

单向耦合 Hindmarsh-Rose 系统的同步

李 纪, 李前树

(北京理工大学化学物理研究所, 北京 100081)

摘要 采用数值模拟方法, 研究了由两个具有不同初始条件单向耦合的 Hindmarsh-Rose 神经元所组成系统的动力学行为. 研究表明, 耦合强度对两个神经元的同步具有重要的影响. 当两个神经元的控制参数取值不同时, 即在驱动系统和响应系统均处于混沌态及驱动系统处于周期振荡态, 响应系统处于混沌态两种情况下, 随耦合强度的增加其放电活动都能从不同步达到相位同步, 最后实现近似完全同步.

关键词 Hindmarsh-Rose 模型; 单向耦合; 神经系统; 同步

中图分类号 O641 **文献标识码** A **文章编号** 0251-0790(2009)04-0789-03

同步在自然界中普遍存在, 早在 17 世纪惠更斯就对两个耦合单摆能够达到同步进行了实验观察^[1]. 近年来, 同步现象因在化学、物理、生物、人工神经网络、通信安全等领域具有重要的应用价值, 而成为研究热点之一^[2-5]. 目前关于耦合系统的研究涉及物理、化学、神经科学及电子学等领域^[6,7]. 对这些耦合系统的动力学行为的研究, 有助于人们理解复杂的化学和生命系统中的时空有序现象. 神经元是大脑进行信息处理的基本功能单位, 神经元之间放电活动的同步对神经系统中信号的传递具有重要的影响^[8,9]. 此外, 神经元中突触部位的活动特性决定了兴奋信号在神经元之间是单方向传递的. 本文主要研究了单向耦合对神经系统动力学行为的影响.

1 动力学模型和计算方法

Hindmarsh-Rose(HR)模型^[10]是 Hindmarsh 和 Rose 为了描述神经元电活动提出的. 非线性动力学研究表明, 当系统方程的控制参数发生改变时, HR 神经元具有多重的时间动力学行为^[11-13].

采用单向线性耦合的方式连接两个 HR 神经元, 其中第一个神经元不受耦合作用, 称为驱动系统; 第二个神经元受到第一个神经元的耦合作用, 称为响应系统. 这两个系统的动力学方程分别描述为

$$\dot{x}_1 = y_1 - ax_1^3 + bx_1^2 - z_1 + I_1; \dot{y}_1 = c - dx_1^2 - y_1; \dot{z}_1 = r_1s(x_1 - x_0) - r_1z_1 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = y_2 - ax_2^3 + bx_2^2 - z_2 + I_2 - \beta(x_1 - x_2); \dot{y}_2 = c - dx_2^2 - y_2; \dot{z}_2 = r_2s(x_2 - x_0) - r_2z_2 \quad (2)$$

式中, 每个神经元具有 3 个时间变量: 膜电位 x , 恢复变量 y 和慢适应电流 z ; I 为外部输入电流; r 为与钙离子浓度有关的参数, 随 r 取值的变化神经元会呈现出不同的放电模式; x_0 可用作调节静息状态. 所有参数的物理意义见文献^[10,12]. β 表示耦合强度. 数值模拟计算时各参数的取值分别为 $a = 1.0$, $b = 3.0$, $c = 1.0$, $d = 5.0$, $s = 4.0$, $x_0 = -1.60$. r 和 I 为控制参数, 相应的分岔图见文献^[14]. 本文研究了当 I 和 r 分别取不同值时, 即驱动系统和响应系统分别处于不同放电状态时放电活动的同步情况. 所用数值模拟方法为显示欧拉(Explicit Euler)法, 持续时间为 1000 s, 步长为 0.005 s.

2 结果与讨论

2.1 驱动系统和响应系统都处于混沌态

当 $r_1 = 0.013$, $I_1 = 3.0$, $r_2 = 0.01$, $I_2 = 3.2$ 时, 驱动系统和响应系统均处于混沌放电状态. 在进行数值模拟时, 驱动系统和响应系统的初始条件分别取 $(1.0, 0.1, 1.2)$ 和 $(-1.0, 0.5, 2.2)$. 当耦合强

收稿日期: 2008-02-13.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 20433050)和国家“111”计划(批准号: B07012)资助.

联系人简介: 李前树, 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事量子化学和非线性化学研究. E-mail: qsl@bit.edu.cn

度较小即 $\beta = 0.5$ 时, 两个系统仍处于混沌的阵发式簇放电状态, 如图 1(A) 所示. 虽然响应系统的放电模式由于耦合作用发生了改变, 但从图 1 可以看出, 二者的放电频率和放电时刻之间并没有任何关联, 即它们的动力学行为不同步.

