文章编号:1671-9352(2007)07-0062-04

不确定奇异系统的鲁棒故障诊断滤波器设计

陈　莉

(山东经济学院　概率统计与保险精算研究所, 山东　济南　250014)

摘要:研究了带参数不确定性和干扰输入的奇异系统的鲁棒故障诊断滤波器设计问题.设计 H_∞ 滤波器作为残差产生器,使残差与故障加权之间的误差尽可能小.给出了残差误差系统对所有满足条件的不确定性是容许的且残差误差与干扰输入的 L_2 范数的比值最小的充要条件,并给出残差产生器各系数矩阵的求解方法.

关键词: 奇异系统;故障诊断残差产生器;H_∞ 滤波器;线性矩阵不等式

中图分类号: O23; TP13　　**文献标识码**:A

The robust fault diagnosis filter design for uncertain singular systems

CHEN Li

(Institute of Statistics and Actuary, Shandong Economic Univ., Jinan 250014, Shandong, China)

Abstract: The robust fault diagnosis residual generator design problem for singular systems with parameter uncertainty and disturbance input is studied. A H_∞ filter is designed as a residual generator to make the error between residual and the weighting function matrix of the fault as small as possible. Sufficient and necessary conditions are given, of which the residual error system is admissible for all the uncertainty satisfying the given conditions and minimizing the ratio of the L_2 norm of the residual error and disturbance input. The method to obtain the coefficient matrices of the residual generator is given.

Key words: singular systems; fault diagnosis residual generator; H_∞ filter; linear matrix inequality

0　引言

奇异系统又称为广义系统或微分代数系统,是比正常状态空间系统更一般的系统.奇异系统不仅具有微分方程所描述的动态约束,并且具有代数方程所描述的静态约束,比起仅含有动态变量的正常状态空间系统来说,用它来描述的物理系统更具有广泛性.自上世纪七十年代以来, 奇异系统理论取得了明显进展[1,2].许多线性系统的控制问题已被推广到奇异系统,如 LQ 调节器问题,H_2 控制问题,H_∞ 控制问题等等.但对于奇异系统故障诊断问题的研究成果尚少[3~6],且大多数研究成果没有考虑系统的模型不确定性.文献[6]研究的奇异时滞系统虽然考虑了模型不确定性,但其设计目标要求残差与干扰全解耦,而这一点在实际中是难以实现的.

本文将要研究一类模型不确定奇异系统的鲁棒故障诊断问题,将 FDF(Fault Diagnosis Filter,故障诊断滤波器)设计归结为 H_∞ 滤波问题,使残差逼近故障的加权(不要求干扰全解耦),并通过求解线性矩阵不等式(Linear matrix inequality,简记为 LMI)得到 FDF 问题的解.

收稿日期:2007-01-15

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(Y2004A05,Y2004A07)

作者简介:陈　莉(1979-　),女,博士研究生,讲师,主要从事奇异系统的鲁棒控制,鲁棒稳定性,故障诊断与容错控制的研究.

E-mail: lilydongchen@163.com

1　问题描述

考虑奇异系统

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + B_f f(t) + B_d d(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + D_f f(t) + D_d d(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x \in \mathbf{R}^n, u \in \mathbf{R}^r, y \in \mathbf{R}^m, f \in \mathbf{R}^l$ 和 $d \in \mathbf{R}^g$ 分别为状态、控制输入、测量输出、故障和未知输入向量.假设 u, f, d 均为 L_2 范数有界的信号. $\mathrm{rank}\boldsymbol{E} = p, 0 < p \leq n$. $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{B}_f, \boldsymbol{B}_d, \boldsymbol{D}_f$ 和 $\boldsymbol{D}_d$ 为具有适当维数的已知实常数矩阵. $\Delta \boldsymbol{A}$ 和 $\Delta \boldsymbol{B}$ 为参数不确定性矩阵,且

$$[\Delta A \quad \Delta B] = MF(\sigma)[N_A \quad N_B], \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{N}_A, \boldsymbol{N}_B$ 是具有适当维数的已知实常数矩阵.不确定矩阵 $\boldsymbol{F}(\sigma)$ 满足:

$$F(\sigma)F^{\mathrm{T}}(\sigma) \leq I. \tag{3}$$

首先给出关于奇异系统的几个定义.对于奇异系统

$$E\dot{x}(t) = Ax(t), \tag{4}$$

有如下定义:

定义 1[1,7]　系统(4)称为是(1)正则的,如果 $\det(s\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}) \not\equiv 0$;(2)无脉冲的,如果 $\deg(\det(s\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A})) = \mathrm{rank}\boldsymbol{E}$;(3)稳定的,如果 $\det(s\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}) = 0$ 的根均具有负的实部;(4)容许的,如果系统(4)正则、无脉冲、稳定.

