

文章编号:1671-9352(2007)04-0006-04

# 改进的7轮 AES-192 的碰撞攻击

张闻宇,张海纳

(山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

**摘要:**对7轮 AES-192 的碰撞攻击进行了改进.改进的碰撞攻击是基于 Gilbert 和 Minier 的攻击过程并且利用了一些 AES-192 的密钥特性.改进的攻击可以使用  $2^{123}$  字节的存储通过大约  $2^{120}$  次加密运算来恢复主密钥,此过程比 Gilbert 和 Minier 的攻击过程提高了  $2^{24}$  倍而只需增加  $2^8$  倍的存储量.如果保持存储量不变,改进的攻击过程需要大约  $2^{127}$  次加密运算.

**关键词:** AES;碰撞攻击;区分器

**中图分类号:** TP300 **文献标识码:** A

## Improved collision attack on 7 round AES-192

ZHANG Wen-yu and ZHANG Hai-na

(School of Math. And System Sci., Shandong Univ., Jinan 250100, Shandong, China)

**Abstract:** An improved collision attack on 7 round AES-192 is given. This attack is based on the result of Gilbert and Minier and the utilization of some properties of AES-192 key schedule. The improved attack can recover the main key by about  $2^{120}$  encryption operations and  $2^{123}$  bytes of memory. Compared with Gilbert-Minier's attack, the time complexity of this attack decreases  $2^{24}$  times with  $2^8$  times increase in memory. When the same memory is used as Gilbert-Minier's attack, the time complexity is about  $2^{127}$  encryption operations.

**Key words:** AES; collision attack; distinguisher

## 0 引言

Advanced Encryption Standard(AES)是明文分组为128位,密钥长度为128,192或者256位的对称密码算法. AES-192的密钥长度为192位,总共有12轮.目前有很多对AES-192的分析结果<sup>[1-5]</sup>,最好的分析结果是针对7轮的AES-192.本文我们针对7轮AES-192的碰撞攻击进行了改进.对AES的碰撞攻击最早由H. Gilbert和M. Minier提出<sup>[2]</sup>,他们采用 $2^{115}$ 字节的存储通过大约 $2^{144}$ 次运算来恢复主密钥.本文中改进的碰撞攻击使用 $2^{123}$ 字节的存储通过大约 $2^{120}$ 次运算来恢复主密钥,此过程比Gilbert和Minier的攻击过程提高了 $2^{24}$ 倍而只需增加 $2^8$ 倍的存储量.如果保持存储量不变,我们的攻击过程需要大约 $2^{127}$ 次运算.

本文的内容分为以下几个部分:首先我们对AES-192算法进行简单描述,然后是改进的碰撞攻击的过程,接下来我们对改进的碰撞攻击的过程进行进一步的优化,最后是本文的结论.

## 1 对 AES-192 算法的描述

AES-192 的128位分组  $Y$  可以表示成  $4 \times 4$  的方阵  $Y = (Y_{i,j})$ :

收稿日期:2007-03-06

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(90604036);国家杰出青年基金资助项目(60525201);国家973计划资助项目(2007CB807902)

作者简介:张闻宇(1979-),男,博士研究生,主要研究方向:对称密码的分析与设计.

$Y_{0,0}$	$Y_{0,1}$	$Y_{0,2}$	$Y_{0,3}$
$Y_{1,0}$	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$	$Y_{1,3}$
$Y_{2,0}$	$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$	$Y_{2,3}$
$Y_{3,0}$	$Y_{3,1}$	$Y_{3,2}$	$Y_{3,3}$

AES 的轮变换对 128 位的中间状态进行下面四个基本变换:

- 字节替换(ByteSub, BS): 当前状态以字节为单位通过 AES 的 S 盒.
- 行移位(ShiftRow, SR): 当前状态的第  $i$  行循环左移  $i$  个字节,  $i = 0 \cdots 3$ .
- 列混合(MixColumn, MC): 当前状态的每一列与  $4 \times 4$  的列混合矩阵相乘.
- 密钥异或(AddRoundKey, ARK): 当前状态与轮密钥按字节异或.