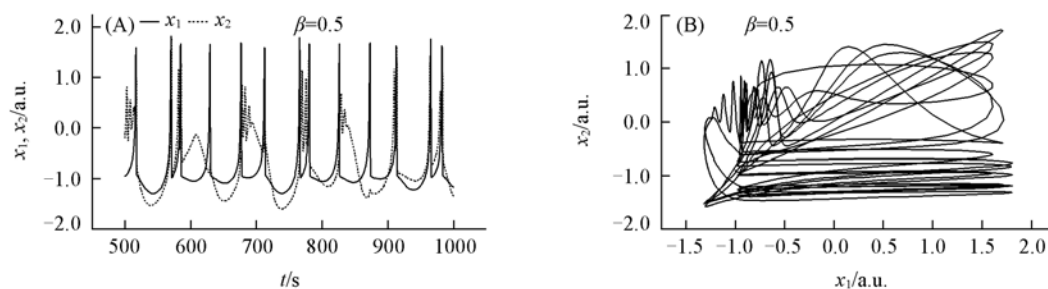


Fig. 1 Time series of x_1 , x_2 (A) and attractor of x_2 vs. x_1 (B) plot for the time series

当耦合强度 β 增加到 2.0 时, 由于耦合作用, 响应系统的放电时刻和放电频率与驱动系统达到一致 [图 2(A)]. 图 2(B) 显示 x_2 - x_1 曲线为一个极限环, 表明这两个系统达到相位同步. 这时, 驱动神经元所携带信息的时间编码传递到了响应神经元上, 保证了信息传播的稳定性.

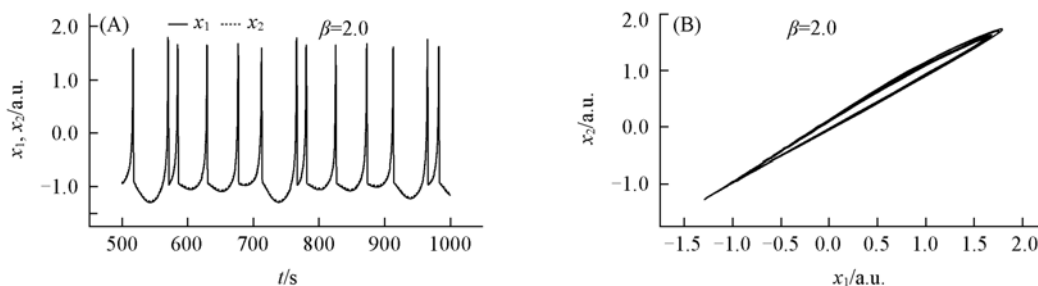


Fig. 2 Time series of x_1 , x_2 (A) and attractor of x_2 vs. x_1 (B) plot for the time series

进一步增加耦合强度, 图 3 给出了当 $\beta = 5.0$ 时两个系统所产生的动作电位的时间序列图及相对应的吸引子. 从图 3(A) 观察到 x_1 和 x_2 的放电频率和振幅基本一致. x_2 - x_1 变化曲线接近于一条直线, 且正好位于第一象限的角平分线上, 如图 3(B) 所示, 这个现象表明这两个系统实现了近似完全同步.

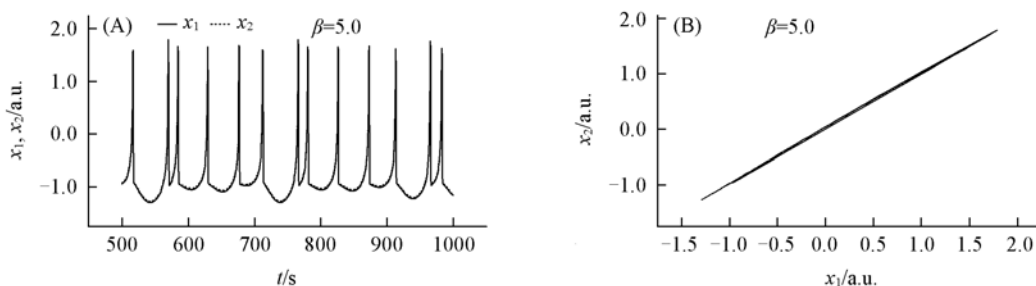


Fig. 3 Time series of x_1 , x_2 (A) and attractor of x_2 vs. x_1 (B) plot for the time series

2.2 驱动系统和响应系统分别处于周期振荡态和混沌态

当 $r_1 = 0.02$, $I_1 = 3.6$, $r_2 = 0.013$, $I_2 = 3.0$ 时, 驱动系统和响应系统分别处于周期振荡态和混沌态. 在进行数值模拟时, 驱动系统和响应系统的初始条件同 2.1 节. 当耦合强度较小即 $\beta = 0.5$ 时, 响

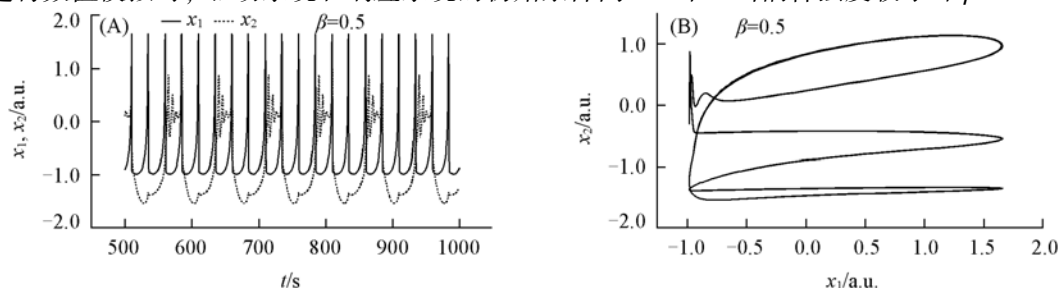


Fig. 4 Time series of x_1 , x_2 (A) and attractor of x_2 vs. x_1 (B) plot for the time series

应系统仍处于混沌态, 变量 x_1 和 x_2 之间无任何关联(图 4).