一般来讲,当系统存在模型不确定性时难以实现残差对控制输入和未知输入的解耦.本文的主要目的:给定标量 $\gamma > 0$,设计残差产生器,使产生的残差 r 满足

$$\sup_{w \in \mathrm{L}_2, w \neq 0} \frac{\| r - W_f(s) f \|_2}{\| w \|_2} < \gamma, \tag{5}$$

其中 $w = [u^{\mathrm{T}} \quad f^{\mathrm{T}} \quad d^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{W}_f(s)$是稳定的加权矩阵.

设 $\boldsymbol{W}_f(s)$的一个最小实现为

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_W x_f(t) + B_W f(t), \quad x_f(0) = 0, \\ r_f(t) = C_W x_f(t) + D_W f(t). \end{cases} \tag{6}$$

其中 $x_f \in \mathbf{R}^{n_f}, r_f \in \mathbf{R}^{n_{r_f}}$. $\boldsymbol{A}_W, \boldsymbol{B}_W, \boldsymbol{C}_W, \boldsymbol{D}_W$ 是已知常数矩阵.由(1)和(6)可得

$$\begin{cases} E_s \dot{x}_s(t) = (A_s + \Delta A_s)x_s(t) + (B_s + \Delta B_s)w(t), \\ y(t) = C_s x_s(t) + D_s w(t), \\ r_f(t) = C_{sf} x_s(t) + D_{sf} w(t). \end{cases} \tag{7}$$

其中 $x_s = \begin{bmatrix} x \\ x_f \end{bmatrix}$, $E_s = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, $A_s = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_W \end{bmatrix}$, $\Delta A_s = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} F(\sigma)[N_A \quad 0]$, $D_s = [D \quad D_f \quad D_d]$, $\Delta B_s = \begin{bmatrix} \Delta B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} F(\sigma)[N_B \quad 0 \quad 0]$, $B_s = \begin{bmatrix} B & B_f & B_d \\ 0 & B_W & 0 \end{bmatrix}$, $C_s = [C \quad 0]$, $C_{sf} = [0 \quad C_W]$, $D_{sf} = [0 \quad D_W \quad 0]$.

选取如下形式的残差产生器

$$\begin{cases} E_s \dot{\hat{x}}_s(t) = \hat{A}_s \hat{x}_s(t) + \hat{H}_{ys} y(t) + \hat{H}_{us} u(t), \\ r(t) = \hat{C}_{sf} \hat{x}_s(t). \end{cases} \tag{8}$$

其中 $\hat{x}_s \in \mathbf{R}^{\hat{n}}, r \in \mathbf{R}^{n_r}$ 分别为滤波器的状态和残差.矩阵 $\hat{\boldsymbol{E}}_s, \hat{\boldsymbol{A}}_s, \hat{\boldsymbol{H}}_{ys}, \hat{\boldsymbol{H}}_{us}$ 和 $\hat{\boldsymbol{C}}_{sf}$ 是要确定的矩阵.令

$$e(t) = [x_s^T(t) \quad \hat{x}_s^T(t)]^{\mathrm{T}}, \quad r_e(t) = r(t) - r_f(t), \tag{9}$$

则残差误差系统方程为

$$\begin{cases} E_c \dot{e}(t) = (A_c + \Delta A_c)e(t) + (B_c + \Delta B_c)w(t), \\ r_e(t) = C_c e(t) - D_{sf} w(t). \end{cases} \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{E}_c=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_s & 0\\ 0 & \hat{\boldsymbol{E}}_s\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{A}_c=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_s & 0\\ \hat{\boldsymbol{H}}_{ys}\boldsymbol{C}_s & \hat{\boldsymbol{A}}_s\end{bmatrix}$, $\Delta\boldsymbol{A}_c=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A}_s & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}\\ 0\end{bmatrix}\\ 0\end{bmatrix}\boldsymbol{F}(\sigma)[[\boldsymbol{N}_A\quad 0]\quad 0]$,

$\Delta\boldsymbol{B}_c=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{B}_s\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}\\ 0\end{bmatrix}\\ 0\end{bmatrix}\boldsymbol{F}(\sigma)[\boldsymbol{N}_B\quad 0\quad 0]$, $\boldsymbol{B}_c=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_s\\ \hat{\boldsymbol{H}}_{ys}\boldsymbol{D}_s+\hat{\boldsymbol{H}}_{us}[\boldsymbol{I}_r\quad 0\quad 0]\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{C}_c=[-\boldsymbol{C}_{sf}\quad \hat{\boldsymbol{C}}_{sf}]$.

