应用概率统计 第二十五卷
第四期 2009年8月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol.25 No.4 Aug. 2009

经典风险模型的推广 *

赵永霞 尹传存
(曲阜师范大学数学科学学院, 曲阜, 273165)

摘 要

本文将经典风险模型的盈余过程推广为一谱正Lévy过程与一从属Lévy过程的差, 利用Lévy过程的性质和鞅方法, 得到破产概率的一些结果. 对一类谱负的Lévy过程研究了它的首达时的性质并得出了生存概率的Pollaczek-Khinchin公式.

关键词: Lévy过程, 破产概率, 生存概率, 鞅, 首达时.
学科分类号: O211.6.

§1. 引 言

在上世纪初, Lundberg奠定了经典风险理论的基础, 1955年Gramér等人完善了这一理论. 经典风险模型定义为

$$R(t)=u+ct-\sum_{i=1}^{N(t)}X_i,$$

其中u为保险公司的初始资金; $c>0$为常数表示保险公司单位时间内的保费收入; $\{N(t);t\geq 0\}$为Poisson过程描述索赔次数; $\{X_i;i=1,2,\cdots\}$是独立同分布的随机变量序列描述保险公司的索赔额. 我们称$\{R(t);t\geq 0\}$为风险模型的盈余过程.

后来有许多工作者对经典风险模型进行了推广, 并取得了很多成果. 文献[1]研究了在经典风险模型基础上加入布朗运动扰动项的风险模型, 得到了破产概率所满足的积分微分方程和生存概率的Pollaczek-Khinchin公式等结果; 文献[2, 3]将经典风险模型的保费收入过程$\{ct;t\geq 0\}$推广为Poisson过程或复合Poisson过程, 在此基础上文献[4]又将风险模型的索赔总过程$\Big\{\sum_{i=1}^{N(t)}X_i;t\geq 0\Big\}$推广为两个独立的复合Poisson过程之和, 即双险种的风险模型, 这两类推广都得到了破产概率满足Lundberg不等式和一些公式; 文献[5]将经典风险模型中的索赔总过程推广为从属Lévy过程, 并且增加了一谱负的Lévy过程作为扰动项, 得到了生存概率的Pollaczek-Khinchin公式.

上述推广后的风险模型具有共同的特点: 盈余过程总可以表示成两个独立的谱正Lévy过程的差. 所以本文假设风险模型如下

$$R(t)=u+C(t)-X(t), \tag{1.1}$$

*国家自然科学基金项目(10471076, 10771119)及山东省自然科学基金项目(Y2004A06)资助.
本文2005年11月24日收到.

其中u为保险公司的初始资金; $\{C(t);t\geq 0\}$为一谱正的Lévy过程, 初值$C(0)=0$, 对$r\geq 0$, 有

$$\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-rC(t)}]=\exp[-t\varphi(r)], \tag{1.2}$$

其中

$$\varphi(r)=\alpha r-\frac{1}{2}\sigma^2r^2+\int_0^\infty(1-\mathrm{e}^{-rx}-rxI_{(x<1)})\pi(\mathrm{d}x) \tag{1.3}$$

称为Lévy过程$\{C(t);t\geq 0\}$的Laplace指数, 式中的α和σ是常数, 且$\sigma\geq 0$; 另外Lévy测度π满足$\int_0^\infty(x^2\wedge 1)\pi(\mathrm{d}x)<\infty$和$\int_1^\infty x\pi(\mathrm{d}x)<\infty$, 于是

$$\mathsf{E}[C(1)]=\varphi'(0)=\alpha+\int_1^\infty x\pi(\mathrm{d}x)<\infty. \tag{1.4}$$

过程$\{X(t);t\geq 0\}$是与$\{C(t);t\geq 0\}$独立的从属Lévy过程, 均值有限且无漂移, 初值$X(0)=0$, 对$r\geq 0$, 有

$$\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-rX(t)}]=\exp[-tf(r)], \tag{1.5}$$

其中

$$f(r)=\int_0^\infty(1-\mathrm{e}^{-rx})\nu(\mathrm{d}x) \tag{1.6}$$

称为Lévy过程$\{X(t);t\geq 0\}$的Laplace指数, Lévy测度ν满足$\int_0^\infty(x\wedge 1)\nu(\mathrm{d}x)<\infty$和$\int_1^\infty x\nu(\mathrm{d}x)<\infty$. 于是

$$\mathsf{E}[X(1)]=f'(0)=\int_0^\infty x\nu(\mathrm{d}x)<\infty. \tag{1.7}$$

对推广后的风险模型(1.1)定义

破产时刻为 : $T=\inf(t:t\geq 0\text{ 且 }R(t)<0)$;

破产概率为 : $\psi(u)=\mathsf{P}(T<\infty|R(0)=u)$; 生存概率为 : $\theta(u)=\mathsf{P}(T=\infty|R(0)=u)$.

