文章编号:1000-5641(2008)03-0075-08

7 号初等元胞自动机生成的时间序列的复杂性分析

秦大康[1], 江志松[2]
(1. 南通大学 理学院,江苏 南通 226007; 2. 华东理工大学 数学系,上海 200237)

摘要: 使用禁止字理论、计算机搜索和符号动力学的方法对 7 号初等元胞自动机生成的时间序列从形式语言的角度进行复杂性分析,确定了禁止字集及其 Chomsky 层次,确定了演化语言的一个精简的 Chomsky 层次,并由此得到了时间序列的完整描述.

关键词: 初等元胞自动机; 时间序列; 禁止字; 形式语言; Chomsky 层次
中图分类号: O231.5 **文献标识码:** A

Complexity analysis of time series generated by elementary cellular automaton of Rule 7

QIN Da-kang[1], JIANG Zhi-song[2]
(1. *School of Science, Nantong University, Nantong Jiangsu 226007, China*; 2. *Department of Mathematics, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China*)

Abstract: Using the tools of distinct excluded blocks, computational search and symbolic dynamics, the complexity of the times series generated by elementary cellular automaton of Rule 7 was analyzed, the set of distinct excluded blocks and its Chomsky hierarchy and the Chomsky hierarchy of a reduction of the evolution language were determined. Finally, the mathematical structure underlying the time series was obtained.

Key words: elementary cellular automaton; time series; distinct excluded block; formal language; Chomsky hierarchy

0 引 言

元胞自动机最早是由 von Neumann 提出来的, 用于模拟生命系统所具有的自复制功能. 元胞自动机可以看成是一个离散的动力系统,它的特点是具有非常简单的结构但是却能够产生极其复杂的行为. 初等元胞自动机是元胞自动机中最简单的,即一维的邻域半径为 1 的元胞自动机,总共有 256 种,其中有一部分规则就已经能够产生相当复杂的行为. 迄今为

收稿日期:2007-09
基金项目:南通大学引进人才科研启动基金
第一作者:秦大康,男,博士,讲师,研究方向为非线性复杂性. E-mail:qindk@ntu.edu.cn.

止,对于元胞自动机的研究除了进行大量的计算机实验之外[1,2],还缺少有效的数学方法,已建立的许多复杂性的分类方法往往不太严格,很难应用于非平凡问题的复杂性研究[3-6].目前对初等元胞自动机语法复杂性的研究通常有两个方向,一是通过研究初等元胞自动机极限语言所处的 Chomsky 语言层次来确定其复杂性[7-10],二是通过研究初等元胞自动机演化语言所处的 Chomsky 语言层次来确定其复杂性[11-13].

文献[13]中已经对初等元胞自动机宽度为 1 的演化语言进行了系统的研究.初等元胞自动机中 7,9,22,25,26,37,41,54,56,62,73,74,110 号被暂归为第 IV 类.其中仅有 56 号初等元胞自动机的演化语言的结构被完全确定[12].7 号初等元胞自动机的演化语言只能推断为非正规[13],并且还没能给出其演化语言在数学上的严格描述.本文首先通过计算机搜索的结果猜测其演化语言的禁止字的结构,再通过禁止字理论和有限自动机等方法严格确定其禁止字,从而给出其演化语言和禁止字集在数学上的严格描述.