从而可将本文的主要问题归结为:设计系数矩阵 $\hat{\boldsymbol{E}}_s,\hat{\boldsymbol{A}}_s,\hat{\boldsymbol{H}}_{ys},\hat{\boldsymbol{H}}_{us}$ 和 $\hat{\boldsymbol{C}}_{sf}$,使(8)为系统(1)的故障诊断鲁棒 H_∞ 滤波器, 即系统(10)对所有满足(2)(3)的 $\Delta\boldsymbol{A}$ 和 $\Delta\boldsymbol{B}$ 都是容许的,且在零初始条件下,对于给定标量 $\gamma>0$ 满足 $\dfrac{\|r_e\|_2}{\|w\|_2}<\gamma$.

2　主要结论

为了得到本文的结论,先介绍如下引理.

引理 1[8]　对于奇异系统

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}\dot{x}(t)=\boldsymbol{A}x(t)+\boldsymbol{B}w(t),\\ z(t)=\boldsymbol{C}x(t)+\boldsymbol{D}w(t).\end{cases}\tag{11}$$

和给定的 $\gamma>0$,下列叙述等价:

(ⅰ) 系统(11)正则,稳定且无脉冲,$\|\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{D}\|_\infty<\gamma$(即$\dfrac{\|z\|_2}{\|w\|_2}<\gamma$)且 $\|\boldsymbol{D}\|<\gamma$;

(ⅱ) 存在可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$ 满足下述 LMI:

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\geq 0,\tag{12}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\gamma\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} & -\gamma\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0.\tag{13}$$

注 1　引理 1 中,$\|\boldsymbol{D}\|:=\sigma_{\max}(\boldsymbol{D})$,即 $\boldsymbol{D}$ 的最大奇异值.

下面给出本文的主要结果.

定理 1　考虑不确定性奇异系统(1),给定 $\gamma>0$ 及加权函数矩阵 $\boldsymbol{W}_f(s)$,则(8)是系统(1)的故障诊断鲁棒 H_∞ 滤波器,且 $\|\boldsymbol{D}_{sf}\|<\gamma$ 当且仅当存在非奇异矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和标量 $\varepsilon>0$ 满足下述 LMI:

$$\boldsymbol{E}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_c\geq 0,\tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_c & \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_c & \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}} & [\boldsymbol{N}_A\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{C}_c^{\mathrm{T}}\\ * & -\gamma\boldsymbol{I} & 0 & [\boldsymbol{N}_B\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{D}_{sf}^{\mathrm{T}}\\ * & * & -\varepsilon\boldsymbol{I} & 0 & 0\\ * & * & * & -\varepsilon^{-1}\boldsymbol{I} & 0\\ * & * & * & * & -\gamma\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0.\tag{15}$$

其中 * 代表对称部分.

定理 1 是解决故障诊断鲁棒 H_∞ 滤波问题的重要条件.下面给出故障诊断鲁棒 H_∞ 滤波问题的解.

定理 2　考虑不确定奇异系统(1),给定 $\gamma>0$ 及加权函数矩阵 $\boldsymbol{W}_f(S)$,则(8)是系统(1)的故障诊断鲁棒 H_∞ 滤波器,且 $\|\boldsymbol{D}_{sf}\|<\gamma$ 当且仅当存在标量 $\varepsilon>0$ 和矩阵 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y},\boldsymbol{Z},\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Psi}$ 和 $\boldsymbol{\gamma}$ 满足下述 LMI:

$$\boldsymbol{E}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_s\geq 0,\ \boldsymbol{E}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_s\geq 0,\ \boldsymbol{E}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y})\geq 0,\tag{16}$$