为了保证保险公司的稳定经营, 假定$\forall\, t\geq 0$, 有$\mathsf{E}[C(t)-X(t)]>0$, 即$\mathsf{E}[C(1)]>\mathsf{E}[X(1)]$.

§2. 模型的某些现实意义

首先解释Lévy过程$\{C(t);t\geq 0\}$的Laplace指数$\varphi(r)$, 即(1.3)式中的某些量.

(1) 若$\alpha>0$, 说明此盈余过程有一线性增长过程$\{\alpha t;t\geq 0\}$, 可以解释为保费收入的一部分. 特别地, 若$\sigma=0$, $\pi=0$, 则$C(t)=\alpha t$为保费收入过程, 即表明单位时间内收取的保费为α; 若$\alpha<0$, 说明此盈余过程有一负漂移的扰动过程.

(2) 若$\sigma>0$, 说明此盈余过程有一扰动过程$\{\sigma B_t;t\geq 0\}$, 其中B_t为标准的布朗运动.

(3) 若Lévy测度$\pi(\mathrm{d}x)=\lambda\delta_1(x)\mathrm{d}x$, 其中$\lambda>0$, $\delta_1(x)$表示δ函数, 即当$x=1$时, $\delta_1(x)=\infty$, 当$x\neq 1$时, $\delta_1(x)=0$, 且$\int_0^\infty \delta_1(x)=1$, 则

$$\int_0^\infty (1-\mathrm{e}^{-rx}-rxI_{(x<1)})\pi(\mathrm{d}x)=\lambda(1-\mathrm{e}^{-r}).$$

说明此盈余过程有一参数为λ的Poisson增长过程, 可以解释为保单来到的过程. 特别地, 若$\alpha=0$, $\sigma=0$, 则$\{C(t);t\geq 0\}$作为保费收入过程与文献[2]的保费收入过程相同.

若Lévy测度$\pi(\mathrm{d}x)=\lambda p(x)\mathrm{d}x$, 其中$\lambda>0$, $p(x)$为一正随机变量的分布密度, 说明此盈余过程有一参数为λ的复合Poisson增长过程, 则可以解释为保单来到的过程是参数为λ的Poisson过程, 且不同保单收取的保费均是服从分布密度为$p(x)$的随机变量. 特别地, 若$\alpha=0$, $\sigma=0$, 则$\{C(t);t\geq 0\}$作为保费收入过程与文献[3]的保费收入过程相同.

若Lévy测度$\pi(\mathrm{d}x)=qx^{-\beta-1}\mathrm{d}x$, 其中$1<\beta<2$, $q=\beta(\beta-1)/\Gamma(2-\beta)$, 说明此盈余过程有一谱正的参数为$\beta$的平稳Lévy过程, 可以解释为风险模型的一扰动过程.

下面对从属Lévy过程$\{X(t);t\geq 0\}$的Laplace指数$f(r)$, 即(1.6)式中的量作简要的论述.

(1) 若Lévy测度$\nu(\mathrm{d}x)=\lambda p(x)\mathrm{d}x$, 其中$\lambda>0$, $p(x)$为一正随机变量的分布密度. 则$X(t)=\sum\limits_{i=0}^{N(t)}X_i$, 其中$N(t)$是参数为$\lambda$的Poisson过程, $\{X_i;i=1,2,\cdots\}$为独立的且均服从分布密度$p(x)$的随机变量序列. 此时说明风险模型的索赔总过程为复合Poisson过程.

(2) 类似的, 若Lévy测度$\nu(\mathrm{d}x)=\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i p_i(x)\mathrm{d}x$, 其中$\lambda_i>0$, $i=1,2,\cdots,n$; $p_i(x)$, $i=1,2,\cdots,n$为n个独立的正随机变量的分布密度. 此时$X(t)$可以解释为多险种风险模型的索赔总过程.