1 记号与定义

首先给出初等元胞自动机的定义.假设在一条直线上按等间隔方式分布着一系列元胞,每个元胞的状态取自集合 $\Sigma=\{0,1\}$.由于直线在两个方向上都没有限制,直线上所有元胞的状态可以由一个双侧无限的符号序列表示出来,称这样的序列为元胞自动机的一个构形.构形 a 可以表示为 $a=\cdots a_{-2}a_{-1}a_0a_1a_2\cdots$,对任意的 i,$a_i\in\Sigma$.在此,f 同时表示元胞自动机的全局映射及其局部规则.记 a^t 为时刻 t 时的构形,a_i^t 是位点 i 处的元胞在时刻 t 的状态,则初等元胞自动机的局部规则必须满足

$$a_i^{t+1}=f(a_{i-1}^t,a_i^t,a_{i+1}^t). \tag{1}$$

也就是说构形 a^{t+1} 位置 i 处的状态只与构形 a^t 位置 $i-1,i,i+1$ 三处的状态有关(称半径为 1),对一个构形作用一次规则,f 就得到了一个新的构形.设 a^0 为初始构形,从迭代公式 $a^{t+1}=f(a^t)$ 就得到正半轨 $\{a^t\}_{t\geq 0}$.

一个元胞自动机生成的时间序列是指 $a_i^0a_i^1\cdots a_i^n$,$n\geq 0$,也就是在位点 i 处的元胞的状态在自动机演化时所构成的序列.由于 f 与 i 无关,因此通常观察位点 0 处就可以了.应当指出,只用一个位点上的状态代表构形,即是使用宽度为 1 的观察窗口,这就是粗粒化方法.在此一个元胞自动机的所有时间序列所组成的语言称之为演化语言(本文中宽度为 1).

为了研究演化语言,需要引进由 f 派生出来的另一个映射 f^e,即**演化映射**.它的定义如下.从串 $a=a_{-n}^0\cdots a_0^0\cdots a_n^0$ 出发,用 f 作用 n 次,得到符号串序列 $a_{-n+t}^t\cdots a_0^t\cdots a_{n-t}^t$,$1\leqslant t\leqslant n$,然后就有

$$f^e(a)=f^e(a_{-n}^0\cdots a_0^0\cdots a_n^0)=a_0^0\,a_0^1\cdots a_0^n.$$

称串 $a=a_{-n}^0\cdots a_0^0\cdots a_n^0$ 为 $a_0^0a_0^1\cdots a_0^n$ 的 f^e 原象.

记 Σ^* 为在 Σ 上的所有有限符号串全体所成的集合.当然对于某些 $x\in\Sigma^*$ 可能不存在 f^e 原象,而且如果存在的话,这样的原象也不一定唯一.称 Σ^* 的每个子集为 Σ 上的一个形式语言.

为了研究方便,Wolfram 利用 0-255 的二进制数对初等元胞自动机进行了编号,如 7 号初等元胞自动机,即将规则号 7 化为八位的二进制数 00000111,则 7 号初等元胞自动机的局部规则 f 即为 $f(111)=0$,$f(110)=0$,$f(101)=0$,$f(100)=0$,$f(011)=0$,$f(010)=1$,$f(001)=1$,$f(000)=1$.

本文还需要作用于非空符号串上的一个算子 π，πx ($x\pi$)就是去掉 x 的第一个(最后一个)符号所得的符号串.

2　禁止字

禁止字概念在有关形式语言或符号串的文献中经常出现. 因而对禁止字的研究可能是很有用处的. 读者可以参考文献[14－16]. 注意在本节中的符号集$\sum$可以是任何非空的有限集. 禁止字概念与具有以下性质的语言密切有关. 称语言 $E\subset\sum^*$ 具有**因子性质**：

若符号串 $x\in E$,则 x 的每个子串均属于 E,且 x 同时也为 E 中某串的真子串.　(2)

容易发现，在动力系统和某些其他领域中出现的语言往往具有因子性质. 为方便起见，此时总是假定空串 $\epsilon\in E$.

定义 2.1　称非空符号串 x 是语言 E 的一个**禁止字**，如果 $x\notin E$，但 x 的每个真子串都属于 E.

