} + \theta_{st} \\ x_j = \bar{x}_j + x_{jst} \quad (j=1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

### 四、计算实例

下面结合常德纺织机械厂生产的GE271

型经编机进行具体计算。

#### 1. 固有频率及模态矩阵

按该机说明书的数据, 可以算出:  $J=5.26 \times 10^{-4}$  千克·米<sup>2</sup>,  $m_{1c}=0.023$  千克,  $m_{2c}=0.122$  千克,  $l_1=10.4$  厘米,  $l_2=9.2$  厘米,  $E=2.1 \times 10^{11}$  牛/米<sup>2</sup>,  $I=1.88 \times 10^{-9}$  米<sup>4</sup>, 模化后片簧的间距 $l=0.7$ 米。

由实验测得:  $k_{1c}=1800$  牛/米,  $k_{2c}=13500$  牛/米。

在以上条件下, 可以算出前三阶固有频率和前三阶截断模态矩阵:

$$p_1 = 84.6 \text{ 弧度/秒}, \quad p_2 = 332.7 \text{ 弧度/秒}, \quad p_3 = 388.7 \text{ 弧度/秒}$$

$$U = \begin{pmatrix} 0.9811 & 0 & 0 \\ 0.0965 & 0.6709 & 0.4998 \\ 0.0965 & 0.2235 & -0.5000 \\ 0.0965 & -0.2237 & -0.4999 \\ 0.0965 & -0.6707 & 0.5002 \end{pmatrix}$$

#### 2. 工作频率对动力响应的影响

我们取广义力表达式中的 $y_0 = -5$  牛,  $y = -1.5$  牛, 给定不同的工作频率可以求出摆轴的转角 $\bar{\theta}$ 及A、B、C、D四点的位移响应 $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_4$ 如表1所示。

表1 工作频率 $\omega$ 对动力响应的影响

$\omega$ (弧度/秒)	65	75	80	85	90	95
$\bar{\theta}_0$ (弧度)	-0.035	-0.067	-0.136	1.515	0.109	0.055
$\bar{x}_0$ (毫米)	-3.45	-6.59	-13.34	149.0	10.71	5.41

注: A、B、C、D四点的动力响应基本一致, 这里把振幅简记作 $x_0$ 。

由表1可知:

(1) 各点振幅相同(以后就用统一符号 $\bar{x}_0$ 表示)。这是由于假定各点有相同的纱线张力所致。

(2) 当 $\omega < p_1$ 时, 响应 $(\bar{\theta}_0 \sin \omega t$ 与 $\bar{x}_0 \sin \omega t)$ 与纱线张力同相位, 且随工作频率的提高而加大。当 $\omega > p_1$ 时, 响应与纱线张力相位相反, 此时起不到张力补偿作用, 反而会加大张力的不均匀。

#### 3. 张力簧的模化质量 $m_1$ 以及导纱帽、

尼龙套、片簧的模化质量 $m_2$ 。对动力响应的影 响,其他条件不变,分别变化 $m_{1e}$ 、 $m_{2e}$ 的数值,计算结果见表2、3。

表2  $m_{1e}$  对动力响应的影响 ( $m_{2e}=0.122$ 千克)

$m_{1e}$ (千克)	0.0184	0.0207	0.023	0.0253	0.0276
$p_1$ (弧度/秒)	85.3	85.0	84.6	84.2	83.9
$p_2$ (弧度/秒)	332.6	332.7	332.7	332.7	332.7
$\theta_0$ (弧度)	-0.044	-0.045	-0.046	-0.046	-0.047
$\bar{x}_0$ (毫米)	-4.316	-4.395	-4.477	-4.566	-4.654

表3  $m_{2e}$  对动力响应的影响 ( $m_{1e}=0.032$ 千克)

$m_{2e}$ (千克)	0.0976	0.1098	0.122	0.1342	0.1464
$p_1$ (弧度/秒)	92.5	88.3	84.6	81.3	78.4
$p_2$ (弧度/秒)	371.9	350.7	332.7	317.2	303.7
$\theta_0$ (弧度)	-0.033	-0.038	-0.046	-0.055	-0.071
$\bar{x}_0$ (毫米)	-3.302	-3.802	-4.477	-5.454	-6.965

把以上两表的位移响应绘成曲线见图5。

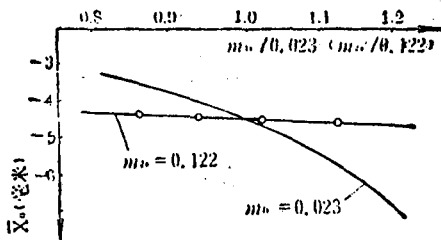


图5 位移响应曲线

由图5可以看出:(1) $m_{1e}$ 、 $m_{2e}$ 均在80~120%范围内变化,对位移响应的影响却大不相同, $m_{2e}$ 比 $m_{1e}$ 的影响要显著得多。(2) $m_{2e}$ 增大10%和减小10%对位移响应的影响又不一样, $m_{2e}$ 增大使基频降低,靠近工作频率,从而使 $\bar{x}_0$ 的变化更为显著。