§3. 破产概率的一些结果

本节中我们假设从属Lévy过程$\{X(t);t\geq 0\}$满足条件: 存在$r_\infty\in R^+\cup\{\infty\}$, 使得$\mathsf{E}[\mathrm{e}^{rX(t)}]<\infty$, $r<r_\infty$, 且$\lim\limits_{r\to r_\infty}\mathsf{E}[\mathrm{e}^{rX(t)}]=\infty$.

因此, 若$r<r_\infty$, 根据(1.2)–(1.6)式有

$$\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-rC(t)+rX(t)}]=\exp[tG(r)], \tag{3.1}$$

其中

$$\begin{aligned}G(r)&=-\varphi(r)-f(-r)\\&=-\alpha r+\frac{1}{2}\sigma^2r^2-\int_0^\infty(1-\mathrm{e}^{-rx}-rxI_{(x<1)})\pi(\mathrm{d}x)+\int_0^\infty(\mathrm{e}^{rx}-1)\nu(\mathrm{d}x).\end{aligned} \tag{3.2}$$

引理 3.1 方程$G(r)=0$, 有唯一的正解R, 我们称之为调节系数.

证明: 由(3.2)式知

$$
\begin{aligned}
G'(r) &= -\varphi'(r) + f'(-r) \\
&= -\alpha + \sigma^2 r - \int_0^\infty (x\mathrm{e}^{-rx} - xI_{(x<1)})\pi(\mathrm{d}x) + \int_0^\infty x\mathrm{e}^{rx}\nu(\mathrm{d}x),
\end{aligned}
$$

由(1.4)式和(1.7)式知,

$$
G'(0) = -\varphi'(0) + f'(0) = -\mathsf{E}[C(1)] + \mathsf{E}[X(1)] < 0.
$$

又因为

$$
G''(r) = \sigma^2 + \int_0^\infty x^2\mathrm{e}^{-rx}\pi(\mathrm{d}x) + \int_0^\infty x^2\mathrm{e}^{rx}\nu(\mathrm{d}x) > 0,
$$

故$G(r)$是严格下凸的, 且在0点的某领域内单调下降. 又因为

当$r_\infty < \infty$时, 有$\lim\limits_{r\to r_\infty} G(r) = \infty$, 故方程$G(r) = 0$有唯一的正解$R$.

当$r_\infty = \infty$时, 若$\sigma > 0$, 有$\lim\limits_{r\to r_\infty} G(r) = \infty$; 若$\sigma = 0$, 不论$\alpha$的为何值, $\int_0^\infty (\mathrm{e}^{rx} - 1)\nu(\mathrm{d}x)$都比$\alpha r + \int_0^\infty (1 - \mathrm{e}^{-rx} - rxI_{(x<1)})\pi(\mathrm{d}x)$趋向$\infty$的速度快, 即有$\lim\limits_{r\to r_\infty} G(r) = \infty$, 故方程$G(r) = 0$也有唯一的正解$R$.

综上所述方程$G(r) = 0$有唯一的正解R. □

引理 3.2 令$M_u(t) = \exp[-rR(t) - tG(r)]$, 则$M_u(t)$是关于$\sigma$-域$\mathcal{F} = \{F_t; t \geq 0\}$的鞅, 其中$F_t = \sigma(C(s) - X(s); s \leq t)$.

证明: 由(3.1)式和过程$\{C(t) - X(t); t \geq 0\}$有平稳独立的增量, 对$\forall\, s \leq t$, 有

$$
\begin{aligned}
\mathsf{E}[M_u(t)|F_s] &= \mathsf{E}[\exp[-rR(t) - tG(r)]|F_s] \\
&= M_u(s)\mathsf{E}[\exp[-r(R(t) - R(s)) - (t-s)G(r)]|F_s] \\
&= M_u(s)\mathsf{E}[\exp[-rC(t-s) + rX(t-s) - (t-s)G(r)]] \\
&= M_u(s),
\end{aligned}
$$

即结论得证. □

定理 3.1 风险模型(1.1)的破产概率$\psi(u)$满足Lundberg不等式$\psi(u) \leq \mathrm{e}^{-Ru}$, 其中$R$为方程$G(r) = 0$的正解.