注　若语言 E 具有性质(2),则 x 为 E 的禁止字的充分必要条件是

$$x\notin E,\text{但 }\pi x, x\pi\in E. \tag{3}$$

记 E'为语言 E 在$\sum^*$ 中的补集,又记 E''为 E 的所有禁止字所成的集合,则禁止字集 E''具有性质

集中不存在某个串是另一个串的真子串.　(4)

则对于具有因子性质的语言 E 容易得到

定理 2.1[11]

$$E=\sum{}^*-E'=\sum{}^*-\sum{}^*E''\sum{}^*. \tag{5}$$

定理 2.2[11]　如果 D 满足性质(4),则 $E=\sum^*-\sum^*D\sum^*$ 满足因子性质,并且其禁止字集 $E''=D$.

所以 如果语言 E 满足因子性质,那么知道了 E 的所有禁止字也就等于知道了语言 E 本身. 由于 E 的补 E'显然是对于 E 的等价刻画,而 $E'=\sum^*E''\sum^*$，因此 E''往往可能是对于 E 的较为简单的刻画. 一个简单的例子是有限补语言,即只有有限个禁止字的语言. 由于 E''为有限集,从(5)式可见有限补语言 E 必为正规语言.

当 E''为有限集或正规语言时,给定了 E''后求 E 的具体方法如下.

(1) 画出接受$\sum^*E''\sum^*$的有限自动机；

(2) 画出接受$\sum^*-\sum^*E''\sum^*$的有限自动机(即将 1 中的自动机的终止状态变和非终止状态互换)；

(3) 将(2)中得到的自动机化为最小有限自动机[17].

为了后面结论证明的需要在这儿补充一个定义.

定义 2.2　若 E 满足因子性质,且 $M\subset E$ 满足条件$\{a\mid a$ 为 b 的子串,$b\in M\}=E$,则称 M 为 E 的一个**精简**.

需要注意到 M 是不唯一的,且任意一个语言一定为某个具有因子性质的语言的精简.

3　主要结论

7 号初等元胞自动机的局部规则是

$$R_1:111\to 0, R_2:110\to 0, R_3:101\to 0, R_4:100\to 0,$$
$$R_5:011\to 0, R_6:010\to 1, R_7:001\to 1, R_8:000\to 1.$$

通过计算机搜索可以得到 7 号初等元胞自动机宽度为 1 的演化语言的长度小于等于 15 的禁止字,见表 1.

表 1 长度小于等于 15 的禁止字表

Tab. 1 Distinct excluded blocks with length ≤15

长度	4	5	7	9	11	13	15
禁止字	0011 1011 1100	00100 01000	0110100 1110100	000010100 100010100	01111010100 11111010100	0000001010100 1000001010100	011111101010100 111111101010100

除了长度为 4 和 5 的禁止字,我们猜测其余禁止字皆具有如下形式,

$$\begin{cases}0(11)^n(01)^n00, & 0(00)^n(01)^{n+1}00,\\ 1(11)^n(01)^n00, & 1(00)^n(01)^{n+1}00,\end{cases}\quad n\geqslant 1.$$

下面来证明这个猜测是正确的. 在证明之前首先由 7 号初等元胞自动机的局部规则给出一些简单的性质,这些性质以及局部规则 $R_1\sim R_8$ 在后面定理的证明中将被使用到.

性质 S_1 $f(a_{-1},a_0,a_1)=b_0$,若 $a_{-1}=1$,则 $b_0=0$.

性质 S_2 $f(a_{-1},a_0,a_1)=b_0$,若 $b_0=1$,则 $a_{-1}=0$.

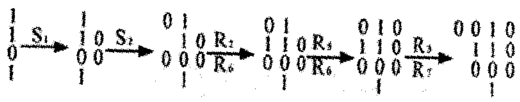
性质 S_3 $f(a_{-1},a_0,a_1)=b_0$,若 $a_0=a_1=1$,则 $b_0=0$.

引理 3.1 1001 无 f 原像.