AES-192 由初始密钥异或, 11 轮轮变换, 以及最后一轮不包含列混合的轮变换组成.

AES-192 的轮密钥采用下面的密钥方案生成. 192 位的密钥扩展  $K$  成一组密钥  $W_0, W_1, \cdots, W_{51}$ , 每个  $W_i$  由 4 个字节组成.  $W_0 \cdots W_5$  直接由  $K$  初始化,  $W_i, i = 6 \cdots 51$  通过下面步骤生成:

$$\text{if } i \bmod 6 = 0 \quad W_{i-1} = \text{SubByte}(\text{RotByte}(W_{i-1})) \oplus \text{Rcon}[i/6],$$

$$W_i = W_{i-6} \oplus W_{i-1}.$$

其中  $\text{RotByte}(W)$  将  $W$  循环左移 1 个字节,  $\text{Rcon}[i] = (RC[i], 0, 0, 0)$ , 这里  $RC[i]$  是  $x^{i-1}$  在  $GF(2^8)$  中的取值. 第  $r$  轮的轮密钥  $K^r$  由  $W_{4r+i}, i = 0 \cdots 3$  组成, 我们也把  $K^r$  作为  $4 \times 4$  的方阵  $K_{i,j}^r$  处理.

对于上面描述的 AES-192 的密钥方案, 我们有以下两个性质. Lucks 在 [3] 中介绍了这样的性质: 如果我们知道第 7 轮的密钥  $K^7$ , 即  $W_{28}, W_{29}, W_{30}, W_{31}$ , 我们可以得到第 6 轮的前两列密钥:

$$W_{24} = \text{SubByte}(\text{RotByte}(W_{29})) \oplus W_{30} \oplus \text{Rcon}[5],$$

$$W_{25} = W_{30} \oplus W_{31}.$$

我们可以按如下方式<sup>[6]</sup>推导  $W_i, i = 6 \cdots 51$ :

$$\begin{aligned} W_6 &= W_0 \oplus f_6(W_5), \\ W_7 &= W_1 \oplus W_6 = W_0 \oplus W_1 \oplus f_6(W_5), \\ &\vdots \\ W_{24} &= W_0 \oplus f_6(W_5) \oplus f_{12}(W_{11}) \oplus f_{18}(W_{17}) \oplus f_{24}(W_{23}), \\ W_{25} &= W_1 \oplus f_{12}(W_{11}) \oplus f_{24}(W_{23}), \\ &\vdots \\ W_{28} &= W_0 \oplus W_4 \oplus f_6(W_5) \oplus f_{12}(W_{11}) \oplus f_{18}(W_{17}) \oplus f_{24}(W_{23}), \\ W_{29} &= W_1 \oplus W_5 \oplus f_{12}(W_{11}) \oplus f_{24}(W_{23}). \end{aligned}$$

其中  $f_i$  在密钥方案中定义. 从以上推导的过程我们可以得到下面的性质:

$$W_4 = W_{24} \oplus W_{28}, \quad W_5 = W_{25} \oplus W_{29}.$$

在下一节描述的碰撞攻击过程中, 将用到上述两个性质来进行选择明文的划分和攻击过程的改进.

## 2 改进的 AES-192 的碰撞攻击

这一节我们首先简要描述 H. Gilbert 和 M. Minier 在 [2] 中建立的用于 7 轮碰撞攻击的区分器, 然后描述我们的改进的碰撞攻击过程, 关于原始的碰撞攻击的更多细节请参阅 [2].

在 [2] 中, 基于 3 轮 AES 变换中存在的字节碰撞, 作者建立了 4 轮的区分器用于进行 7 轮碰撞攻击. 本节基于 [2] 我们建立类似的区分器, 可以描述为: 对于  $Y^5$  的第 2 列 4 个字节, 我们可以进行逆变换得到  $Y_{0,1}^4 = \text{SubByte}^{-1}[(0E \cdot Y_{0,1}^5 \oplus 0B \cdot Y_{1,1}^5 \oplus 0B \cdot Y_{2,1}^5 \oplus 09 \cdot Y_{3,1}^5) \oplus \omega_{0,1}^5]$ , 此处  $\omega_{0,1}^5$  为  $K^5$  通过列混合的逆变换之后对应位置的字节值. 简记  $0E \cdot Y_{0,1}^5 \oplus 0B \cdot Y_{1,1}^5 \oplus 0D \cdot Y_{2,1}^5 \oplus 09 \cdot Y_{3,1}^5$  为  $f^c(y)$ . 通过对  $y = 0, 1, 16$  时函数  $f^c(y)$  对  $c$  碰撞