证明: 易知T关于σ-域$\mathcal{F}$是停时, 取$t_0 < \infty$, 则$t_0 \wedge T$关于σ-域$\mathcal{F}$也是停时. 由引理3.2及有界停时定理, 有

$$
\begin{aligned}
\mathrm{e}^{-ru} &= M_u(0) = \mathsf{E}[M_u(t_0 \wedge T)] \\
&= \mathsf{E}[M_u(T)|T \leq t_0]\mathsf{P}(T \leq t_0) + \mathsf{E}[M_u(t_0)|T > t_0]\mathsf{P}(T > t_0) \\
&\geq \mathsf{E}[M_u(T)|T \leq t_0]\mathsf{P}(T \leq t_0). \qquad (3.3)
\end{aligned}
$$

由于在$T<\infty$的条件下, 有$R(T)<0$, 故

$$\mathsf{P}(T\le t_0)\le\frac{\mathrm{e}^{-ru}}{\mathsf{E}[M_u(T)|T\le t_0]}\le\frac{\mathrm{e}^{-ru}}{\mathsf{E}[(-TG(r))|T\le t_0]}\le\mathrm{e}^{-ru}\sup_{0\le t\le t_0}\mathrm{e}^{tG(r)},$$

两端令$t_0\to\infty$, 得$\psi(u)\le\mathrm{e}^{-ru}\sup\limits_{t\ge0}\mathrm{e}^{tG(r)}$, 取$R=\sup(r:G(r)\le0)$, 由引理3.1的证明过程知, R为调节系数. 即结论得证. □

定理 3.2 风险模型(1.1)的破产概率可表示为

$$\psi(u)=\frac{\mathrm{e}^{-Ru}}{\mathsf{E}[\exp(-RR(T))|T<\infty]},$$

其中R为方程$G(r)=0$的正解.

证明: 在(3.3)式中令$r=R$, 则

$$\mathrm{e}^{-Ru}=\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-RR(T)}|T\le t_0]\mathsf{P}(T\le t_0)+\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-RR(t_0)}|T>t_0]\mathsf{P}(T>t_0). \tag{3.4}$$

因为$0\le\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-RR(t_0)}|T>t_0]\mathsf{P}(T>t_0)\le\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-RR(t_0)}I_{\{R(t_0)\ge0\}}]\le1$, 又由强大数定理知$R(t_0)\to\infty$, P–a.s., 因此由控制收敛定理知

$$\lim_{t_0\to\infty}\mathsf{E}[\mathrm{e}^{-RR(t_0)}|T>t_0]\mathsf{P}(T>t_0)=0,$$

在(3.4)式中令$t_0\to\infty$, 即证得结论. □

§4. 首达时的性质和生存概率的Pollaczek-Khinchin公式

本节均假设Lévy测度$\pi=0$, $\alpha>0$, 且$\alpha-\mathsf{E}[X(1)]>0$, 于是过程$\{C(t)-X(t);t\ge0\}$没有正跳, 即为谱负的Lévy过程, 此时

$$G(r)=-\alpha r+\frac{1}{2}\sigma^2r^2+\int_0^\infty(\mathrm{e}^{rx}-1)\nu(\mathrm{d}x), \tag{4.1}$$

$$\mathsf{E}[C(1)-X(1)]=\alpha-\mathsf{E}[X(1)]>0. \tag{4.2}$$

当$x>u$时, 定义: $T_x=\inf(t:t>0\text{ 且 }R(t)\ge x)$.

引理 4.1 若$r\le0$, $s(r)=-G(r)$是关于r递增的函数, 进而有$s(r)\le0$.

证明: 由(4.1)式

$$s(r)=-G(r)=\alpha r-\frac{1}{2}\sigma^2r^2-\int_0^\infty(\mathrm{e}^{rx}-1)\nu(\mathrm{d}x),$$