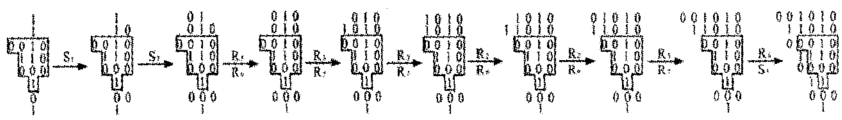
引理 3.2 $(11)^n(01)^n$ 的 f^e 原像必为$(*)^{2n-1}00(10)^{n-1}\underline{1}0(*)^{4n-2}$,

$(00)^n(01)^{n+1}$的 f^e 原像必为$(*)^{2n}00(10)^{n-1}1\underline{0}(*)^{4n+1}$.(下划线表示观察位点演化的位置.)

证明 在此只证明第一个结论,另一个结论类似可证. 当 $n=1$ 时容易验证 1101 的 f^e 原像必为 $*0010*^2$,其中 $*$ 表示 0,1 皆可,其推导过程如下.



当 $n=2$ 时同样可以在 $n=1$ 成立的前提下验证 11110101 的 f^e 原像必为 $*^3001010*^6$,其推导过程如下.



当 $n=3$ 时同样可以在 $n=2$ 成立的前提下验证结论成立,方法类似. 由归纳法即可证明结论对任意的 n 都成立.

注 1 引理中的"必"表示 f^e 原像表达式中除了 $*$ 以外是唯一的,故结论中就不再使用 $*$ 了.

注 2 由引理 3.2 的证明可以发现$(11)^n(01)^n$ 的 f^e 原像演化过程中必得到时间序列$(11)^n(01)^n0$,$(00)^n(01)^{n+1}$的 f^e 原像演化过程中必得到时间序列$(00)^n(01)^{n+1}0$.

引理 3.3　$(11)^n(01)^n00$ 的 f^e 原像必为 $(*)^{2n-1}1100(10)^{n-1}\underline{1}0(*)^{4n}$，

$(00)^n(01)^{n+1}00$ 的 f^e 原像必为 $(*)^{2n}1100(10)^{n-1}1\underline{0}(*)^{4n+3}$.

证明　由引理 3.2 即可证明.

推论 3.1　$1(11)^n(01)^n0, 0(00)^n(01)^{n+1}0$ 必存在 f^e 原像.

证明　因为 $1(11)^n(01)^n0, 0(00)^n(01)^{n+1}0$ 分别为 $(11)^{n+1}(01)^{n+1}, (00)^{n+1}(01)^{n+2}$ 的子串，由引理 3.3 结论显然成立.

引理 3.4　$0(11)^n(01)^n0$ 的 f^e 原像为 $(*)^{2n}11(01)^{n-1}0\underline{0}11(*)^{4n-1}$，

$1(00)^n(01)^{n+1}0$ 的 f^e 原像为 $(*)^{2n+1}11(01)^{n-1}00\underline{1}1(*)^{4n+2}$.

证明　同样由引理 3.2 即可证明.

下面记 $D_1 = \{0011, 1011, 1100, 00100, 01000\}$，

$D_2 = \{0(11)^n(01)^n00, 1(11)^n(01)^n00, 0(00)^n(01)^{n+1}00, 1(00)^n(01)^{n+1}00 \mid n \geqslant 1\}$.

定理 3.1　D_2 中的串皆为禁止字.

证明　$\forall a \in D_2$，由引理 3.3 可知 πa 有 f^e 原像，由推论 3.1 及引理 3.4 可知 $a\pi$ 也有 f^e 原像，并且 πa 的 f^e 原像中必含有 1001 为子串，而由引理 3.1 知 1001 无 f 原像，故 a 无 f^e 原像，即 a 为禁止字，从而由 a 的任意性可知 D_2 中的任一串皆为禁止字.

容易验证 $D_1 = \{0011, 1011, 1100, 00100, 01000\}$ 中的每一个串都是禁止字，所以 $D_1 \cup D_2 \subseteq E''$，并且还可以证明

定理 3.2　$E'' = D_1 \cup D_2$ 为禁止字集.