的检测来判断字节碰撞是否发生,并且这种检测操作的运算量少于一次 AES 的加密操作.下面我们分两部分详细描述改进的碰撞攻击过程.

### 2.1 对碰撞攻击过程的改进

选择  $2^{32}$  的明文  $Y^0$ ,使其满足:  $Y_{0,1}^0, Y_{1,2}^0, Y_{2,3}^0, Y_{3,0}^0$  取遍所有可能值,  $Y^0$  的其它字节为常数值.加密这些明文得到  $2^{32}$  的密文,我们的改进攻击按照下面过程进行(如图 1 所示).

图 1 改进的 7 轮 AES-192 的碰撞攻击

Fig.1 The improved collision attack on 7 round AES-192

(1) 猜测 4 字节密钥  $K_{0,1}^0, K_{1,2}^0, K_{2,3}^0, K_{3,0}^0$ ,与明文  $Y^0$  的对应字节异或,再猜测 4 字节密钥  $K_{0,1}^1, K_{1,1}^1, K_{2,1}^1, K_{3,1}^1$ (即  $W_5$ ),记所猜的 8 字节密钥为  $K_{top}$ ,这样我们可以得到  $Y^2$  的第 2 列的值.将  $2^{32}$  明文进行如下划分使得所得  $2^{24}$  子集合满足下列条件:

- ◆  $y$  取遍 0 到 255 的所有值,三元字节向量组  $c$  为常数值,并且一组  $c$  值对应一个子集合.
- ◆  $Y^2$  的其它 12 个字节为常数值且对所有的子集合都相等.

从上面划分的  $2^{24}$  个子集合中选择  $2^{16}$  个,进行下一步.

(2) 猜测  $K_{0,2}^7, K_{0,3}^7, K_{1,1}^7, K_{1,2}^7, K_{2,0}^7, K_{2,1}^7, K_{3,0}^7, K_{3,3}^7$  的所有可能取值,部分解密最后一轮,再猜测 2 字节密

钥  $\omega_{2,3}^6, \omega_{3,2}^6$ , 对所有猜测的密钥字节预计算  $f^c(y)$  的右半部分(记为  $f_r$ ), 其中  $y = 0 \cdots 15$ , 将计算结果存入临时表格. 基于这些不同  $c$  值对应的表格, 根据所有猜测的密钥计算  $(f_r^c(y) \oplus f_r^*(y))_{y=0 \cdots 15}$  并将结果按顺序存入一个表格. 预计算部分所需存储为  $2^{80} \cdot 2^4 \cdot 2^{31} = 2^{115}$  字节. 同样的预计算过程也可以对  $f^c(y)$  的左半部分(记为  $f_l$ ) 进行, 所需存储量大小相同.

(3) 对应于上述预计算过程, 猜测  $K_{0,0}^7, K_{1,0}^7, K_{2,3}^7$  或  $K_{2,3}^7$  之一,  $K_{3,1}^7$  或  $K_{3,2}^7$  之一, 共 4 字节密钥, 我们可以对  $y = 0 \cdots 15$  计算  $f_l^c(y)$ , 再计算  $(f_l^c(y) \oplus f_l^*(y))_{y=0 \cdots 15}$  并在预计算得到的表格中查询是否有同样的取值. 如果对  $y = 0 \cdots 15$  所计算的值都相等, 则对其它所有的值进行上述计算, 如果都相等, 则返回此时对应的所有猜测的密钥. 此过程的时间复杂度少于  $2^{64} \cdot 2^{32} \cdot 2^{31} = 2^{127}$  次 AES 变换. 同样的攻击过程对于另外的预计算过程也可以进行, 复杂度相同.