$$[\omega_{ij}]_{6\times 6}<0.\tag{17}$$

其中 $\omega_{11}=\boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_s$, $\omega_{12}=\boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_s+\boldsymbol{C}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}$, $\omega_{13}=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_s$, $\omega_{14}=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{15}=[\boldsymbol{N}_A\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{16}=-\boldsymbol{C}_{sf}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}$, $\omega_{22}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_s+\boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{C}_s+\boldsymbol{C}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}$, $\omega_{23}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_s+\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{D}_s+\boldsymbol{Z}[\boldsymbol{I}_r\quad 0\quad 0]$, $\omega_{24}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{25}=[\boldsymbol{N}_A\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{26}=-\boldsymbol{C}_{sf}^{\mathrm{T}}$, $\omega_{33}=-\gamma\boldsymbol{I}$, $\omega_{34}=0$, $\omega_{35}=[\boldsymbol{N}_B\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{36}=-\boldsymbol{D}_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{T}}$, $\omega_{44}=-\varepsilon\boldsymbol{I}$, $\omega_{45}=0$, $\omega_{46}=$

$0, \omega_{55} = -\varepsilon^{-1}\boldsymbol{I},\ \omega_{56} = 0,\ \omega_{66} = -\gamma\boldsymbol{I}, \omega_{ij} = \omega_{ji}^{\mathrm{T}},\ 1 \le i, j \le 6.$

此时,存在非奇异矩阵 $\boldsymbol{S}, \tilde{\boldsymbol{S}}, \boldsymbol{W}$ 和 $\widetilde{\boldsymbol{W}}$ 满足

$$\boldsymbol{E}_s^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_s, \boldsymbol{E}_s\boldsymbol{W} = \widetilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_s^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{-1} = \boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{W},\ \boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{I} - \widetilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}, \tag{18}$$

则残差产生器(8)的参数矩阵可选择为

$$\hat{\boldsymbol{E}}_s = \boldsymbol{E}_s,\ \hat{\boldsymbol{A}}_s = \boldsymbol{S}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{W}^{-1},\ \hat{\boldsymbol{H}}_{ys} = \boldsymbol{S}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}, \hat{\boldsymbol{H}}_{us} = \boldsymbol{S}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{Z},\ \hat{\boldsymbol{C}}_{sf} = \gamma\boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{W}^{-1}. \tag{19}$$

证明 由引理1、定理1和文献[7]定理1即知结论成立.证毕.

3 结语

本文采用目前故障诊断文献中普遍采用的一个性能指标,即引入一个能够体现残差对故障灵敏度的加权函数矩阵 $\boldsymbol{W}_f(s)$,但设计步骤与目前故障诊断文献普遍采用的设计步骤不同.本文将 $\boldsymbol{W}_f(s)$的最小实现与所研究的奇异系统构成一个增广系统,再对此增广系统设计 H_∞ 滤波器作为残差产生器.给出了使残差误差系统对所有满足条件的不确定性正则,稳定,无脉冲且残差误差与干扰的 L_2 范数的比值最小的充要条件,并给出了残差产生器各系数矩阵的求解方法.产生的残差对故障具有最大的灵敏度,对干扰具有最大的鲁棒性.

参考文献:

[1] L Dai. Singular control systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1989.

[2] CHEN Li, CHENG Zhaolin. Singular LQ suboptimal control problem with disturbance rejection for descriptor systems[C]// Proceeding of the 2004 American Control Conference. Boston: IEEE Inc, 2004: 4 595 ~ 4 600.

[3] Tae Kyeong YEU, Shigeyasu KAWAJI. Fault detection and isolation for descriptor systems using sliding mode observer[C]// Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Florida: IEEE Inc, 2001: 596 ~ 597.

[4] D Koenig, S Mammar, B Marx. H_∞ Fault detection and isolation for descriptor systems: A matrix inequalities approach[C]// Proceedings of the American Control Conference. Anchorage: IEEE Inc, 2002: 1 080 ~ 1 081.

[5] B Marx, D Koenig, D Georges. Robust fault diagnosis for descriptor systems : A coprime factorization approach[C]// Proceedings of the IFAC SAFEPROCESS'03. Washington: IEEE Inc, 2003: 507 ~ 512.

[6] ZHU Shuqian, CHENG Zhaolin. Design of robust fault detection and isolation observers for singular time delay systems[C]// Proceeding of the 2004 American Control Conference. Boston: IEEE Inc, 2004: 5 064 ~ 5 065.

[7] XU Shengyuan, James Lam, ZOU Yun. H_∞ Filtering for singular systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(12): 2 217 ~ 2 222.

[8] 王 岩, 张庆灵. 不确定广义系统动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器设计[J]. 控制与决策, 2002, 17(6):948 ~ 951.

(编辑:李晓红)