证明　要证明此定理需要证明 $E = \sum^* - \sum^* E'' \sum^*$ 中的每一串皆有 f^e 原像.

首先需要给出 E 的具体描述.

因为 $E = \sum^* - \sum^* E'' \sum^* = \sum^* - \sum^* D_1 \sum^* - \sum^* D_2 \sum^*$，令 $F = \sum^* - \sum^* D_1 \sum^*$，$D_1$ 为有限集，显然 F 为正规语言. 首先画出接受语言 $\sum^* D_1 \sum^*$ 的有限自动机，见图 1，其中状态 1 为初始状态，状态 5 为终止状态.

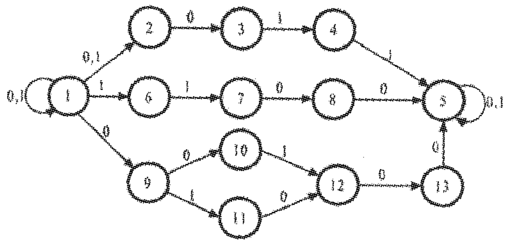


图 1　接受 $\sum^* D_1 \sum^*$ 的有限自动机

Fig. 1　Finite automaton accepting $\sum^* D_1 \sum^*$

接受语言 $F = \sum^* - \sum^* D_1 \sum^*$ 的有限自动机即是对上述自动机把状态 5 作为非接受状态，其他的状态作为接受状态，初始状态不变所得到的有限自动机.

下面将新得到的自动机简化为确定性有限自动机，过程见表 2.

表 2 中状态 1 经过 0 可以到达三种状态 1,2,6，就把这三个状态看成是一个新状态，其他类似，新状态重新编号标记在表 1 的右边三列，与左边三列旧状态一一对应，× 表示产生的新状态中含有状态 5，为非接受状态，所以不必考虑，这样重新标记状态后就可以得到接受语言 F 的有限确定性自动机. 见图 2.

表 2 等价状态的计算

Tab. 2 Calculation of equivalent states

	1	0		1	0
1	1,2,6	1,2,9	1	2	3
1,2,6	1,2,6,7	1,2,9,3	2	4	5
1,2,9	1,2,6,11	1,2,9,3,10	3	6	7
1,2,6,7	1,2,6,7	1,2,9,3,8	4	4	8
1,2,9,3	1,2,6,11,4	1,2,9,3,10	5	9	7
1,2,6,11	1,2,6,7	1,2,9,3,12	6	4	10
1,2,9,3,10	1,2,6,11,4,12	1,2,9,3,10	7	11	7
1,2,9,3,8	1,2,6,11,4	×	8	9	×
1,2,6,11,4	×	1,2,9,3,12	9	×	10
1,2,9,3,12	1,2,6,11,4	1,2,9,3,10,13	10	9	12
1,2,6,11,4,12	×	1,2,9,3,12,13	11	×	13
1,2,9,3,10,13	1,2,6,11,4,12	×	12	11	×
1,2,9,3,12,13	1,2,6,11,4	×	13	9	×

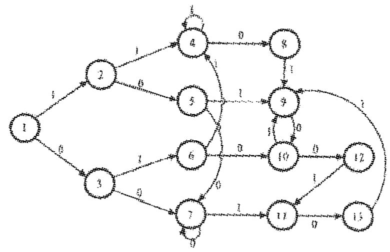


图 2 接受$\sum^* - \sum^* D_1 \sum^*$的有限自动机

Fig. 2 Finite automaton accepting $\sum^* - \sum^* D_1 \sum^*$

其中状态 1 为初始状态,任意状态皆为终止状态. 由图 2 可知 F 中的串必为以下 6 类串中某串的前缀.