上述攻击过程就是从所有  $2^{32}$  可能取值中随机选取  $2^{16}$  个测试所得结果是否相等的过程, 根据生日假设, 此碰撞测试过程中发生碰撞的概率大约为  $\frac{1}{2}$ , 故攻击成功的概率为  $\frac{1}{2}$ .

## 2.2 攻击过程的进一步优化

对于上面描述的改进的碰撞攻击过程, 我们可以进行进一步的优化, 使得存储与时间复杂度通过权衡达到最优, 优化过程为:

(1) 在上面攻击过程的第 2 步, 我们可以猜测  $W_{30}, W_{31}$  的所有可能值, 此时我们可以得到  $W_{29} = W_5 \oplus W_{30} \oplus W_{31}$ , 继而根据密钥方案得到  $W_{24}, W_{25}$ , 再猜测  $K_{0,0}^7, K_{1,0}^7, K_{2,0}^7$  或  $K_{3,0}^7$  之一共 3 字节密钥, 我们可以对  $y = 0 \cdots 15$  计算  $f_l^c(y)$ , 存入临时表格, 再根据不同  $c$  值对应的表格计算  $(f_l^c(y) \oplus f_l^*(y))_{y=0 \cdots 15}$  并将结果按顺序存入一个表格. 此时预计算部分所需存储为  $2^{88} \cdot 2^4 \cdot 2^{31} = 2^{123}$  字节.

(2) 猜测  $\omega_{2,3}^6, \omega_{3,2}^6, K_{3,0}^7$  或  $K_{2,0}^7$  之一共 3 字节密钥, 根据预计算过程中猜测的密钥, 我们可以对  $y = 0 \cdots 15$  计算  $f_r^c(y)$ , 然后计算  $(f_r^c(y) \oplus f_r^*(y))_{y=0 \cdots 15}$  并在预计算得到的表格中查询是否有同样的取值存在. 如果对  $y = 0 \cdots 15$  所计算的值都相等, 则对其它所有  $y$  的值进行上述计算, 如果都相等, 则返回此时对应的所有猜测的密钥. 此过程的时间复杂度少于  $2^{64} \cdot 2^{24} \cdot 2^{31} = 2^{119}$  次 AES 变换. 考虑到预计算的时间复杂度大约等于  $2^{119}$  次 AES 变换, 所以攻击过程的总复杂度为  $2^{120}$  次 AES 变换.

上述优化的攻击过程可以使用  $2^{123}$  字节存储和  $2^{120}$  次加密运算恢复主密钥. 攻击过程的成功概率为  $\frac{1}{2}$ .

## 3 结论

本文给出了改进的 7 轮 AES-192 的碰撞攻击. 我们的攻击可以使用  $2^{123}$  字节的存储通过大约  $2^{120}$  次加密运算来恢复主密钥, 此过程比 Gilbert 和 Minier 的攻击过程提高了  $2^{24}$  倍而只需增加  $2^8$  倍的存储量. 如果保持存储量不变, 我们的攻击过程需要大约  $2^{127}$  次加密运算.

### 参考文献:

- [1] N Ferguson, J Kelsey, B Schneier, et al. Improved cryptanalysis of rijndael, selected areas in cryptography 2003[M]. Ottawa: Springer-Verlag, 2004.
- [2] H Gilbert, M Minier. A Collision Attack on 7 rounds of rijndael, the third advanced encryption standard candidate conference[M]. New York: Springer-Verlag, 2000.
- [3] S Lucks. Attacking seven rounds of rijndael under 192-bit and 256-bit keys, the third advanced encryption standard candidate conference [M]. New York: Springer-Verlag, 2000.
- [4] M Minier. A three rounds property of the AES, advanced encryption standard-AES: 4th international conference[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [5] W Phan. Impossible differential cryptanalysis of 7-round advanced encryption standard (AES)[J]. Information Processing Letters, 2004, 91(1):33 ~ 38.
- [6] F Armknecht, S Lucks. Linearity of the AES key schedule[M]. Berlin: Springer, 2005. 159 ~ 169.