当$r \le 0$时, 则

$$s'(r) = \alpha - \sigma^2 r - \int_0^\infty x e^{rx} \nu(dx), \tag{4.3}$$

$$s''(r) = -\sigma^2 - \int_0^\infty x^2 e^{rx} \nu(dx) \le 0, \tag{4.4}$$

故$s'(r)$为减函数. 所以由(4.2)式知,

$$s'(r) \ge s'(0) = \mathsf{E}[C(1)] - \mathsf{E}[X(1)] > 0, \qquad r \le 0,$$

即得$s(r)$是递增的函数, 故$s(r) \le s(0) = 0$. □

定理 4.1 若从属Lévy过程$\{X(t); t \ge 0\}$的Lévy测度ν满足$\int_0^\infty x^2 \nu(dx) < \infty$, 则$\mathsf{E}[e^{sT_x}] = e^{r(x-u)}$, 其中$s = -G(r)$. 特别的有

$$\mathsf{E}[T_x] = \frac{x-u}{\alpha - \mathsf{E}[X(1)]}, \qquad \mathsf{Var}\,[T_x] = \frac{(x-u)(\sigma^2 + \int_0^\infty x^2 \pi(dx))}{(\alpha - \mathsf{E}[X(1)])^3}.$$

证明: 由引理3.2和引理4.1知, 若$s = -G(r)$, $r \le 0$, 则$\{\exp[-rR(t) + st]; t \ge 0\}$是关于$\sigma$-域$\mathcal{F}$的鞅, 且$s \le 0$.

当$t \le T_x$时, $\exp[-rR(t) + st] \le e^{-rx}$, 根据鞅停止定理有

$$\mathsf{E}[\exp[-rR(T_x)) + sT_x]] = e^{-ru},$$

又因为过程$\{R(t); t \ge 0\}$没有正跳, 故$R(T_x) = x$, 所以$\mathsf{E}[e^{sT_x}] = e^{r(x-u)}$.

令$\phi(s) = \ln \mathsf{E}[e^{sT_x}]$, 称为$T_x$的累积母函数, 有$\phi'(0-) = \mathsf{E}[T_x]$, $\phi''(0-) = \mathsf{Var}\,[T_x]$. 又因为$\phi(s) = r(x-u)$, 则

$$\phi'(s) = \frac{dr}{ds}(x-u) = \frac{x-u}{s'(r)},$$

$$\phi''(s) = \frac{d\phi'(s)}{ds} = \frac{d\phi'(s)}{dr}\frac{1}{s'(r)} = -\frac{s''(r)}{[s'(r)]^2}\frac{x-u}{s'(r)} = -\frac{(x-u)s''(r)}{[s'(r)]^3},$$

再由(4.3)式和(4.4)式知

$$\mathsf{E}[T_x] = \frac{x-u}{\alpha - \mathsf{E}[X(1)]}, \qquad \mathsf{Var}\,[T_x] = \frac{(x-u)(\sigma^2 + \int_0^\infty x^2 \nu(dx))}{(\alpha - \mathsf{E}[X(1)])^3}.$$

□

引理 4.2 设$\{Y(t); t \ge 0\}$是谱负的Lévy过程, 初值$Y(0) = 0$, 且$\mathsf{E}[Y(1)] = \gamma \ge 0$, 定义$\psi(x) = \mathsf{P}\big(\inf_{t \ge 0} Y(t) < -x\big)$, $x \ge 0$, 则

$$s \int_0^\infty e^{-rx} \psi(x) dx = 1 - \frac{\gamma s}{\xi(r)}, \qquad r \ge 0,$$

其中$\xi(r)$为过程$\{Y(t); t \ge 0\}$的Laplace指数.

注记 1 本引理来源于文献[7]的第七章. 在Lévy测度$\pi = 0$的假设下, 过程$\{C(t) - X(t); t \geq 0\}$是谱负的Lévy过程, 初值为0. 当$r \geq 0$时, 根据(1.2)–(1.6)式有

$$\mathsf{E}[\exp[rC(t) - rX(t)]] = \exp\left[\left(\alpha r + \frac{1}{2}\sigma^2 r^2 - f(r)\right)t\right],$$

即其Laplace指数

$$\xi(r) = \alpha r + \frac{1}{2}\sigma^2 r^2 - f(r). \tag{4.5}$$

定理 4.2 风险模型(1.1)的生存概率可表示为

$$\theta(u) = (1-\rho)\sum_{n=0}^{\infty}\rho^n (P_I^{*n} * U^{*(n+1)})(u),$$

其中$\rho = \mathsf{E}[X(1)]/\alpha$; $P_I(x) = \left(\int_0^x \int_y^\infty \nu(\mathrm{d}z)\mathrm{d}y\right)/\mathsf{E}[X(1)]$, $x \geq 0$; $U(x) = 1 - \mathrm{e}^{-(2\alpha/\sigma^2)x}$, $x \geq 0$.