(a) $1^n0(10+10010)^*, n\geqslant 2$; ($b$) $0^n10(10+10010)^*, n\geqslant 2$; ($c$) $01^n0(10+10010)^*, n\geqslant 2$; ($d$) $10^n10(10+10010)^*, n\geqslant 2$; ($e$) $10(10+10010)^*$; (f) $0(10+10010)^*$;

(a)(b)(c)(d)(e)(f)中所有的串的前缀所组成的集合即为 $F=\sum^* - \sum^* D_1 \sum^*$. 演化语言 $E=F-\sum^* D_2 \sum^*$,即 F 中不以 D_2 中的串为子串的串所组成的集合.

(a) $\{1^n0(10+10010)^* \mid n\geqslant 2\}$中串的不以 D_2 中的串为子串的前缀必为($\bar{a}$)$\{(11)^n(01)^n0010(10+10010)^* \mid n\geqslant 1\}$中串的子串;

(b) $\{0^n10(10+10010)^* \mid n\geqslant 2\}$中串的不以 D_2 中的串为子串的前缀必为 ($\bar{b}$)$\{(00)^n(01)^{n+1}0010(10+10010)^* \mid n\geqslant 1\}$中串的子串;

(c) $\{01^n0(10+10010)^* \mid n\geqslant 2\}$中串的不以 D_2 中的串为子串的前缀必为($\bar{c}$)$\{01^{l_1}(01)^n0010(10+10010)^* \mid n\geqslant 2, 2\leqslant l_1<2n\}$中串的子串;

(d) $\{10^n10(10+10010)^*, n\geqslant 3\}$中串的不以 D_2 中的串为子串的前缀必为($\bar{d}$)$\{10^{l_2}(01)^{n+1}0010(10+10010)^* \mid n\geqslant 2, 2\leqslant l_2<2n\}$中串的子串.

(d) 中 $n=2$ 时,及(e)(f)中串的前缀皆不以 D_2 中的串为子串,并且还是($\bar{a}$)($\bar{b}$)($\bar{c}$)($\bar{d}$)中串的子串.

反过来看$(\bar{a})(\bar{b})(\bar{c})(\bar{d})$中串的子串必定是$(a)(b)(c)(d)(e)(f)$中串的不以 D_2 中的串为子串的前缀.

所以 $M=\{(11)^n(01)^n0010(10+10010)^*\mid n\geqslant1\}\cup\{(00)^n(01)^{n+1}0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 1\}\cup\{01^{l_1}(01)^n0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 2,2\leqslant l_1<2n\}\cup\{10^{l_2}(01)^{n+1}0010(10+10010)^*\mid n\geqslant2,2\leqslant l_2<2n\}$必定是 $E=F-\sum^*D_2\sum^*$ 的一个精简. 要证明 $E=F-\sum^*D_2\sum^*$ 中的每一个串都有 f^e 原像,仅需证明 M 中每一个串皆有 f^e 原像即可. 记

(a') $(11)^n(01)^n00(10)^{m_1}100(10)^{m_2}100\cdots100(10)^{m_k}, n\geqslant1, m_i\geqslant1, i=1,2,\cdots,k$;

(b') $(00)^n(01)^{n+1}00(10)^{m_1}100(10)^{m_2}100\cdots100(10)^{m_k}, n\geqslant 1, m_i\geqslant 1, i=1,2,\cdots,k$;

(c') $01^{l_1}(01)^n00(10)^{m_1}100(10)^{m_2}100\cdots100(10)^{m_k}, 2\leqslant l_1<2n, n\geqslant 2, m_i\geqslant1, i=1,2,\cdots,k$;

(d') $10^{l_2}(01)^{n+1}00(10)^{m_1}100(10)^{m_2}100\cdots100(10)^{m_k}, 2\leqslant l_2<2n, n\geqslant 2, m_i\geqslant1, i=1,2,\cdots,k$.

(a'),(b'),(c'),(d')皆属于 M.