同样, 在不改变其它条件的情况下, 当耦合强度增大到 $\beta = 3.0$ 时, 响应系统在驱动系统的耦合作用下, 其放电状态从混沌态过渡到了周期振荡态, 且其振荡频率和驱动系统的振荡频率一致(图 5). 这表明响应系统和驱动系统达到了相位同步, 且后者所携带信息的时间编码传递到前者, 保证了在此耦合强度下信息传播的可靠性. 继续增加耦合强度, 膜电位 x_1 和 x_2 同样出现了近似完全同步的现象.

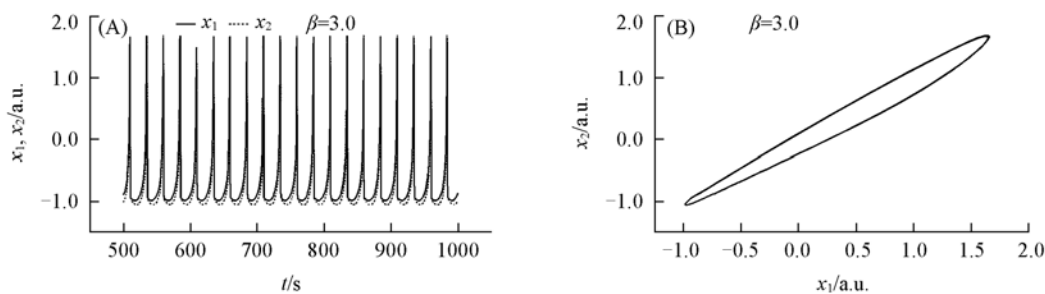


Fig. 5 Time series of x_1 , x_2 (A) and attractor of x_2 vs. x_1 (B) plot for the time series

参 考 文 献

- [1] Hugenii C. . Horoloquiun Oscilutorium[M], Paris: Apud F. Muguet, 1673
- [2] Stefanski A. , Przemyslaw P. , Kapitaniak T. . Phys. Rev. E[J], 2007, **75**: 016210-1—7
- [3] Masoller C. , Marti A. C. . Phys. Rev. Lett. [J], 2005, **94**: 134102-1—4
- [4] Parmananda P. , Jiang Y. J. . Phys. Chem. A[J], 1998, **102**: 4532—4536
- [5] HUANG Chao-Qun(黄超群), YANG Bin(杨斌), YANG Rui(杨锐), *et al.* . Chem. J. Chinese Universities(高等学校化学学报) [J], 2005, **26**(12): 2314—2318
- [6] Hu B. , Zhou C. S. . Phys. Rev. E[J], 2000, **61**: R1001—R1004
- [7] FAN Yu-Yu(范昱煜), ZHONG Dong-Hui(钟东辉), LUO Jiu-Li(罗久里). Chem. J. Chinese Universities(高等学校化学学报) [J], 2006, **27**(12): 2344—2348
- [8] Casado J. M. . Phy. Lett. A[J], 2003, **310**: 400—406
- [9] Gong Y. B. , Wang M. S. , Hou Z. H. , *et al.* . Chem. Phys. Chem. [J], 2005, **6**: 1042—1047
- [10] Hindmarsh J. L. , Rose R. M. . Nature[J], 1982, **296**: 162—164
- [11] Dhamala M. , Jirsa V. K. , Ding M. . Phys. Rev. Lett. [J], 2004, **92**: 074104-1—4
- [12] Belykh I. , Lange E. , Halse M. . Phys. Rev. Lett. [J], 2005, **94**: 188101-1—4
- [13] Erichsen R. , Mainieri M. S. , Brunnet L. G. . Phys. Rev. E[J], 2006, **74**: 061906-1—3
- [14] Mariño I. P. , Allaria E. , Sanjuán M. A. F. , *et al.* . Phys. Rev. E[J], 2004, **70**: 036208-1—8

Synchronization in Unidirectional Coupled Hindmarsh-Rose System

LI Ji, LI Qian-Shu*

(The Institute for Chemical Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract The dynamic behavior of two unidirectional coupled Hindmarsh-Rose neurons under different initial conditions were numerically studied. The results show that coupling strength has important influence on synchronization between the two neurons. When control parameters are different, that is, the drive system and the response system are both chaotic and the drive system is periodic oscillating while the response system is chaotic, under these two cases, the firings of the drive system and the response system both can transition from asynchrony to phase synchronization, and then to almost complete synchronization with the increase of coupling strength.

Keywords Hindmarsh-Rose model; Unidirectional coupling; Neural system; Synchronization

(Ed. : Y, I)