4. 张力簧的模化刚度 $k_{1e}$ 及片簧的模化刚度 $k_{2e}$ 对动力响应的影响,其他条件不变,

表4  $k_{1e}$  对动力响应的影响 ( $k_{2e}=13500$ 牛/米)

$k_{1e}$ (牛/米)	1440	1620	1800	1980	2160
$p_1$ (弧度/秒)	76.1	80.5	84.6	88.5	92.2
$p_2$ (弧度/秒)	332.7	332.7	332.7	332.7	332.7
$\theta_0$ (弧度)	-0.117	-0.065	-0.046	-0.035	-0.028
$\bar{x}_0$ (毫米)	-11.333	-6.394	-4.477	-3.455	-2.822

表5  $K_{2e}$ 对动力响应的影响 ( $K_{1e}=1800$ 牛/米)

$k_{2e}$ (牛/米)	10800	12150	13500	14850	16200
$p_1$ (弧度/秒)	84.0	84.4	84.6	84.8	85.0
$p_2$ (弧度/秒)	297.5	315.6	332.7	348.9	364.4
$\theta_0$ (弧度)	-0.047	-0.046	-0.046	-0.045	-0.045
$\bar{x}_0$ (毫米)	-4.704	-4.574	-4.477	-4.399	-4.336

分别变动 $k_{1e}$ 、 $k_{2e}$ ,算得动力响应见表4、5。

把以上两表位移响应绘成曲线见图6。

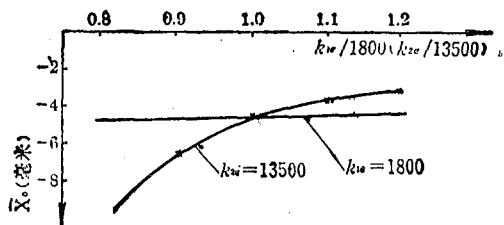


图6 位移响应曲线

由以上图表可以看出:(1)变化同样大的百分比, $k_{1e}$ 的影响要比 $k_{2e}$ 的影响显著,这是因为 $k_{2e}$ 的变化对基频 $p_1$ 的影响不大。(2) $k_{1e}$ 减小时,使基频降低,接近于工作频率,所以对响应的影响较 $k_{1e}$ 增大时的影响为大。

## 五、结 论

1. GE271型经编机的弹性张力杆振动系统的前三阶固有频率约为84.6弧度/秒、332.6弧度/秒和388.7弧度/秒。该机的工作转速范围为600~800转/分,即干扰力的频率为62.8~83.4弧度/秒。天津针织厂实际转速为650转/分,即68弧度/秒,约为第一固有频率的80%。

2. 计算结果表明:工作频率低于第一固有频率时,导纱帽各点振动与干扰力同相,工作频率高于第一固有频率时,各点振动与干扰力反相,张力杆反向补偿。因此工作频率只能低于第一固有频率,但不能太低。据资料报道<sup>[1]</sup>“使其自然频率超过其被迫振动主频率10倍或更多”值得商榷。因为(1)如果

(下转第34页)

(上接第25页)

自然频率(即固有频率)超过被迫振动主频率(即干扰力频率)10倍或更多,则固有频率将达700弧度/秒,这与实际不符;(2)从理论上讲,当  $p_1 \gg \omega$  时  $\beta \approx 1$ , 即动力响应和静力响应就基本上一致,张力杆只有静变形,不能由于振动而起到补偿作用。

3. 从图5和图6可知,改变等效质量和等效刚度都对动力响应有影响。对质量来说,  $m_{2e}$  的影响要大得多。对刚度来说,  $k_{1e}$  的影响是主要的。减小  $m_{2e}$  或增大  $k_{1e}$  都能提高固

有频率,从而减小动力响应。

4. 由材料力学知:

$$k_{1e} = 3EI/l_1^3$$

只要把图1中的夹辊9、10做成可调节的(这一点不难做到),就能很方便地调节  $k_{1e}$ , 从而获得最佳补偿效果。

### 参 考 资 料

- [1] 汪群:《纺织机械振动学》,天津纺织学院讲义,1984。  
[2] 天津纺织工学院主编:《针织学》,第三分册,经编, P.206, 1980。

消息报道

### 提供解决棉针织物上红蓝 疵点的方法

棉织物(纯棉、混棉)在漂白之前,坯布呈米黄色,无其他杂色。采用双氧水一浴法或碱煮氯漂白工艺后,产品上经常出现红蓝色素。这种现象已存在

几十年了,特别在针织品上这些红蓝疵点现象就更多,严重地影响产品质量,现经我院多年研究,目前已基本得到解决。采用本院提供的办法,可以大幅度地降低由于红蓝疵点引起的次品率,欢迎有关厂家来我院洽谈业务。

(上海市纺织科学研究院南方测试中心徐台顺)