由引理 3.3 可知

(a')的 f^e 原像为

$$\begin{cases}0^{m_k+2}\cdots0^{m_4-2}1^{m_3+1}0^{m_2-2}1^{m_1+1}00(10)^{n-1}\underline{1}0, & k\text{ 为偶数},\\ 1^{m_k+1}\cdots0^{m_4-2}1^{m_3+1}0^{m_2-2}1^{m_1+1}00(10)^{n-1}\underline{1}0, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

(b')的 f^e 原像为

$$\begin{cases}0^{m_k+2}\cdots0^{m_4-2}1^{m_3+1}0^{m_2-2}1^{m_1+1}00(10)^{n-1}1\underline{0}, & k\text{ 为偶数},\\ 1^{m_k+1}\cdots0^{m_4-2}1^{m_3+1}0^{m_2-2}1^{m_1+1}00(10)^{n-1}1\underline{0}, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

由引理 3.2 可知

(c')的 f^e 原像 当 l_1 为偶数时为

$$\begin{cases}1^{m_k-1}\cdots0^{m_3+2}1^{m_2-1}0^{m_1+2}1^{n-\frac{l_1}{2}-1}(01)^{\frac{l_1}{2}-1}0\underline{0}11, & k\text{ 为偶数},\\ 0^{m_k-2}\cdots0^{m_3+2}1^{m_2-1}0^{m_1+2}1^{n-\frac{l_1}{2}-1}(01)^{\frac{l_1}{2}-1}0\underline{0}11, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

(d')的 f^e 原像 当 l_2 为偶数时为

$$\begin{cases}1^{m_k+1}\cdots0^{m_3+2}1^{m_2-1}0^{m_1+2}1^{n-\frac{l_2}{2}+1}(01)^{\frac{l_2}{2}-1}00\underline{1}1, & k\text{ 为偶数},\\ 0^{m_k+2}\cdots0^{m_3+2}1^{m_2-1}0^{m_1+2}1^{n-\frac{l_2}{2}+1}(01)^{\frac{l_2}{2}-1}00\underline{1}1, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

(c')的 f^e 原像 当 l_1 为奇数时为

$$\begin{cases}0^{m_k+2}\cdots0^{m_2+1}1^{m_1-2}0^{n-\frac{l_1-1}{2}}(01)^{\frac{l_1-1}{2}}0\underline{0}11, & k\text{ 为偶数},\\ 1^{m_k+1}\cdots0^{m_2+1}1^{m_1-2}0^{(n-\frac{l_1-1}{2}}(01)^{\frac{l_1-1}{2}}0\underline{0}11, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

(d')的 f^e 原像 当 l_2 为奇数时为

$$\begin{cases}0^{m_k+2}\cdots0^{m_2-1}1^{m_1+2}0^{n-\frac{l_2-1}{2}}(01)^{\frac{l_2-1}{2}}00\underline{1}1, & k\text{ 为偶数},\\ 1^{m_k+1}\cdots0^{m_2-1}1^{m_1+2}0^{n-\frac{l_2-1}{2}}(01)^{\frac{l_2-1}{2}}00\underline{1}1, & k\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

所以(a'),(b'),(c'),(d')都有 f^e 原像,从而 M 中的任意串都有 f^e 原像,又因为 M 为 E 的精简,所以 $E=\sum^*-\sum^*(D_1\cup D_2)\sum^*$ 中的任意串都有 f^e 原像,故 $E''=D_1\cup D_2$ 为 7

号初等元胞自动机演化语言的禁止字集.

$D_1=\{0011,1011,1100,00100,01000\}$显然是正规语言,还可以验证$\{0(11)^n(01)^n00\mid n\geqslant 1\}$,$\{1(11)^n(01)^n00\mid n\geqslant 1\}$,$\{0(00)^n(01)^{n+1}00\mid n\geqslant 1\}$,$\{1(00)^n(01)^{n+1}00\mid n\geqslant 1\}$皆为上下文无关的非正规语言.