证明: 设$U(x) = 1 - \mathrm{e}^{-(2\alpha/\sigma^2)x}$, $P_I(x) = \left(\int_0^x \int_y^\infty \nu(\mathrm{d}z)\mathrm{d}y\right)/\mathsf{E}[X(1)]$, 若$r \geq 0$, 则

$$\widehat{U}(r) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-rx}\mathrm{d}U(x) = \frac{\alpha}{\alpha + (1/2)\sigma^2 r},$$

利用分部积分和(1.6)式知

$$\begin{aligned}
\widehat{P}_I(r) &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{-rx}\mathrm{d}P_I(x) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-rx}\frac{\int_x^\infty \nu(\mathrm{d}y)}{\mathsf{E}[X(1)]}\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{r\mathsf{E}[X(1)]}\int_0^\infty \int_x^\infty \nu(\mathrm{d}y)\mathrm{d}(1-\mathrm{e}^{-rx}) \\
&= \frac{1}{r\mathsf{E}[X(1)]}\int_0^\infty (1-\mathrm{e}^{-rx})\nu(\mathrm{d}x) \\
&= \frac{f(r)}{r\mathsf{E}[X(1)]}.
\end{aligned}$$

由引理4.2和(4.2)式及(4.5)式知

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty \mathrm{e}^{-ru}\mathrm{d}(1-\psi(u)) &= 1 - s\int_0^\infty \mathrm{e}^{-ru}\psi(u)\mathrm{d}u \\
&= \frac{\alpha - E[X(1)]}{\alpha + (1/2)\sigma^2 r - [f(r)/r]} \\
&= (1-\rho)\frac{\alpha/[\alpha + (1/2)\sigma^2 r]}{1 - \rho\{\alpha/[\alpha + (1/2)\sigma^2 r]\}\cdot\{f(r)/(r\mathsf{E}[X(1)])\}} \\
&= (1-\rho)\frac{\widehat{U}(r)}{1-\rho\widehat{U}(r)\widehat{P}_I(x)} \\
&= (1-\rho)\sum_{n=0}^{\infty}\rho^n[\widehat{U}(r)]^{n+1}[\widehat{P}_I(r)]^n,
\end{aligned}$$

所以$\theta(u) = (1-\rho)\sum\limits_{n=0}^{\infty}\rho^n(P_I^{*n} * U^{*(n+1)})(u)$. $\square$

参 考 文 献

[1] Dufresne, F. and Gerber, H.U., Risk theory for compound Poisson process that is perturbed by diffusion, *Insurance: Math. Econ.*, **10**(1991), 51–59.

[2] 赵晓芹, 刘再明, 一类双险种风险过程的破产概率的估计, 数学理论与应用, **24(1)**(2004), 97–100.

[3] 董亚娟, 朱勇华, 保险系统中一种推广风险模型的破产概率, 数学的实践与认识, **34(6)**(2004), 17–21.

[4] 王晶刚, 刘再明, 周永卫, 保险系统中一类双险种风险模型的破产概率, 数学理论与应用, **25(1)**(2005), 39–42.

[5] Huzak, M., Perman, M., Šikić, H. and Vondraček, Z., Ruin probabilities for competing claim processes, *J. Appl. Prob.*, **41(3)**(2004), 679–690.

[6] Gerber, H.U., When does the surplus reach a given target? *Insurance: Math. Econ.*, **9**(1990), 115–119.

[7] Bertoin, J., *Lévy Processes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[8] Yang, H.L. and Zhang, L.Z., Spectrally negative Lévy processes with applications in risk theory, *Adv. Appl. Prob.*, **33**(2001), 281–291.

[9] Rolski, T., Schmidli, H., Schmidt, V. and Teugels, J., *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, John Wiley, New York, 1999.

A Generalization of the Classical Risk Model

Zhao Yongxia Yin Chuancun

(*Department of Mathematics, Qufu Normal University, Qufu, 273165*)

In this paper, we extend the classical risk process to the process, which is a spectrally negative Lévy process minus a subordinator. Then some results of the ruin probability are derived in terms of properties of Lévy process and some techniques from martingale theory. Finally, we derive some properties of hitting time and a Pollaczek-Khinchin type formula of the survival probability for a spectrally negative Lévy process.

Keywords: Lévy process, ruin probability, survival probability, martingale, hitting time.

AMS Subject Classification: 91B30.