取语法$M_1=\{\{S,T\},\{0,1\},P_1,S\}$,其中$P_1$语法规则为

$$S\rightarrow 0T00,T\rightarrow 11T01\mid 1101.$$

很容易验证由语法M_1生成的语言$L(M_1)$恰为$\{0(11)^n(01)^n00\mid n\geqslant 1\}$,并且$\{0(11)^n(01)^n00\mid n\geqslant 1\}$显然为非正规语言[17],所以$\{0(11)^n(01)^n00\mid n\geqslant 1\}$为上下文无关的非正规语言. 其余 3 族串类似可验证.

因为上下文无关语言关于"并"运算封闭,并且上下文无关语言与正规语言的并仍然是上下文无关语言,所以有以下结论.

结论 3.1 禁止字集$E''=\{0011,1011,1100,00100,01000\}\cup\{0(11)^n(01)^n00,1(11)^n(01)^n00,0(00)^n(01)^{n+1}00,1(00)^n(01)^{n+1}00\mid n\geqslant 1\}$为上下文无关的非正规语言.

由结论 3.1E''为上下文无关的非正规语言,所以$\sum^*E''\sum^*$也为上下文无关的非正规语言,又因为正规语言关于"补"运算封闭,所以容易判定演化语言$E=\sum^*-\sum^*E''\sum^*$非正规,但是上下文无关语言关于"补"运算并不封闭,所以并不能判定演化语言E也为上下文无关语言,但由定理 3.2 的证明可以得到

结论 3.2 演化语言E的精简$M=\{(11)^n(01)^n0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 1\}\cup\{(00)^n(01)^{n+1}0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 1\}\cup\{01^{l_1}(01)^n0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 2,2\leqslant l_1<2n\}\cup\{10^{l_2}(01)^{n+1}0010(10+10010)^*\mid n\geqslant 2,2\leqslant l_2<2n\}$为上下文无关的非正规语言.

注 1 结 论 3.2 中M包含 4 族串,皆可验证为上下文无关的非正规语言,方法同上.

注 2 结论 3.2 虽然没有确定演化语言E的 Chomsky 语法层次,但是通过演化语言E的精简M事实上已经给出了演化语言E的精确描述,并且通过精简M可以更清楚地看出 7 号初等元胞自动机的演化规律.

[参 考 文 献]

[1] WOLFRAM S. Theory and Applications of Cellular Automata[M]. Singapore: World Scientific, 1986.

[2] WOLFRAM S. Cellular Automata and Complexity[C]. New York: Addison-Wesley, 1994.

[3] GUTOWITZ H A. A hierarchical classification of cellular automata[J]. Physics D, 1990, 45: 136-156.

[4] CULIK II K, HURD L P, YU S. Formal languages and global cellular automaton behavior[J]. Physica D, 1990, 45: 396-403.

[5] GILMAN R H. Classes of cellular automata[J]. Ergodic Theory and Dynamical Systems, 1987(7): 105-118.

[6] CATTANEO G, DENNUNZIO A, MARGARA L. Chaotic subshifts and related languages applications to one-dimensional cellular automata[J]. Fundamenta Informaticae, 2002, 52: 39-80.

[7] JIANG Z S. A complexity analysis of the elementary cellular automaton of rule 122[J]. Chinese Science Bulletin, 2000, 45:2007-2012.

[8] XIE H M. The complexity of limit languages of cellular automata: an example[J]. Journal of Systems Sciences and Complexity, 2001, 14:17-30.

[9] JIANG Z S. Grammatical Complexity of Cellular Automata (D). Suzhou:Suzhou University, 2001.

[10] JIANG Z S, XIE H M. Evolution complexity of the elementary cellular automaton rule 18[J]. Complex Systems, 2002, 13: 271-295.

(下转第 102 页)